

**Ein erweitertes Effizienzmaß für DMUs im
BCC-Modell
– eine ökonomiegerechte DEA-Anpassung –**

Wilhelm Rödder*, Andreas Dellnitz, Sebastian Litzinger****

Diskussionsbeitrag Nr. 509

August 2018

**Diskussionsbeiträge der Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
der FernUniversität in Hagen**

Herausgegeben vom Dekan der Fakultät

Alle Rechte liegen bei den Verfassern

* Forschungsbereich OR

** Lehrstuhl für Betriebswirtschaftslehre, insb. Quantitative Methoden und Wirtschaftsmathematik

1 Einleitung

Wirtschaftseinheiten agieren durch Transformation von Gütern in Güter, zur Bedürfnisbefriedigung von Wirtschaftssubjekten. Die eingesetzten Güter heißen Input, die ausgebrachten heißen Output. Betrachtet man diesen Vorgang zeitraumbezogen, so werden Inputmengen in Outputmengen transformiert; diese zeitraumbezogenen Transformationsprozesse heißen Aktivitäten [1]. Das der Wissenschaft innewohnende Bestreben nach Messung und Bewertung von Dingen führt auch hier zur Frage der Güte solcher Prozesse. Das kann absolut pro Prozess oder vergleichend zwischen ähnlichen Prozessen geschehen. Im einfachsten Fall ist das mengenmäßige Verhältnis von Output zu Input ein Maß für die Ergiebigkeit einer Aktivität: ihre Produktivität. Bei Vorhandensein mehrerer Prozesse mit multiplen Inputs/Outputs kann – rein mengenbezogen – schon eine weitere Frage, nämlich die nach der Effizienz gestellt werden. In einem Bündel von Aktivitäten ist z. B. eine ausgewählte Aktivität effizient, falls es nicht möglich ist, ihre Outputs mit weniger Input eines Gutes zu erzeugen, ohne den eines anderen Gutes zu erhöhen.

Werden in einem Transformationsprozess mehrere Güter ein- bzw. ausgebracht und treten Wirtschaftlichkeitsgesichtspunkte in den Vordergrund, müssen Inputs und Outputs bewertet werden, um die Aktivitäten der Wirtschaftseinheiten vergleichen zu können [2]. Gewichtete Inputs und Outputs und deren Aggregation ersetzen reine Mengenbetrachtungen. Im ökonomischen Zusammenhang werden die Gewichte verständlicherweise als Preise bezeichnet, stellen sie doch oft pekuniäre Bewertungen dar. Preise können Marktpreise der Inputs und Outputs, können jedoch auch die in einem Beschreibungsmodell des ökonomischen Sachverhalts errechneten Preise sein. Im letzteren Fall heißen sie dann virtuelle Preise. Ein solches Beschreibungsmodell ist z. B. das der Data Envelopment Analysis (DEA). Es leistet beides: Effizienzmessung und Produktivitätsbewertung mit virtuellen Preisen. Im Modell konstanter Skalenerträge (CCR-Modell) fallen Effizienz und Produktivität zusammen. Bei variablen Skalenerträgen (BCC-Modell) wird lediglich die Effizienz berechnet und ihr Verhältnis zur Produktivität unter konstanten Skalenerträgen betrachtet, die Skaleneffizienz.

Dem BCC-Modell fehlt also eine gewisse Eigenständigkeit. Was ist BCC-Produktivität und wie verbindet diese die BCC-Effizienz mit in diesem Modell auftretenden Skaleneffekten? Gibt es ein eigenes Maß, das die BCC-Effizienz berücksichtigt, mögliche Skaleneffekte einbezieht und schließlich sogar zur BCC-Produktivität führt? Das sind die zentralen Untersuchungsgegenstände der vorliegenden Schrift.

Der Schlüssel zu den Überlegungen ist das returns to scale-Konzept RTS. Solange eine Aktivität über große wachsende returns IRTS und damit unausgenutztes Verbesserungspotential durch Skalierung verfügt, erhält sie einen Malus. Eine Aktivität, die dieses Verbesserungspotential bereits ausgeschöpft hat, erhält den Malus nicht. Sinngemäß übertrage man auf fallende returns DRTS.

Verknüpft man in idealer Weise die klassische BCC-Effizienz mit dem RTS-Konzept, entsteht ein statische und dynamische Gesichtspunkte zusammenfassendes erweitertes Effizienzmaß EEM. Es ist ökonomiegerecht.

Bei DRTS entdeckten die Autoren in [3] Fehlverhalten der RTS-Funktion: Sie legt das Verbesserungspotential nur teilweise offen, ja konterkariert es gelegentlich. Dieses Verhalten schlägt auch auf EEM durch und bedarf einer Korrektur, die ebenfalls in dieser Schrift aufgezeigt wird.

Der Aufbau der Arbeit gestaltet sich dementsprechend wie folgt. Nach dieser Einleitung stellen wir Präliminarien der DEA dar. In Abschnitt 2.1 werden die klassischen Konzepte Effizienz, Produktivität und Preise innerhalb dieses Rahmens dargelegt. Abschnitt 2.2 erweitert dann auf die abgeleiteten Größen returns to scale RTS, Skaleneffizienz SE und „most productive scale size“ mpss. In Abschnitt 2.3 schließlich wird das Fehlverhalten der RTS-Funktion in der DEA nachgezeichnet. Kapitel 3 widmen wir der Entwicklung eines erweiterten und verbesserten Effizienzmaßes im BCC-Modell, zeigen in 3.1 die Mängel des altergebrachten Maßes auf, beschreiben in 3.2 das neue Maß EEM und diskutieren sein Verhalten in 3.3 anhand eines fiktiven Beispiels mit 6 DMUs. Gegenstand von Kapitel 4 ist die Definition einer BCC-Produktivität. Nach ihrer Einführung in 4.1 und Aufzeigen ihrer Eigenschaften in 4.2 wird als Konsequenz der gemachten Beobachtungen in 4.3 ein NDRS-Modell statt eines BCC-Modells empfohlen und hierfür ebenfalls ein erweitertes Effizienzmaß vorgeschlagen: NDRS-EEM. Kapitel 5 zeigt Reihungen der fiktiven DMUs nach allen besprochenen Effizienzmaßen auf und wertet sie. Kapitel 6 liefert eine Anwendung des neuen Konzeptes auf den Bankenbereich, Kapitel 7 fasst zusammen und gibt einen Ausblick.

2 Präliminarien

2.1 Effizienz, Produktivität und Preissystem in der DEA

Die Aktivitäten von J Entscheidungseinheiten (DMUs) sind $(\mathbf{x}_j, \mathbf{y}_j), j = 1, \dots, J$ mit M Inputs \mathbf{x}_j und S Outputs \mathbf{y}_j . Bekanntlich spannen diese Aktivitäten durch Anwendung der Axiome Vollständigkeit, Konvexität, Verschwendbarkeit, minimale Hülle sowie das Expansionsaxiom den Technologieraum T auf. Das Expansionsaxiom in den Ausprägungen

- radiale Unbeschränktheit U
- radiale Dilatation D
- radiale Reduktion R
- radiale Beschränktheit B

bildet die klassischen Varianten der DEA-Modelle [4].

In der sogenannten Envelopment-Form bestimmt man zu jeder Variante die inputorientierte Effizienz einer jeden DMU $k, k \in \{1, \dots, J\}$ sowie die radial

effiziente Aktivität durch Lösen der Aufgabe

$$\min h_k$$

$$\text{so dass } h_k \mathbf{x}_k - \sum_j^J \lambda_{kj} \mathbf{x}_j \geq 0 \quad (1.-)$$

$$\sum_j^J \lambda_{kj} \mathbf{y}_j \geq \mathbf{y}_k$$

$$\lambda_{kj} \geq 0 \forall j, h_k \text{ frei}$$

$$\text{und } - \text{ für U} \quad (-.U)$$

$$\sum_j^J \lambda_{kj} \geq 1 \text{ für D} \quad (-.D)$$

$$\sum_j^J \lambda_{kj} \leq 1 \text{ für R} \quad (-.R)$$

$$\sum_j^J \lambda_{kj} = 1 \text{ für B} \quad (-.B)$$

Die erstere firmiert nach ihren Schöpfern auch unter dem Kürzel CCR, die letztere aus dem gleichen Grund unter dem Kürzel BCC.

Zur Bestimmung der Pareto-Koopmans-Effizienz müssen Schlüpfen in den Restriktionen (1.-) berücksichtigt werden. Einschlägige Lehrbücher halten die Überlegungen bereit, siehe z. B. [5, 6].

Die Dualisierung von (1.B) bis (1.U) führt zu den Aufgaben (2.U) bis (2.B).

$$\max g_k = \mathbf{u}_k^T \mathbf{y}_k + u_k$$

$$\text{so dass } \mathbf{v}_k^T \mathbf{x}_k = 1 \quad (2.-)$$

$$\mathbf{u}_k^T \mathbf{y}_j + u_k - \mathbf{v}_k^T \mathbf{x}_j \leq 0 \forall j$$

$$\mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k \geq 0$$

$$\text{und } u_k = 0 \text{ für U} \quad (-.U)$$

$$u_k \geq 0 \text{ für D} \quad (-.D)$$

$$u_k \leq 0 \text{ für R} \quad (-.R)$$

$$u_k \text{ frei für B} \quad (-.B)$$

Die Vektoren der Multiplier \mathbf{v}_k und \mathbf{u}_k stellen die in der Einleitung erwähnten virtuellen Preise der Inputs und Outputs dar. Sie sind keine Marktpreise, sondern errechnen sich aus der durch die Axiome aufgespannten Technologiemenge und aus den geometrischen Lagen der DMUs darin. Sind sie auch nicht marktbezogen, so sind sie doch Grundlage für die

- Bewertung der Güterverbräuche im Transformationsprozess,

- Bewertung der Güterausbringung im Transformationsprozess und
- Effizienzbewertung der DMUs.

u_k ist die SkalenvARIABLE, sie ist bedeutsam für die folgenden Ausführungen; siehe auch [7, 8, 9].

Im Folgenden fokussieren wir auf (2.B), also das BCC-Modell in Multiplifierform, gelegentlich benötigen wir jedoch auch Anleihen an das CCR-Modell (2.U) und gegen Ende des Aufsatzes an (2.D), das Modell radialer Dilatation in der Multiplifierform. Die entsprechenden optimalen Lösungen bezeichnen wir mit

$$\begin{aligned} g_k^*, \mathbf{u}_k^*, \mathbf{v}_k^*, u_k^* &\text{ für (2.B),} \\ g_k^{**}, \mathbf{u}_k^{**}, \mathbf{v}_k^{**}, - &\text{ für (2.U),} \\ \bar{g}_k, \bar{\mathbf{u}}_k, \bar{\mathbf{v}}_k, \bar{u}_k &\text{ für (2.D).} \end{aligned}$$

In der DEA bezeichnet $\mathbf{u}_k^{**T} \mathbf{y}_k / \mathbf{v}_k^{**T} \mathbf{x}_k$ die Produktivität der DMU k ; ein entsprechendes $\mathbf{u}_k^{*T} \mathbf{y}_k / \mathbf{v}_k^{*T} \mathbf{x}_k$ wäre das BCC-Pendant, kommt in der einschlägigen Literatur jedoch nicht vor.

