Protokoll zur den Prüfungen Lineare Algebra I und II (Kurse: 01102/3)

Datum : 26.9.2000

Dauer : je ca. 20 Min

Prüfer : Prof. Dr. Kamps

Noten : 1,0

Fragen zu LA1:

Definition Körper , Beispiele für Körper , kleinstmöglicher Körper mit Add. 1+1=0
Definition Vektorraum
Elemente des K^n - wie sind Addition und Multiplikation erklärt

Der von A induzierte Homomorphismus A^ von K^n nach K^m
(m,n) Matrizen
Dimension von $A_{m,n}$ (Begründung über die Basismatrizen)

Homomorphismen: Definition, Unterscheidung in injektive, surjektive, bijektive (--mehr hat schon nicht mehr interessiert) , Homomorphismen als Verknüpfung von Epi, Iso, Mono

Bildzerlegung eines Homomorphismus $f := in_f \circ b_f \circ \prod_f$ mit Erläuterung kanonische Projektion $\prod_f$, Inclusion in_f, b_f als Isomorphismus zwischen Faktorraum V/Kern f und Bild f; wie sieht der Faktorraum V/Kern f aus (Menge von Elementen)

Homomorphiesatz / Rangformel und daraus abgeleitet die Aussage zu der Lösungsmenge linearer homogener Gleichungssysteme (dim LG^0 = dim Kern A = n - rg A)

Rang einer Matrix
Bestimmung des Rang (elementare Zeilenumformungen) über die Zeilennormalform , graphische Erklärung der ZNF

Fragen zu LA2:

Diagonalisierbarkeit von Matrizen: warum kann man χ_A setzen als det(A-λE) ?
A diag <=> Basis des K^n von n linear unabhängigen Eigenvektoren , Übergangsmatrix M aus diesen EV kanonisch zusammengesetzt

Minimalpolynom μ_A: Definition , Eigenschaft im Zusammenhang mit dem characteristischen Polynom (hier hatte ich ziemlich ausführlich angesetzt mit irreduziblen