2.2 Indizes bei radialer Beschränktheit: Returns to Scale RTS, Skaleneffizienz SE, mpss

Zu **RTS**. Nach Berechnung der optimalen Lösung $g_k^*, \mathbf{u}_k^*, \mathbf{v}_k^*, u_k^*$ zu Aufgabe (2.B) für DMU k stellt sich die Frage nach dem Verbesserungspotential RTS. Es ist die radiale Änderungsrate des Outputs $\epsilon(\delta)$ als Funktion der Änderungsrate des Inputs δ bei konstanter BCC-Effizienz, siehe [10, 9]. Mit anderen Worten: Wie muss sich \mathbf{y}_k zu $(1 + \epsilon_k) \mathbf{y}_k$ ändern, falls \mathbf{x}_k zu $(1 + \delta) \mathbf{x}_k$ wird.

Die Änderungen müssen zwecks Effizienzerhaltung

$$\mathbf{u}_k^{*T} (1 + \epsilon_k) \mathbf{y}_k + u_k^* - g_k^* \mathbf{v}_k^{*T} (1 + \delta) \mathbf{x}_k = 0 \quad (3)$$

erfüllen und nach einfachen Umstellungen

$$\epsilon_k = \delta \frac{\mathbf{u}_k^{*T} \mathbf{y}_k + u_k^*}{\mathbf{u}_k^{*T} \mathbf{y}_k}. \quad (4)$$

Das ist die RTS-Gleichung und ϵ_k / δ ist die Skalenelastizität [11, 12, 13].

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = ((1 + \delta) \mathbf{x}_k, (1 + \delta \frac{\mathbf{u}_k^{*T} \mathbf{y}_k + u_k^*}{\mathbf{u}_k^{*T} \mathbf{y}_k}) \mathbf{y}_k) \quad (5)$$

sind die Orte geänderter (virtueller) Aktivitäten. Wir merken an, dass (3), (4), (5) nur für optimales $g_k^*, \mathbf{u}_k^*, \mathbf{v}_k^*, u_k^*$ gelten; für entsprechende Stabilitätsfragen vergleiche man [9].

Auch für virtuelle Aktivitäten kann man wieder ihre RTS-Gleichungen aufstellen,

$$\frac{\mathbf{u}_k^{*T} \mathbf{y} + u_k^*}{\mathbf{u}_k^{*T} \mathbf{y}} = 1 + \frac{u_k^*}{\mathbf{u}_k^{*T} \mathbf{y}}, \quad (6)$$

und das RTS-Verhalten ablesen:

- für $u_k^* > 0$ fällt diese Funktion für radial wachsendes \mathbf{y} .
- für $u_k^* < 0$ wächst diese Funktion für radial wachsendes \mathbf{y} .

Alternative Optima in (2.B) beeinflussen natürlich auch die Skalenelastizität. Durch Lösen von

$$\begin{aligned} & \inf \frac{\mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_k + u_k}{\mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_k} \text{ und } \sup \frac{\mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_k + u_k}{\mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_k} \\ \text{so dass } & \mathbf{v}_k^\top \mathbf{x}_k = 1 \\ & \mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_k + u_k = g_k^* \\ & \mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_j + u_k - \mathbf{v}_k^\top \mathbf{x}_j \leq 0 \quad \forall j \\ & \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k \geq \mathbf{0} \text{ und } u_k \text{ frei.} \end{aligned} \tag{7}$$

lotet man mögliche Elastizitäten aus. Wegen

$$\frac{\mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_k + u_k}{\mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_k} = \frac{g_k^*}{g_k^* - u_k}$$

kann die Zielfunktion in (7) durch diesen nur noch von u_k abhängigen Ausdruck ersetzt werden. Die Lösungen seien mit $\mathbf{u}_k^-, \mathbf{v}_k^-, u_k^-, \mathbf{u}_k^+, \mathbf{v}_k^+, u_k^+$ bezeichnet; sie rechtfertigen den DEA-Sprachgebrauch [14]:

- $u_k^+ \geq u_k^- \geq 0 \rightarrow$ nicht fallende Skalenerträge (NDRS)
- $u_k^+ \geq u_k^- > 0 \rightarrow$ steigende Skalenerträge (IRS)
- $u_k^- \leq u_k^+ \leq 0 \rightarrow$ nicht steigende Skalenerträge (NIRS)
- $u_k^- \leq u_k^+ < 0 \rightarrow$ fallende Skalenerträge (DRS)
- $\left. \begin{array}{l} u_k^+ = u_k^- = 0 \\ u_k^- < 0 < u_k^+ \end{array} \right\} \rightarrow$ konstante Skalenerträge (CRS)

Zu **Skaleneffizienz, mpss**. Bekanntlich ist

$$SE_k = \frac{g_k^{**}}{g_k^*} \tag{8}$$

die Skalen(in)effizienz einer DMU k [15]. Sie misst, inwieweit ihre Aktivität bereits die BCC-Effizienz durch Ausnutzen von RTS-Effekten an die CCR-Effizienz heranführen konnte. Erst wenn $SE_k = 1$, liegt Skaleneffizienz vor; die DMU k kann keine weiteren Skaleneffekte nutzen.

Noch kann $g_k^{**} = g_k^* \neq 1$ sein. Erst wenn beide Werte gleich 1 sind, ist die DMU k skaleneffizient *und* effizient. Ihre Aktivität hat die richtige Skalierung und ist BCC- und CCR-effizient, sie hat „most productive scale size“ mpss [16].

2.3 Verhalten von RTS in stückweise linearen Technologien: ein Beispiel

Die Autoren in [3] zeigen das Verhalten von RTS längs des effizienten Randes einer BCC-Technologie auf. Wir zeichnen ihre Überlegungen nach, da sie

- zur Transparenz des RTS-Konzepts beitragen,
- ein Missverhalten dieses Maßes aufzeigen und
- für weiterführende Ausführungen in diesem Aufsatz wichtig sind.

Beispiel 1. Man betrachte 5 DMUs und die zugehörige BCC-Technologie wie in Abbildung 1. Tabelle 1 zeigt alle Ergebnisse nach Lösen von (1.B) und (7).

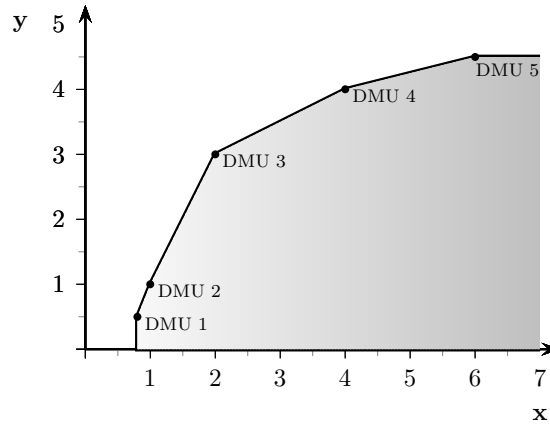


Abbildung 1: BCC-Technologie für 5 DMUs.

Bildet man nun alle – auch fiktive – Aktivitäten auf dem Rand von T , kann

Tabelle 1: Daten und Ergebnisse für 5 DMUs

DMU k	$(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)$	g_k^*	$(\mathbf{u}_k^+, \mathbf{v}_k^+, u_k^+)$	$(\mathbf{u}_k^-, \mathbf{v}_k^-, u_k^-)$	ϵ_k^+/δ	ϵ_k^-/δ
DMU 1	(0.8, 0.5)	1	$(0, \frac{5}{4}, 1)$	$(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4})$	∞	4
DMU 2	(1, 1)	1	$(\frac{2}{5}, 1, \frac{3}{5})$	$(\frac{1}{2}, 1, \frac{1}{2})$	2.5	2
DMU 3	(2, 3)	1	$(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4})$	$(1, \frac{1}{2}, -2)$	$1\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
DMU 4	(4, 4)	1	$(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, -1)$	$(1, \frac{1}{4}, -3)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
DMU 5	(6, 4.5)	1	$(\frac{4}{6}, \frac{1}{6}, -2)$	$(+\infty, \frac{1}{6}, -\infty)$	$\frac{1}{2}$	0

man mittels

$$\frac{\epsilon(y)}{\delta} = \frac{\mathbf{u}^{*\top}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{y} + u^*(\mathbf{y})}{\mathbf{u}^{*\top}(\mathbf{y}) \cdot \mathbf{y}} \quad (9)$$

ihre jeweiligen Elastizitäten berechnen. Man läuft gleichsam auf dem effizienten Rand und stellt (9) als Funktion von \mathbf{y} dar. Die $\mathbf{u}^*(\mathbf{y})$ und $u^*(\mathbf{y})$ sind hierbei entweder eindeutige Lösungen von (2.B) oder mehrdeutige wie in (7). Die Elastizitäten in Abhängigkeit von \mathbf{y} zeigt Abbildung 2. Sie lässt Folgendes erkennen:

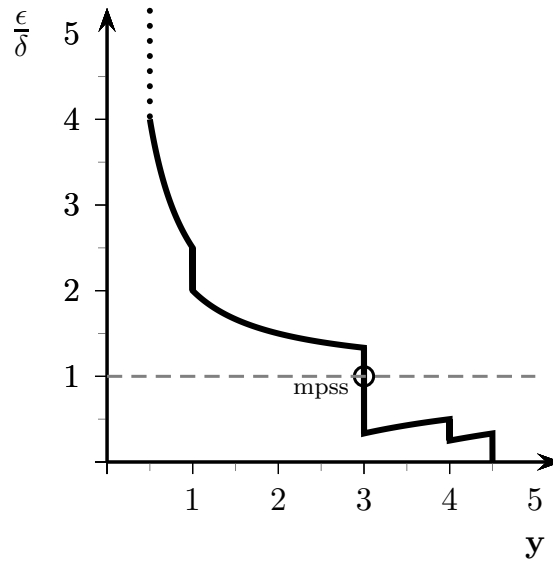


Abbildung 2: Verlauf der Elastizitäten bei variierendem y .

- Die vertikalen Linien stellen für ein festes y die Elastizitäten für alle $u_k^- \leq u_k \leq u_k^+$ in Gleichung (9) dar.
- Für IRS ist die Elastizität $\epsilon(y)/\delta$ stets größer 1 und fällt für wachsende y bei Annäherung an die mpss-Aktivität von DMU 3. Das Potential zur radialen Verbesserung des Output/Input-Verhältnisses nimmt ab. Das ist ökonomisch sinnvoll.
- Für DRS ergibt sich ein anderes Bild. Die Elastizitäten sind kleiner 1, steigen gemäß (6) auf den Facetten des Randes von T und fallen abrupt an den Stellen mehrdeutiger Lösungen. Das Verhalten von $\epsilon(y)/\delta$ ist ökonomisch nicht sinnvoll. Wünschenswert wäre ihr monotonen Anwachsen gegen 1 für fallende y bis hin zur mpss.

◇

Nach Erarbeitung aller Präliminarien soll nun im Folgekapitel die Notwendigkeit eines neuen Effizienzmaßes im BCC-Modell begründet werden (3.1), ein solches Maß definiert (3.2) und seine Eigenschaften ausgeleuchtet werden (3.3).

3 Das erweiterte Effizienzmaß EEM im BCC-Modell

3.1 Mängel klassischer Effizienzmaße

Die Güte von Produktionsprozessen – so sagten wir in der Einleitung – wird absolut durch die Produktivität oder relativ durch Vergleiche zu anderen Prozessen ausgedrückt.

Zur Diskussion der Schwächen herkömmlicher Gütemaße wiederholen und ergänzen wir Beispiel 1.

Beispiel 1. (Fortsetzung 1) Neben den bereits aus Beispiel 1 bekannten 5 DMUs enthält Abbildung 3 eine weitere DMU 3' und zeigt neben der BCC- auch die CCR-Technologie. Die nunmehr untersuchten Gütemaße sind

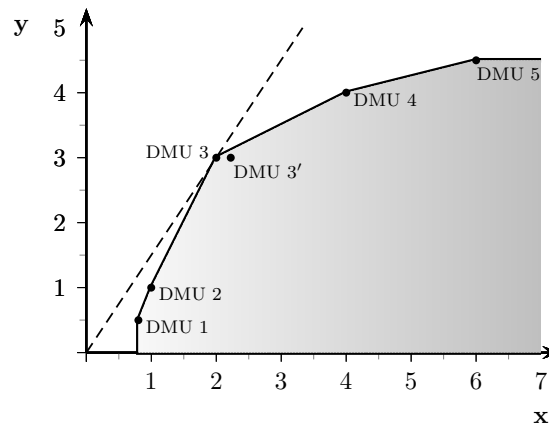


Abbildung 3: Erweiterung zu Abbildung 1

- i) die CCR-Effizienz,
- ii) die BCC-Effizienz,
- iii) die Skaleneffizienz.

zu i) Für die DMUs 1, 2, 3, 3', 4, 5 hat man folgende CCR-Effizienzen: 0.417, 0.667, 1.0, 0.9, 0.667, 0.5. Aufgrund der Modellstruktur werden evtl. in der Vergangenheit bereits genutzte Skaleneffizienzen konkurrierender DMUs verschleiert und eigene zukünftige Potentiale nicht ausgewiesen. Das ist besonders schmerzlich für „kleine“ DMUs, die sich einerseits mit größeren Konkurrenten messen müssen und andererseits ihre eigenen Skalierungspotentiale nicht erkennen.

zu ii) Im BCC-Modell sind Skaleneffekte zwar ausweisbar, fließen in die BCC-Effizienz jedoch nicht ein. So haben die DMUs 1, 2, 3, 4, 5 die Effizienz 1 und DMU 3' die Effizienz 0.9. In diesen Werten sind Skaleneffekte nicht erkennbar. Dass DMU 1 mit der mps DMU 3 gleich bewertet wird, ist ökonomisch nicht vertretbar.

Das Unwohlsein verstärkt sich bei der Betrachtung von DMU 1 und DMU 3'. Obwohl DMU 3' skaleneffizient ist und mithin ihr Skalierungspotential voll ausgeschöpft hat, wird sie der DMU 1 nachgeordnet.

zu iii) Die Hoffnung, dass nun die Skaleneffizienz als Zusammenführung der CCR- und der BCC-Effizienz ein geeignetes Gütemaß sei, erfüllt sich nicht. Das Beispiel zeigt für DMUs 3 und 3' gleiche Skaleneffizienzen, aber nicht die verschiedenen CCR- bzw. BCC-Effizienzen.

◇

Das gesuchte Gütemaß sollte also

- BCC-gesteuert sein,
- die BCC-Effizienz berücksichtigen und
- Skaleneffekte offenlegen.

Im folgenden Abschnitt wird ein Versuch unternommen, diesen Forderungskatalog zu erfüllen.

3.2 Der Ansatz des erweiterten Effizienzmaßes EEM

Aufgrund des im vorigen Abschnitt aufgestellten Kriterienkatalogs definieren wir das erweiterte Effizienzmaß EEM wie folgt:

Definition 1. Für eine DMU k mit Aktivität $\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k$, BCC-Effizienz g_k^* und Elastizität ϵ_k/δ ist ihr EEM gegeben durch das Verhältnis ihrer BCC-Effizienz zu ihrer Elastizität:

$$\text{EEM}_k = \frac{g_k^*}{\epsilon_k/\delta} \quad (10)$$

Erläuterungen

- Haben zwei DMUs die gleiche BCC-Effizienz, so wird diejenige schlechter bewertet, deren Elastizität größer ist. Sie hat ihr Skalierungspotential noch nicht ausgeschöpft und erhält daher einen Malus.
- Haben zwei DMUs die gleiche Elastizität, so wird diejenige schlechter bewertet, deren BCC-Effizienz kleiner ist.

Wir greifen Beispiel 1 (Fortsetzung 1) aus Abschnitt 3.1 wieder auf und verwenden die Elastizitätswerte wie in Tabelle 1 aus Abschnitt 2.3. Man beachte, dass DMU 3 und DMU 3' zwar verschiedene BCC-Effizienzen haben, aber die gleiche Skaleneffizienz.

Beispiel 1. (Fortsetzung 2)

- i) DMU 1 hat die BCC-Effizienz 1 und ihr EEM variiert in $[0.000, 0.250]$.
- ii) DMU 2 hat die BCC-Effizienz 1 und ihr EEM variiert in $[0.400, 0.500]$.
- iii) DMU 3 hat die BCC-Effizienz 1 und ihr EEM variiert in $[0.750, 3.000]$.
- iv) DMU 3' hat die BCC-Effizienz 0.9 und ihr EEM variiert in $[0.625, 2.700]$.
- v) DMU 4 hat die BCC-Effizienz 1 und ihr EEM variiert in $[2.000, 4.000]$.
- vi) DMU 5 hat die BCC-Effizienz 1 und ihr EEM variiert in $[2.000, \infty]$.

◇

Die Variationen der EEM-Werte sind den alternativen Optima bei der Lösung von (2.B) und (7) und damit der Mehrdeutigkeit der RTS geschuldet. Man vergleiche nochmals die Ausführungen in Abschnitt 2.2.

Die Ergebnisse in Beispiel 1 (Fortsetzung 2) zeigen zum Teil den gewünschten Effekt. DMU 1 ist schlechter bewertet als DMU 2 und diese wiederum schlechter als DMU 3. DMU 3' fällt wegen ihrer geringeren BCC-Effizienz von 0.9 zurück. Die stark anwachsenden EEM-Werte für die DMUs 4 und 5 sind auf ϵ_k/δ -Werte kleiner als 1 zurückzuführen. Sie schneiden besser ab als selbst die mpss DMU 3. Hier ist Justierungsbedarf.

Besser als die Zahlen in Beispiel 1 (Fortsetzung 2) vermag eine Graphik das EEM-Verhalten aufzuzeigen; sie wird im nächsten Abschnitt geliefert und diskutiert.

3.3 EEM bei steigenden und bei fallenden Skalenerträgen

Abbildung 2 in Abschnitt 2.3 zeigte die Elastizitäten zu allen Aktivitäten auf dem Rande der BCC-Technologie. Man vergleiche nochmals die dortigen Erläuterungen. Die EEM-Werte hierzu sind nun schlicht und einfach die Reziprokwerte. Da sie dennoch aufschlussreiche Erkenntnisse liefern, zeigen wir sie in Abbildung 4. Während auf der linken Seite der komplette Verlauf von EEM in Abhängigkeit von \mathbf{y} zu sehen ist, veranschaulicht die rechte Seite die EEM-Intervalle für die 6 DMUs des Beispiels 1 (Fortsetzung 1); das Intervall für DMU 3' ist mit einer gestrichelten Linie verzeichnet. Der EEM-Verlauf lässt folgendes erkennen:

- Für IRS ist das neue Gütemaß $\frac{1}{\epsilon(\delta)/\delta}$ stets kleiner als 1 und steigt bei Annäherung an die mpss-Aktivität von DMU 3. Fallendes Verbesserungspotential wird mit wachsendem EEM honoriert.
- Für DRS ergibt sich ein anderes Bild. Das EEM ist > 1 , fällt auf den Facetten des Randes von T und steigt abrupt an den Stellen mehrdeutiger Lösungen. Das Verhalten ist ökonomisch nicht sinnvoll. Wünschenswert wäre ein $\text{EEM} \leq 1$, das bei Annäherung an mpss gegen 1 konvergiert.

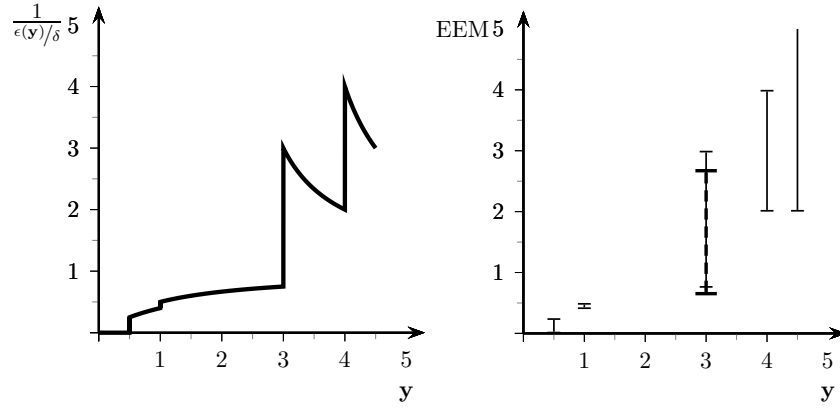


Abbildung 4: Verlauf von EEM in Abhängigkeit vom Output (links) und EEM-Intervalle für 6 DMUs (rechts)

EEM in Form von Definition 1 liefert aufgrund der Mehrdeutigkeit von RTS Intervalle statt Punktschätzungen. Das ist gewöhnungsbedürftig. Abhilfe schafft man mit Definition 2

Definition 2. Für eine DMU k mit BCC-Effizienz g_k^* sowie

- mit CRS ist $\otimes\text{EEM}_k = \frac{g_k^*}{1}$.
- mit IRS ist $\otimes\text{EEM}_k = \frac{g_k^*}{\epsilon_k^-/\delta}$; für die Berechnung von ϵ_k^-/δ vgl. man (7).
- mit DRS ist $\otimes\text{EEM}_k = \frac{g_k^*}{\epsilon_k^+/\delta}$; für die Berechnung von ϵ_k^+/δ vgl. man ebenfalls (7).

Definition 2 liefert Punkt- statt Intervallschätzungen und diese Punktschätzungen sind benevolent. Will heißen: Einer DMU k mit IRS wird ein möglichst großes und einer DMU k mit DRS ein möglichst kleines EEM zugewiesen – möglichst nahe an dem idealen $g_k^*/1$. Die für die Bestimmung von

- $\otimes\text{EEM}_k = \frac{g_k^*}{1}$ im Falle von CRS,
- $\otimes\text{EEM}_k = \frac{g_k^*}{\epsilon_k^-/\delta}$ im Falle von IRS,
- $\otimes\text{EEM}_k = \frac{g_k^*}{\epsilon_k^+/\delta}$ im Falle von DRS

benötigten Gewichte $\mathbf{u}, \mathbf{v}, u$ nennen wir ebenfalls benevolente Gewichte. Im Folgekapitel werden optimale BCC-Gewichte wie in Abschnitt 2.1 stets als $\mathbf{u}_k^*, \mathbf{v}_k^*, u_k^*$ bezeichnet. Die Mehrdeutigkeit sollte dem Leser aber stets bewusst sein; für Rechenbeispiele verwenden wir jedoch benevolente Gewichte.

Das Fehlverhalten von EEM für DRS bedarf einer Justierung, so sagten wir. Nun ist EEM identisch mit einer neu einzuführenden BCC-Produktivität. An

ihr können ökonomische Eigenschaften überprüft werden. Mängel an dieser Produktivität stellen sich als systemimmanente Mängel des BCC-Modells per se heraus. Das nächste Kapitel führt durch diese Gedankengänge.

4 EEM und BCC-Produktivität

4.1 EEM als Produktivität in BCC-Preisen

EEM ist laut Definition 1 und 2 das Verhältnis von BCC-Effizienz und Elastizität. Effizienz bezogen auf das nicht vollzogene Verbesserungspotential. Diese Größe setzt einen statischen zu einem dynamischen Index ins Verhältnis, eine in der DEA bisher nicht bekannte Vorgehensweise. In diesem Abschnitt wird EEM durch einfache Rechnungen in die sogenannte BCC-Produktivität umgeformt. Deren Analyse erschließt sich dem Ökonomen sofort und wirft einen Blick auf inhärente Ungereimtheiten im BCC-Modell. Ausgang der Überlegungen sind die BCC-Effizienz der DMU k

$$g_k^* = \frac{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k + u_k^*}{\mathbf{v}_k^{*\top} \mathbf{x}_k} \quad (11)$$

sowie die Elastizität (4), die wir nochmals wiederholen:

$$\frac{\epsilon_k}{\delta} = \frac{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k + u_k^*}{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k}.$$

Setzt man diese Ausdrücke ins Verhältnis, erhält man Satz 1.

Satz 1. $\frac{g_k^*}{\epsilon_k/\delta} = \frac{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k}{\mathbf{v}_k^{*\top} \mathbf{x}_k}$.

Beweis: trivial.

$\frac{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k}{\mathbf{v}_k^{*\top} \mathbf{x}_k}$ ist die Produktivität von DMU k in BCC-Preisen. Eine BCC-Produktivität sollte stets ≤ 1 sein, da sonst ein schlaffenlandähnlicher Zustand vorliegt. Ferner sollte sie konform mit der Mengenproduktivität sein. Will heißen, bei z. B. abnehmender Mengenproduktivität sollte die Produktivität in BCC-Preisen nicht wachsen; andernfalls ist das DEA-Beschreibungsmodell in Widerspruch zu ökonomischen Grundsätzen. Der folgende Abschnitt untersucht solche Fragen.

4.2 Eigenschaften der Produktivität in BCC-Preisen

(11) wird nach einfacher Umformung zu

$$\frac{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k}{\mathbf{v}_k^{*\top} \mathbf{x}_k} + \frac{u_k^*}{\mathbf{v}_k^{*\top} \mathbf{x}_k} = g_k^*. \quad (12)$$

Wir betrachten zunächst den Fall $g_k^* = 1$ und untersuchen (12) für NDRS und DRS.

1a) NDRS, $u_k^* \geq 0$. Offensichtlich ist hier die BCC-Produktivität $\frac{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k}{\mathbf{v}_k^{*\top} \mathbf{x}_k}$ stets ≤ 1 , was ökonomisch sinnvoll ist.

Beispiel 2. Man betrachte DMU 2 aus Beispiel 1. Mit den Werten aus Tabelle 1 ist ihre benevolente BCC-Produktivität $\frac{1}{\epsilon_2/\delta} = \frac{1}{2}$, in Übereinstimmung mit unserer Vorstellung von ökonomisch sinnvollen Aktivitäten. \diamond

1b) DRS, $u_k^* < 0$. Offensichtlich wird hier die BCC-Produktivität $\frac{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k}{\mathbf{v}_k^{*\top} \mathbf{x}_k}$ stets > 1 , was ökonomisch nicht sinnvoll ist.

Beispiel 3. Man betrachte DMU 4 aus Beispiel 1. Mit den Werten aus Tabelle 1 ist ihre benevolente BCC-Produktivität $\frac{1}{\epsilon_2^+/ \delta} = \frac{1}{1/2} = 2$, im Widerspruch zu unserer Vorstellung von ökonomisch sinnvollen Aktivitäten. \diamond

Nun studieren wir den Fall $g_k^* < 1$ und die BCC-Produktivität wiederum für NDRS und DRS.

Division von (12) durch g_k^* ergibt

$$\frac{\mathbf{u}_k^{*\top} \mathbf{y}_k}{\mathbf{v}_k^{*\top} (g_k^* \mathbf{x}_k)} + \frac{u_k^*}{\mathbf{v}_k^{*\top} (g_k^* \mathbf{x}_k)} = 1. \quad (13)$$

2a) NDRS, $u_k^* \geq 0$. Nach Inputprojektion $g_k^* \mathbf{x}_k$ ist

- die Aktivität natürlich BCC-effizient und
- ihre BCC-Produktivität weiterhin ≤ 1 .

Die Ergebnisse bestätigen ökonomische Grundsätze.

2b) DRS, $u_k^* < 0$. Eine nicht effiziente DMU k ($g_k^* < 1$) wird nach herkömmlicher DEA-Anweisung zur Input-Projektion aufgefordert. Und das selbst dann noch, wenn ihre BCC-Produktivität bereits > 1 ist. Der schlaraffenlandähnliche Zustand verstärkt sich durch die standardmäßig empfohlene Projektion.

Beispiel 4. Man betrachte die DMU mit der Aktivität $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (4.5, 4)$. Ihre BCC-Effizienz ist $\frac{4}{4.5} = 0.8 < 1$ und ihre benevolente BCC-Produktivität beträgt $\frac{0.8}{1/2} = 1.7$. Trotz ihrer ökonomisch nicht sinnvollen Schlaraffenlandsituation wird Projektion auf den Rand empfohlen, womit sie zu Aktivität $(4, 4)$ wird und ihre Produktivität auf den Wert 2 steigt. \diamond

Wie die Überlegungen in **1b)** und **2b)** zeigen, stehen bei DRS die abgeleiteten BCC-Produktivitäten im Widerspruch zu ökonomischen Grundsätzen. Dieser Eindruck verstärkt sich noch durch die folgenden Überlegungen. Für DRS finden Veränderungen der Mengenproduktivität keine Entsprechung bei der Wertproduktivität.

Man betrachte hierzu Abbildung 5, die wir im Anschluss kommentieren. Läuft man längs des effizienten Randes der BCC-Technologie wie in Abbildung 1 und

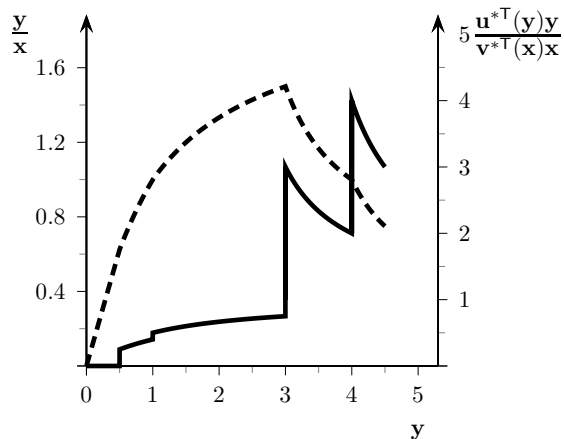


Abbildung 5: Mengenproduktivität vs. BCC-Produktivität

berechnet für alle – auch virtuelle – Aktivitäten ihre Mengenproduktivität y/x und ihre BCC-Produktivität $\frac{u^{*T}(y) \cdot y}{v^{*T}(x) \cdot x}$ ergibt sich für erstere die gestrichelte und für letztere die durchgezogene Linie.

Erwartungsgemäß steigt das Mengenverhältnis bis zur mpss-Aktivität der DMU 3 und fällt dann ab. Zunächst überwiegt der Grenzoutput den Grenzinput und schließlich fällt er geringer aus. Der Verlauf der BCC-Produktivität ist aus Abbildung 4 bekannt. Bis zur mpss-Aktivität der DMU 3 steigt sie ebenfalls, zeigt dann jedoch ein sprunghaftes Verhalten. Man vergleiche nochmals die Ausführungen zu Abbildung 4.

Wir präzisieren die Beobachtungen.

3a) NDRS, $u^* \geq 0$. Die BCC-Produktivität $\frac{u^{*T}(y) \cdot y}{v^{*T}(x) \cdot x}$ verhält sich konform zur Mengenproduktivität y/x .

3b) DRS, $u^* < 0$. Die BCC-Produktivität $\frac{u^{*T}(y) \cdot y}{v^{*T}(x) \cdot x}$ zeigt ein ökonomisch nicht vertretbares Verhalten. Von z. B. $y = 3.9$ zu $y = 4.1$ steigt sie trotz fallender Mengenproduktivität.

Resümierend zu den Erkenntnissen aus **1b)**, **2b)** und **3b)** dieses Abschnitts treten bei fallenden Skalenerträgen DRS wegen negativer Werte der SkalenvARIABLEN stets ökonomische Irritationen auf. Eine Lösung dieser Probleme kann ein NDRS-Modell sein, wie im folgenden Abschnitt dargelegt.

4.3 Ökonomische Forderungen an die BCC-Produktivität: das NDRS-Modell

Zur Auflösung der Irritationen bei EEM und Produktivität im BCC-Modell fordern wir Nichtnegativität der Skalenvariablen u und mithin das NDRS-Modell, das wir in seiner Multiplierform nochmals notieren und dann kommentieren.

$$\begin{aligned} \max g_k &= \mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_k + u_k \\ \text{so dass } \mathbf{v}_k^\top \mathbf{x}_k &= 1 & (2.-) \\ \mathbf{u}_k^\top \mathbf{y}_j + u_k - \mathbf{v}_k^\top \mathbf{x}_j &\leq 0 \forall j \\ \mathbf{u}_k, \mathbf{v}_k &\geq 0 \\ \text{und } u_k &\geq 0. & (-D) \end{aligned}$$

Die optimale Lösung zu (2.D) sei $\bar{g}_k, \bar{\mathbf{u}}_k, \bar{\mathbf{v}}_k, \bar{u}_k$, man vergleiche nochmals Abschnitt 2.1.

Erläuterungen

- Ist für DMU k im BCC-Modell (2.B) $u_k^* \geq 0$, so gilt $u_k^* = \bar{u}_k$.
- Ist für DMU k im BCC-Modell (2.B) $u_k^* < 0$, so gilt $\bar{u}_k = 0$.

Damit hat man dann:

- Ist für DMU k im BCC-Modell (2.B) $u_k^* \geq 0$, so ist ihr EEM in (benevolenten) Gewichten $\bar{\mathbf{u}}_k, \bar{\mathbf{v}}_k, \bar{u}_k$ gleich dem in (benevolenten) Gewichten $\mathbf{u}_k^*, \mathbf{v}_k^*, u_k^*$. Die EEMs und Produktivitäten stimmen überein.
- Ist für DMU k im BCC-Modell (2.B) $u_k^* < 0$, so ist ihr EEM in (benevolenten) Gewichten $\bar{\mathbf{u}}_k, \bar{\mathbf{v}}_k, 0$ gleich $\bar{g}_k/1$ sowie selbstverständlich ebenfalls ihre Produktivität $\frac{\bar{\mathbf{u}}_k^\top \mathbf{y}_k}{\bar{\mathbf{v}}_k^\top \mathbf{x}_k} = \frac{\bar{g}_k}{1}$. Und es gilt $\bar{g}_k = g_k^{**}, \bar{\mathbf{u}}_k = \mathbf{u}_k^{**}, \bar{\mathbf{v}}_k = \mathbf{v}_k^{**}, \bar{u}_k = u_k^{**} = 0$.

Mit anderen Worten: Für DMUs mit NDRS bleiben Gewichte, EEMs und Produktivitäten erhalten, für DMUs mit DRS sind ihre Gewichte die CCR-Gewichte, ihre EEMs wegen $\text{RTS} = 1$ gleich den CCR-Effizienzen und mithin ihre Produktivitäten gleich den CCR-Produktivitäten.

Definition 3. Für eine DMU k mit Aktivität $\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k$, NDRS-Effizienz \bar{g}_k und NDRS-Elastizität ϵ_k/δ ist ihr NDRS-EEM gegeben durch das Verhältnis von Effizienz zu Elastizität:

$$\text{NDRS-EEM}_k = \frac{\bar{g}_k}{\epsilon_k/\delta}. \quad (14)$$

Auch die in Definition 3 noch nicht ausgeschlossene Mehrdeutigkeit kann man wieder durch benevolente Punktschätzungen abfangen; hierzu

Definition 4. Für eine DMU k mit NDRS-Effizienz \bar{g}_k sowie

- CRS ist $\otimes\text{NDRS-EEM}_k = \frac{\bar{g}_k}{1}$.
- IRS ist $\otimes\text{NDRS-EEM}_k = \frac{\bar{g}_k}{\epsilon_k^-/\delta}$.

Man beachte, dass im Gegensatz zu Definition 2 in Definition 4 der Fall DRS nicht mehr vorkommt, da er modelltechnisch ausgeschlossen ist. Zur Berechnung der NDRS-Elastizität ϵ_k^-/δ löse man wiederum (7), ersetze jedoch g_k^* durch \bar{g}_k und u_k frei durch $u_k \geq 0$.

Besser als Worte mag Abbildung 6 die Situation erläutern.

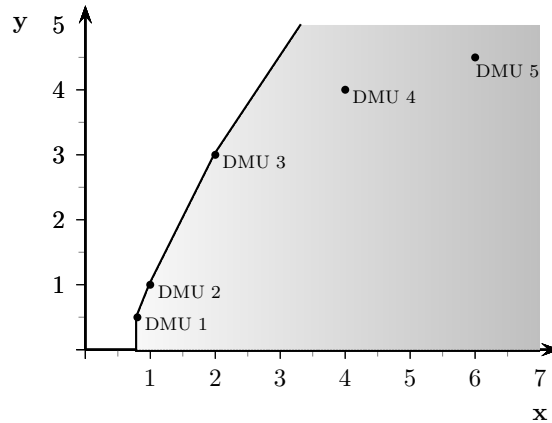


Abbildung 6: 5 DMUs in der NDRS-Technologie

Beispiel 5. Wir betrachten wieder die DMUs wie in Abbildung 1, diesmal jedoch in der NDRS-Technologie, siehe Abbildung 6. Beigefügt sind in Tabelle 2 die zu Abbildung 6 gehörigen Effizienzen \bar{g}_k sowie ihre benevolenten NDRS-EEM- bzw. Produktivitätswerte.

Tabelle 2: Daten zum NDRS-Modell

DMU k	$(\mathbf{x}_k, \mathbf{y}_k)$	\bar{g}_k	ϵ_k^+/δ	ϵ_k^-/δ	NDRS-EEM k /Produktivität
DMU 1	(0,8, 0,5)	1	∞	4	$1/4$
DMU 2	(1, 1)	1	2,5	2	$1/2$
DMU 3	(2, 3)	1	$1 \frac{1}{3}$	$1/3$	1
DMU 4	(4, 4)	$2/3$	1	1	$2/3$
DMU 5	(6, 4,5)	$1/2$	1	1	$1/2$

Im NDRS-Modell

- behalten die DMUs 1, 2, 3 ihre Kenntnis zu Elastizitäten, EEMs bzw. Produktivitäten bei. So kennen DMU 1 bzw. 2 ihre benevolenten $\epsilon_1^+/\delta = 4$ bzw. $\epsilon_2^+/\delta = 2$ und wissen um ihr Verbesserungspotential. DMU 3 hat die benevolente Elastizität 1.

- erfahren die DMUs 4, 5 neue Bewertungen. Wegen $\bar{u}_4 = \bar{u}_5 = 0$ sind ihre Elastizitäten 1. Somit bemessen sich die EEMs bzw. Produktivitäten zu $\bar{g}_4/1 = 2/3$ bzw. zu $\bar{g}_5/1 = 1/2$.

Läuft man nun über den effizienten Rand der *ehemaligen* BCC-Technologie, ergibt sich – auch für virtuelle Aktivitäten – die Funktion wie in Abbildung 7. Der „linke“ Teil der Relation ist identisch mit dem in Abbildung 4 (links);

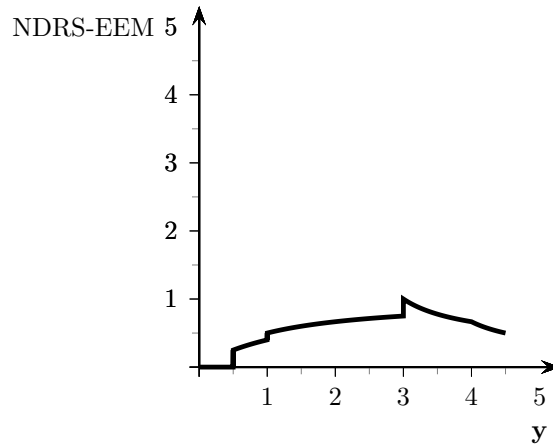


Abbildung 7: Verlauf von EEM/Produktivität im NDRS-Modell

der „rechte“ ist eine fallende Funktion, wie es der Anschauung entspricht. Und nun ist auch dieser Verlauf kompatibel mit dem der Mengenproduktivität in Abbildung 5. \diamond

5 Reihungen anhand verschiedener Effizienzmaße

In den vorangegangenen Kapiteln wurden bekannte Effizienzmaße wie g_k^* , g_k^{**} , die Skaleneffizienz SE_k , das erweiterte Effizienzmaß $EEM_k = \frac{g_k^*}{\epsilon_k/\delta}$, das NDRS-Effizienzmaß \bar{g}_k und schließlich das erweiterte Effizienzmaß in der NDRS-Technologie $NDRS-EEM_k = \frac{\bar{g}_k}{\epsilon_k/\delta}$ vorgestellt und ihre Eigenschaften diskutiert.

Solche Indizes dienen oft der Reihung von DMUs: Welches Gütemaß hat jede DMU und welchen anderen DMUs wird sie gleich- bzw. nachgeordnet; für alle Gütemaße. Die Maße und Reihungen zu den DMUs aus Abbildung 3 finden sich in Tabelle 3. Sie zeigt folgende Ergebnisse:

- Die g_k^{**} weisen der mpss-Aktivität DMU 3 den höchsten Rang zu und sehen DMU 2 und DMU 4 als gleichrangig. Man vergleiche die Input-Projektionen auf den Rand der CCR-Technologie wie in Abbildung 3.

Tabelle 3: Gütemaße und Reihungen der 6 DMUs

DMU k	g_k^{**}	g_k^*	SE_k	\bar{g}_k	$\frac{g_k^*}{\epsilon/\delta}$	$\frac{\bar{g}_k}{\epsilon/\delta}$
DMU 1	0.417	1.000	0.417	1.000	0.250	0.250
DMU 2	0.667	1.000	0.667	1.000	0.500	0.500
DMU 3	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
DMU 3'	0.900	0.900	1.000	0.900	0.900	0.900
DMU 4	0.667	1.000	0.667	0.667	2.000	0.667
DMU 5	0.500	1.000	0.500	0.500	2.000	0.500
DMU k	Reihungen					
DMU 1	6	1	6	1	6	6
DMU 2	3	1	3	1	5	4
DMU 3	1	1	1	1	3	1
DMU 3'	2	6	1	4	4	2
DMU 4	3	1	3	5	1	3
DMU 5	5	1	5	6	1	4

- Die g_k^* geben wenig her, nur DMU 3' ist BCC-ineffizient. Skaleneffekte sind nicht Teil der Betrachtungen.
- Die Skaleneffizienzen reihen DMU 3 und DMU 3' gleich hoch, gefolgt von DMU 2 $\hat{=}$ DMU 4 und den übrigen. Wie bereits in Abschnitt 2.2 gesagt, ist SE kein überzeugendes Reihungskriterium, da es beispielsweise zwischen DMU 3 und DMU 3' nicht unterscheidet.
- Bei den \bar{g}_k zeigen sich für „kleine“ DMUs die Mängel der g_k^* , sie verschleiern die Verbesserungspotentiale der DMUs.
- EEM_k ist ein ungeeignetes Reihungsinstrument, da die Mängel von ϵ_k^+/δ für fallende Skalenerträge voll auf die EEM_k durchschlagen.
- Der EEM-Gedanke angewandt auf eine NDRS-Technologie liefert die gewünschten Effekte und erweist sich damit als das ideale Reihungskriterium. Für „kleine“ DMUs vereint es eine statische Effizienzansicht mit der dynamischen Perspektive des Skalierungspotentials. DMUs mit gleichem SE vermag es zu unterscheiden und für „große“ DMUs werden die Mängel von EEM – wie sie im BCC-Modell auftreten – aufgelöst.

Die theoretischen Ergebnisse dieses Abschnitts werden im folgenden Kapitel auf einen realen Datensatz für 37 brasilianische Banken übertragen.

6 Reihungen brasilianischer Banken

In [17] berichten die Autoren über eine DEA-Analyse brasilianischer Banken. Sie fokussieren auf den Intermediationsansatz und stellen langfristige Anlagevermögen, Einlagen und Personalausgaben als Inputs den insgesamt vergebenen Krediten als Output gegenüber. Die Rohdaten für das Geschäftsjahr 2016 finden sich in Tabelle 4. Dem Gedankengang dieses Beitrags folgend zeigen wir in Tabelle 5 klassische Effizienzmaße und entsprechende RTS-Klassen. 4 DMUs haben

Tabelle 4: Daten der 37 brasilianischen Banken

Bank k	Nr.	Fixed Assets	Total Deposits	Personnel Expenses	Total Loans
Alfa	1	323,417	40,626	309,151	6,748,462
Bonsucesso	2	301,688	8,779	939,761	308,364
Semear	3	1,689	3,023	567,958	400,229
Topázio	4	4,005	3,197	266,165	147,256
Banestes	5	276,560	79,967	9,310,156	3,473,396
Banif	6	6,696	6,029	490,918	73,687
Banrisul	7	956,272	401,681	37,793,700	29,808,188
BB	8	31,221,063	5,246,319	455,560,520	667,786,191
Arbi	9	8,558	1,544	70,717	46,319
Capital	10	354	657	5,478	3,079
Cooperativo Sicredi	11	151,596	26,463	10,362,623	14,442,009
Banco da Amazônia	12	278,514	130,794	2,909,788	3,873,265
Banco da China Brasil	13	6,451	4,777	294,503	484,293
Banese	14	82,376	39,238	2,895,553	2,050,738
Banpará	15	114,978	67,197	3,884,973	3,431,025
BNB	16	236,206	426,027	10,352,508	12,678,428
Fibra	17	78,659	23,233	2,173,689	2,479,147
Ficsa	18	1,074	972	79,236	6,116
La Nacion Argentina	19	16,351	1,251	4,433	29,052
Luso Brasileiro	20	12,463	5,876	639,616	697,948
Rep Oriental Uruguay BCE	21	2,294	553	1,272	14,248
Ribeirão Preto	22	1,575	1,698	67,483	373,867
BMG	23	1,873,997	46,798	5,200,705	8,087,786
Bradesco	24	51,076,723	3,209,178	189,864,277	317,809,283
BRB	25	418,334	214,699	9,157,803	9,522,840
CEF	26	13,153,796	5,018,876	451,018,737	672,513,474
Citibank	27	619,525	296,551	14,677,936	16,009,264
HSBC	28	3,099,668	894,990	55,709,668	55,630,103
Intermedium	29	6,627	14,391	1,220,503	2,187,713
Itaú	30	84,219,449	3,641,920	297,347,284	396,500,032
Mercantil do Brasil	31	235,083	87,432	7,825,089	7,646,678
Original	32	728,170	35,671	1,466,660	2,587,370
Panamericano	33	840,450	87,330	12,960,426	16,230,243
Rendimento	34	38,449	29,799	583,234	318,071
Safra	35	3,099,710	440,788	9,228,824	38,610,052
Santander	36	16,448,887	1,736,403	137,822,766	212,243,750
Sofisa	37	83,495	16,278	2,885,708	1,738,000

Tabelle 5: CCR-, BCC-Effizienz und RTS-Klassen

Bank k	g_k^{**}	g_k^*	u_k^-	u_k^+	RTS-Klasse
Alfa	1.000	1.000	-5.111	0.010	CRS
Bonsucesso	0.124	0.146	0.045	0.045	IRS
Semear	0.796	0.913	0.206	0.206	IRS
Topázio	0.190	0.313	0.185	0.185	IRS
Banestes	0.149	0.191	-0.012	-0.012	DRS
Banif	0.053	0.134	0.100	0.100	IRS
Banrisul	0.274	0.527	-0.026	-0.026	DRS
BB	0.483	0.981	-0.088	-0.088	DRS
Arbi	0.133	0.395	0.342	0.342	IRS
Capital	0.091	1.000	0.917	1.000	IRS
Cooperativo Sicredi	1.000	1.000	-3.137	0.020	CRS
Banco da Amazônia	0.199	0.390	-0.097	-0.097	DRS
Banco da China Brasil	0.422	0.457	-0.352	-0.352	DRS
Banese	0.208	0.315	-0.036	-0.036	DRS
Banpará	0.216	0.433	-0.126	-0.126	DRS
BNB	0.226	0.787	-0.051	-0.051	DRS
Fibra	0.395	0.520	-0.048	-0.048	DRS
Ficsa	0.027	0.659	0.644	0.644	IRS
La Nacion Argentina	0.300	0.508	0.359	0.359	IRS
Luso Brasileiro	0.418	0.445	-0.193	-0.193	DRS
Rep Oriental Uruguay BCE	0.513	1.000	0.488	1.000	IRS
Ribeirão Preto	1.000	1.000	-1.874	0.363	CRS
BMG	0.604	0.643	-0.003	-0.003	DRS
Bradesco	0.416	1.000	-0.222	-0.060	DRS
BRB	0.199	0.513	-0.045	-0.045	DRS
CEF	0.503	1.000	$-\infty$	-0.002	DRS
Citibank	0.236	0.589	-0.055	-0.055	DRS
HSBC	0.258	0.553	-0.042	-0.042	DRS
Intermedium	1.000	1.000	-2.905	0.052	CRS
Itaú	0.420	0.857	-0.041	-0.041	DRS
Mercantil do Brasil	0.329	0.553	-0.062	-0.062	DRS
Original	0.328	0.360	-0.006	-0.006	DRS
Panamericano	0.579	0.748	-0.246	-0.246	DRS
Rendimento	0.088	0.090	0.007	0.007	IRS
Safra	0.465	1.000	-1.706	-0.114	DRS
Santander	0.476	0.959	-0.021	-0.021	DRS
Sofisa	0.307	0.314	-0.007	-0.007	DRS

mpss, 10 IRS und der überwiegende Teil von 23 DMUs ist überdimensioniert – sie fallen in die DRS-Klasse, in Übereinstimmung mit medienwirksamer Kritik am Bankensystem.

In Tabelle 6 stellen wir klassische Effizienzmaße den neu entwickelten gegenüber. Auffällig sind einige Einträge > 1 für BCC-EEM. Sie bestätigen den systemati-

Tabelle 6: Klassische Effizienzmaße und EEMs

Bank k	g_k^{**}	g_k^*	SE_k	\bar{g}_k	BCC-EEM $_k$	NDRS-EEM $_k$
Alfa	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Bonsucesso	0.124	0.146	0.849	0.146	0.101	0.101
Semear	0.796	0.913	0.872	0.913	0.707	0.707
Topázio	0.190	0.313	0.607	0.313	0.128	0.128
Banestes	0.149	0.191	0.780	0.149	0.203	0.149
Banif	0.053	0.134	0.396	0.134	0.034	0.034
Banrisul	0.274	0.527	0.520	0.274	0.553	0.274
BB	0.483	0.981	0.492	0.483	1.069	0.483
Arbi	0.133	0.395	0.337	0.395	0.054	0.054
Capital	0.091	1.000	0.091	1.000	0.083	0.083
Cooperativo Sicredi	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Banco da Amazônia	0.199	0.390	0.510	0.199	0.487	0.199
Banco da China Brasil	0.422	0.457	0.923	0.422	0.809	0.422
Banese	0.208	0.315	0.660	0.208	0.351	0.208
Banpará	0.216	0.433	0.499	0.216	0.559	0.216
BNB	0.226	0.787	0.287	0.226	0.838	0.226
Fibra	0.395	0.520	0.760	0.395	0.568	0.395
Ficsa	0.027	0.659	0.041	0.659	0.015	0.015
La Nacion Argentina	0.300	0.508	0.591	0.508	0.149	0.149
Luso Brasileiro	0.418	0.445	0.939	0.418	0.638	0.418
Rep Oriental Uruguay BCE	0.513	1.000	0.513	1.000	0.512	0.512
Ribeirão Preto	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
BMG	0.604	0.643	0.939	0.604	0.646	0.604
Bradesco	0.416	1.000	0.416	0.416	1.060	0.416
BRB	0.199	0.513	0.388	0.199	0.558	0.199
CEF	0.503	1.000	0.503	0.503	1.002	0.503
Citibank	0.236	0.589	0.401	0.236	0.644	0.236
HSBC	0.258	0.553	0.467	0.258	0.595	0.258
Intermedium	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
Itaú	0.420	0.857	0.490	0.420	0.898	0.420
Mercantil do Brasil	0.329	0.553	0.595	0.329	0.615	0.329
Original	0.328	0.360	0.911	0.328	0.366	0.328
Panamericano	0.579	0.748	0.774	0.579	0.994	0.579
Rendimento	0.088	0.090	0.978	0.090	0.083	0.083
Safra	0.465	1.000	0.465	0.465	1.114	0.465
Santander	0.476	0.959	0.496	0.476	0.980	0.476
Sofisa	0.307	0.314	0.978	0.307	0.321	0.307

sehen Fehler in diesem Gütemaß, man vergleiche hier nochmals die Ausführungen zur BCC-Produktivität in Abschnitt 4.2. Dieser Mangel wird nachweislich mit dem Maß NDRS-EEM behoben. Nach wie vor erhalten (ehemalige) IRS-DMUs erhebliche Mali, behalten ehemalige mpss-Aktivitäten ihre Güte bei, und alle ehemaligen DRS-Banken werden nunmehr schlechter als mpss-Banken gewertet. Zur besseren Transparenz der Daten aus Tabelle 6 reihen wir die DMUs bzgl. aller besprochenen Effizienzmaße in Tabelle 7. Eine vergleichende Bewertung von Rangreihen erfolgt durch sogenannte Rangkorrelationskoeffizienten, wie z. B. Kendall's τ , siehe Tabelle 8. Natürlich sind die Rangkorrelationskoeffizienten Ausdruck der gewählten DEA-Modelle und der geometrischen Lagen der DMUs zueinander in den jeweiligen Technologien. Wir überlassen die Interpretation der Koeffizienten zwischen den Reihungen nach den gängigen Effizienzmaßen dem DEA-Fachmann. Auffällig ist jedenfalls der Wert 0.961 für die Ränge nach g^{**} und NDRS-EEM. Er ist natürlich der Tatsache geschuldet, dass neben den 4 mpss-Banken jetzt auch 23 weitere die gleichen Indizes $g^{**} \hat{=} \text{NDRS-EEM}$ haben.

Tabelle 7: Reihungen brasilianischer Banken

Bank k	g_k^{**}	g_k^*	SE_k	\bar{g}_k	Ränge	
					BCC-EEM $_k$	NDRS-EEM $_k$
Alfa	1	1	1	1	5	1
Bonsucesso	33	35	12	35	32	32
Semear	5	12	11	7	14	5
Topázio	30	33	17	24	31	31
Banestes	31	34	13	34	29	29
Banif	36	36	32	36	36	36
Banrisul	22	21	20	26	23	21
BB	10	10	26	13	2	10
Arbi	32	28	34	20	35	35
Capital	34	1	36	1	33	33
Cooperativo Sicredi	1	1	1	1	5	1
Banco da Amazônia	28	29	22	32	25	27
Banco da China Brasil	13	25	9	16	13	13
Banese	27	31	16	31	27	26
Banpará	26	27	24	30	21	25
BNB	25	14	35	29	12	24
Fibra	17	22	15	20	20	17
Ficsa	37	16	37	8	37	37
La Nacion Argentina	21	24	19	11	30	30
Luso Brasileiro	15	26	8	18	17	15
Rep Oriental Uruguay BCE	8	1	21	1	24	8
Ribeirão Preto	1	1	1	1	5	1
BMG	6	17	7	9	15	6
Bradesco	16	1	30	19	3	16
BRB	28	23	33	32	22	27
CEF	9	1	23	12	4	9
Citibank	24	18	31	28	16	23
HSBC	23	19	28	27	19	22
Intermedium	1	1	1	1	5	1
Itaú	14	13	27	17	11	14
Mercantil do Brasil	18	19	18	22	18	18
Original	19	30	10	23	26	19
Panamericano	7	15	14	10	9	7
Rendimento	35	37	5	37	34	34
Safra	12	1	29	15	1	12
Santander	11	11	25	14	10	11
Sofisa	20	32	6	25	28	20

Tabelle 8: Kendall's Tau für die Reihungen brasilianischer Banken

Kendall's Tau	g_k^{**}	g_k^*	SE_k	\bar{g}_k	BCC-EEM	NDRS-EEM
g_k^{**}	1.000	0.547	0.390	0.702	0.663	0.961
g_k^*	0.547	1.000	-0.079	0.637	0.641	0.544
SE_k	0.390	-0.079	1.000	0.173	0.118	0.381
\bar{g}_k	0.702	0.637	0.173	1.000	0.368	0.668
BCC-EEM	0.663	0.641	0.118	0.368	1.000	0.702
NDRS-EEM	0.961	0.544	0.381	0.668	0.702	1.000

7 Zusammenfassung und Ausblick

Skaleneffekte sind ein treibendes Element in modernen Volkswirtschaften. Unternehmen streben Wachstum an, um ihre Produktivität zu erhöhen: mehr ausgebrachte pro eingesetzten Gütern. Manchmal führt dieses Streben zur Überdimensionierung und in Folge zu Produktionsrückgang durch z. B. ineffiziente Informations-, Transport- oder Personalstrukturen. Hier geböte die ökonomische Einsicht ein „Gesund schrumpfen“ der Betriebsgröße. In dem vereinfachten Ansatz zur vergleichenden Aktivitätsanalyse von Wirtschaftseinheiten, der Data Envelopment Analysis DEA, finden solche Überlegungen im sogenannten (BCC-)Modell mit variablen Skalenerträgen ihre Entsprechung. Hier kennen die Wirtschaftseinheiten mittels des returns to scale-Ansatzes ihre Verbesserungspotentiale zur Erhöhung der Produktivität, sei es durch Wachstum oder Schrumpfung der Betriebsgröße.

Leider werden solche Potentiale in der DEA zwar berechnet, fließen aber nicht in eine umfassende Bewertung der Wirtschaftseinheiten ein. Eine Zusammenfassung von Effizienz und bisher nicht ausgeschöpften Skaleneffekten unterbleibt; in dieser Schrift erfolgt diese Zusammenfassung durch Einführung eines erweiterten Effizienzmaßes EEM. Interessanterweise entspricht das Ergebnis für den „Wachstumspfad“ ökonomischen Grundsätzen: Das aus klassischen DEA-Indizes abgeleitete erweiterte Effizienzmaß fasst in idealer Weise Effizienz und Skaleneffekte zusammen. Das Ergebnis für den „Schrumpfungspfad“ zeichnet ein anderes Bild: Die Aggregation klassischer Indizes führt zu Ergebnissen, die ökonomischen Grundsätzen widersprechen. Diese Erkenntnisse werden durch den Nachweis der Äquivalenz von EEM und der Produktivität in BCC-Preisen einer DMU noch erhärtet. Diese Produktivität nämlich zeigt nach ökonomischen Gesichtspunkten inakzeptable Merkmale: Sie wird für DRS größer 1 – Schlaraffenland – und führt zu weiteren ökonomischen Ungereimtheiten. So steigt in einem Beispiel mit Single-Input/Single-Output die BCC-Produktivität trotz fallender Mengenproduktivität. Der Ausweg aus diesem Dilemma ist die Eliminierung fallender Skalenerträge und folglich die Wahl eines NDRS-Modells. Mit diesem Ansatz und dem entsprechend angepassten erweiterten Effizienzmaß erhält man eine ökonomisch schlüssige Theorie zur Aktivitätenbewertung von Wirtschaftseinheiten. Eine Anwendung des neuen Denkansatzes auf die Daten von 37 brasilianischen Banken bestätigen das.

Verschiedene Effizienzmaße – klassische und erweiterte – führen zu verschiedenen Reihungen der Wirtschaftseinheiten. Für die brasilianischen Banken werden solche Reihungen gegenübergestellt; eine theoriebasierte Analyse des „Warum“ verschiedener Reihungen steht noch aus. Hier sehen wir Stoff für zukünftige Arbeiten.

Das NDRS-Modell hebt ökonomische Widersprüche auf, so sagten wir weiter oben. Dieses Modell schließt bekanntlich die Möglichkeit aus, auf fallende Skalenerträge mit Schrumpfung zu reagieren – im Theorierahmen der DEA. Aber entspricht das der Realität? Verweigern sich Wirtschaftseinheiten auch in der Praxis einer Schrumpfung – selbst bei fallenden Skalenerträgen? Hier könnte eine empirische Studie Klarheit schaffen.

Literatur

- [1] T. C. Koopmans. An analysis of production as an efficient combination of activities. In T. C. Koopmans, editor, *Activity Analysis of Production and Allocation*, pages 33–97. John-Wiley and Sons, Inc., New York, London, 1951.
- [2] D. Shephard. *The Theory of Cost and Production Functions*. Princeton University Press, N.J., 1970.
- [3] A. Dellnitz and W. Rödder. Scaling Activities in Data Envelopment Analysis – are returns to scale always a good advisor? –. *EJOR*, 2018. Unter Begutachtung.
- [4] A. Kleine, W. Rödder, and A. Dellnitz. Returns To Scale Revisited – towards Cross-RTS. In H. Ahn, M. Clermont, and R. Souren, editors, *Nachhaltiges Entscheiden: Beiträge zum multiperspektivischen Performancemanagement von Wertschöpfungsprozessen*, pages 385–404. Springer-Verlag, 2016.
- [5] W. W. Cooper, L. M. Seiford, and K. Tone. *Data Envelopment Analysis*. Kluwer, Dordrecht, 2000.
- [6] U. Cantner, J. Krüger, and H. Hanusch. *Produktivitäts- und Effizienzanalyse: Der nichtparametrische Ansatz*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2007.
- [7] W. Rödder, A. Kleine, and A. Dellnitz. Eine ökonomische Analyse verdeckter Outputs in der Data Envelopment Analysis. In M. Lübbecke, A. Weiler, and B. Werners, editors, *Zukunftsperspektiven des Operations Research*, pages 297–314. Springer-Verlag, 2014.
- [8] W. Rödder, A. Kleine, and A. Dellnitz. Scaling production and improving efficiency in DEA: an interactive approach. *Journal of Industrial Engineering International*, 14:501–510, 2018.
- [9] A. Dellnitz, A. Kleine, and W. Rödder. CCR or BCC: What if we are in the wrong model? *Journal of Business Economics*, 88:831–850, 2018.
- [10] F. R. Førsund and L. Hjalmarsson. Calculating scale elasticity in dea models. *Journal of the Operational Research Society*, 55:1023–1038, 2004.
- [11] F. R. Førsund. On the Calculation of the Scale Elasticity in DEA Models. *The Journal of Productivity Analysis*, 7:283–302, 1996.
- [12] H. Fukuyama. Returns to scale and scale elasticity in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 125:93–112, 2000.
- [13] V. Podinovski, F. R. Førsund, and V. E. Krivonozhko. A simple derivation of scale elasticity in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 197:149–153, 2009.

- [14] R. D. Banker and R. M. Thrall. Estimation of returns to scale using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 62:74–84, 1992.
- [15] R. D. Banker, A. Charnes, and W. W. Cooper. Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30:1078–1091, 1984.
- [16] R. D. Banker. Estimating most productive scale size using data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 17:35–44, 1984.
- [17] I. C. Henriques, V. A. Sobreiro, H. Kimura, and E. B. Mariano. Efficiency in the Brazilian banking system using data envelopment analysis. *Future Business Journal*, 4:157–178, 2018.

Die Diskussionspapiere ab Nr. 403 (2007) bis heute, können Sie im Internet unter <http://www.fernuni-hagen.de/wirtschaftswissenschaft/forschung/beitraege.shtml> einsehen und zum Teil downloaden.

Ältere Diskussionspapiere selber erhalten Sie nur in den Bibliotheken.

Nr	Jahr	Titel	Autor/en
420	2008	Stockkeeping and controlling under game theoretic aspects	Fandel, Günter Trockel, Jan
421	2008	On Overdissipation of Rents in Contests with Endogenous Intrinsic Motivation	Schlepütz, Volker
422	2008	Maximum Entropy Inference for Mixed Continuous-Discrete Variables	Singer, Hermann
423	2008	Eine Heuristik für das mehrdimensionale Bin Packing Problem	Mack, Daniel Bortfeldt, Andreas
424	2008	Expected A Posteriori Estimation in Financial Applications	Mazzoni, Thomas
425	2008	A Genetic Algorithm for the Two-Dimensional Knapsack Problem with Rectangular Pieces	Bortfeldt, Andreas Winter, Tobias
426	2008	A Tree Search Algorithm for Solving the Container Loading Problem	Fanslau, Tobias Bortfeldt, Andreas
427	2008	Dynamic Effects of Offshoring	Stijepic, Denis Wagner, Helmut
428	2008	Der Einfluss von Kostenabweichungen auf das Nash-Gleichgewicht in einem nicht-kooperativen Disponenten-Controller-Spiel	Fandel, Günter Trockel, Jan
429	2008	Fast Analytic Option Valuation with GARCH	Mazzoni, Thomas
430	2008	Conditional Gauss-Hermite Filtering with Application to Volatility Estimation	Singer, Hermann
431	2008	Web 2.0 auf dem Prüfstand: Zur Bewertung von Internet-Unternehmen	Christian Maaß Gotthard Pietsch
432	2008	Zentralbank-Kommunikation und Finanzstabilität – Eine Bestandsaufnahme	Knütter, Rolf Mohr, Benjamin
433	2008	Globalization and Asset Prices: Which Trade-Offs Do Central Banks Face in Small Open Economies?	Knütter, Rolf Wagner, Helmut
434	2008	International Policy Coordination and Simple Monetary Policy Rules	Berger, Wolfram Wagner, Helmut
435	2009	Matchingprozesse auf beruflichen Teilarbeitsmärkten	Stops, Michael Mazzoni, Thomas
436	2009	Wayfindingprozesse in Parksituationen - eine empirische Analyse	Fließ, Sabine Tetzner, Stefan
437	2009	ENTROPY-DRIVEN PORTFOLIO SELECTION a downside and upside risk framework	Rödder, Wilhelm Gartner, Ivan Ricardo Rudolph, Sandra
438	2009	Consulting Incentives in Contests	Schlepütz, Volker

439	2009	A Genetic Algorithm for a Bi-Objective Winner-Determination Problem in a Transportation-Procurement Auction"	Buer, Tobias Pankratz, Giselher
440	2009	Parallel greedy algorithms for packing unequal spheres into a cuboidal strip or a cuboid	Kubach, Timo Bortfeldt, Andreas Tilli, Thomas Gehring, Hermann
441	2009	SEM modeling with singular moment matrices Part I: ML-Estimation of time series	Singer, Hermann
442	2009	SEM modeling with singular moment matrices Part II: ML-Estimation of sampled stochastic differential equations	Singer, Hermann
443	2009	Konsensuale Effizienzbewertung und -verbesserung – Untersuchungen mittels der Data Envelopment Analysis (DEA)	Rödder, Wilhelm Reucher, Elmar
444	2009	Legal Uncertainty – Is Harmonization of Law the Right Answer? A Short Overview	Wagner, Helmut
445	2009	Fast Continuous-Discrete DAF-Filters	Mazzoni, Thomas
446	2010	Quantitative Evaluierung von Multi-Level Marketingsystemen	Lorenz, Marina Mazzoni, Thomas
447	2010	Quasi-Continuous Maximum Entropy Distribution Approximation with Kernel Density	Mazzoni, Thomas Reucher, Elmar
448	2010	Solving a Bi-Objective Winner Determination Problem in a Transportation Procurement Auction	Buer, Tobias Pankratz, Giselher
449	2010	Are Short Term Stock Asset Returns Predictable? An Extended Empirical Analysis	Mazzoni, Thomas
450	2010	Europäische Gesundheitssysteme im Vergleich – Effizienzmessungen von Akutkrankenhäusern mit DEA –	Reucher, Elmar Sartorius, Frank
451	2010	Patterns in Object-Oriented Analysis	Blaimer, Nicolas Bortfeldt, Andreas Pankratz, Giselher
452	2010	The Kuznets-Kaldor-Puzzle and Neutral Cross-Capital-Intensity Structural Change	Stijepic, Denis Wagner, Helmut
453	2010	Monetary Policy and Boom-Bust Cycles: The Role of Communication	Knütter, Rolf Wagner, Helmut
454	2010	Konsensuale Effizienzbewertung und –verbesserung mittels DEA – Output- vs. Inputorientierung –	Reucher, Elmar Rödder, Wilhelm
455	2010	Consistent Modeling of Risk Averse Behavior with Spectral Risk Measures	Wächter, Hans Peter Mazzoni, Thomas

456	2010	Der virtuelle Peer – Eine Anwendung der DEA zur konsensualen Effizienzbewertung –	Reucher, Elmar
457	2010	A two-stage packing procedure for a Portuguese trading company	Moura, Ana Bortfeldt, Andreas
458	2010	A tree search algorithm for solving the multi-dimensional strip packing problem with guillotine cutting constraint	Bortfeldt, Andreas Jungmann, Sabine
459	2010	Equity and Efficiency in Regional Public Good Supply with Imperfect Labour Mobility – Horizontal versus Vertical Equalization	Arnold, Volker
460	2010	A hybrid algorithm for the capacitated vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints	Bortfeldt, Andreas
461	2010	A tree search procedure for the container relocation problem	Forster, Florian Bortfeldt, Andreas
462	2011	Advanced X-Efficiencies for CCR- and BCC-Modell – Towards Peer-based DEA Controlling	Rödder, Wilhelm Reucher, Elmar
463	2011	The Effects of Central Bank Communication on Financial Stability: A Systematization of the Empirical Evidence	Knütter, Rolf Mohr, Benjamin Wagner, Helmut
464	2011	Lösungskonzepte zur Allokation von Kooperationsvorteilen in der kooperativen Transportdisposition	Strangmeier, Reinhard Fiedler, Matthias
465	2011	Grenzen einer Legitimation staatlicher Maßnahmen gegenüber Kreditinstituten zur Verhinderung von Banken- und Wirtschaftskrisen	Merbecks, Ute
466	2011	Controlling im Stadtmarketing – Eine Analyse des Hagener Schaufensterwettbewerbs 2010	Fließ, Sabine Bauer, Katharina
467	2011	A Structural Approach to Financial Stability: On the Beneficial Role of Regulatory Governance	Mohr, Benjamin Wagner, Helmut
468	2011	Data Envelopment Analysis - Skalenerträge und Kreuzskalenerträge	Wilhelm Rödder Andreas Dellnitz
469	2011	Controlling organisatorischer Entscheidungen: Konzeptionelle Überlegungen	Lindner, Florian Scherer, Ewald
470	2011	Orientierung in Dienstleistungsumgebungen – eine explorative Studie am Beispiel des Flughafens Frankfurt am Main	Fließ, Sabine Colaci, Antje Nesper, Jens

471	2011	Inequality aversion, income skewness and the theory of the welfare state	Weinreich, Daniel
472	2011	A tree search procedure for the container retrieval problem	Forster, Florian Bortfeldt, Andreas
473	2011	A Functional Approach to Pricing Complex Barrier Options	Mazzoni, Thomas
474	2011	Bologna-Prozess und neues Steuerungsmodell – auf Konfrontationskurs mit universitären Identitäten	Jost, Tobias Scher, Ewald
475	2011	A reduction approach for solving the rectangle packing area minimization problem	Bortfeldt, Andreas
476	2011	Trade and Unemployment with Heterogeneous Firms: How Good Jobs Are Lost	Altenburg, Lutz
477	2012	Structural Change Patterns and Development: China in Comparison	Wagner, Helmut
478	2012	Demografische Risiken – Herausforderungen für das finanzwirtschaftliche Risikomanagement im Rahmen der betrieblichen Altersversorgung	Merbecks, Ute
479	2012	“It’s all in the Mix!” – Internalizing Externalities with R&D Subsidies and Environmental Liability	Endres, Alfred Friehe, Tim Rundshagen, Bianca
480	2012	Ökonomische Interpretationen der Skalenvariablen u in der DEA	Dellnitz, Andreas Kleine, Andreas Röder, Wilhelm
481	2012	Entropiebasierte Analyse von Interaktionen in Sozialen Netzwerken	Röder, Wilhelm Brenner, Dominic Kulmann, Friedhelm
482	2013	Central Bank Independence and Financial Stability: A Tale of Perfect Harmony?	Berger, Wolfram Kißner, Friedrich
483	2013	Energy generation with Directed Technical Change	Kollenbach, Gilbert
484	2013	Monetary Policy and Asset Prices: When Cleaning Up Hits the Zero Lower Bound	Berger, Wolfram Kißner, Friedrich
485	2013	Superknoten in Sozialen Netzwerken – eine entropieoptimale Analyse	Brenner, Dominic, Röder, Wilhelm, Kulmann, Friedhelm
486	2013	Stimmigkeit von Situation, Organisation und Person: Gestaltungsüberlegungen auf Basis des Informationsverarbeitungsansatzes	Julmi, Christian Lindner, Florian Scher, Ewald
487	2014	Incentives for Advanced Abatement Technology Under National and International Permit Trading	Endres, Alfred Rundshagen, Bianca
488	2014	Dynamische Effizienzbewertung öffentlicher Dreispartentheater mit der Data Envelopment Analysis	Kleine, Andreas Hoffmann, Steffen

489	2015	Konsensuale Peer-Wahl in der DEA -- Effizienz vs. Skalenertrag	Dellnitz, Andreas Reucher, Elmar
490	2015	Makroprudenzielle Regulierung – eine kurze Einführung und ein Überblick	Velauthapillai, Jeyakrishna
491	2015	SEM modeling with singular moment matrices Part III: GLS estimation	Singer, Hermann
492	2015	Die steuerliche Berücksichtigung von Aufwendungen für ein Studium – Eine Darstellung unter besonderer Berücksichtigung des Hörerstatus	Meyering, Stephan Portheine, Kea
493	2016	Ungewissheit versus Unsicherheit in Sozialen Netzwerken	Rödder, Wilhelm Dellnitz, Andreas Gartner, Ivan
494	2016	Investments in supplier-specific economies of scope with two different services and different supplier characters: two specialists	Fandel, Günter Trockel, Jan
495	2016	An application of the put-call-parity to variance reduced Monte-Carlo option pricing	Müller, Armin
496	2016	A joint application of the put-call-parity and importance sampling to variance reduced option pricing	Müller, Armin
497	2016	Simulated Maximum Likelihood for Continuous-Discrete State Space Models using Langevin Importance Sampling	Singer, Hermann
498	2016	A Theory of Affective Communication	Julmi, Christian
499	2016	Approximations of option price elasticities for importance sampling	Müller, Armin
500	2016	Variance reduced Value at Risk Monte-Carlo simulations	Müller, Armin
501	2016	Maximum Likelihood Estimation of Continuous-Discrete State-Space Models: Langevin Path Sampling vs. Numerical Integration	Singer, Hermann
502	2016	Measuring the domain-specificity of creativity	Julmi, Christian Scherm, Ewald
503	2017	Bipartite Strukturen in Sozialen Netzen – klassische versus MaxEnt-Analysen	Rödder, Wilhelm Dellnitz, Andreas Kulmann, Friedhelm Litzinger, Sebastian Reucher, Elmar
504	2017	Langevin and Kalman Importance Sampling for Nonlinear Continuous-Discrete State Space Models	Singer, Hermann
505	2017	Horizontal versus vertical fiscal Equalization	Anetsberger, Georg Arnold, Volker
506	2017	Formative and Reflective Measurement Models	Singer, Hermann
507	2017	Identifizierung von führenden Köpfen in terroristischen Netzwerken – ein entropiebasiertes Verfahren –	Dellnitz, Andreas Litzinger, Sebastian Rödder, Wilhelm
508	2017	Die Bedeutung der steuerlichen Norm § 5 Abs. 2 EStG für die handelsrechtliche Rechnungslegung	Meyering, Stephan
509	2018	Ein erweitertes Effizienzmaß für DMUs im BCC-Modell – eine ökonomiegerechte DEA-Anpassung –	Rödder, Wilhelm Dellnitz, Andreas Litzinger, Sebastian

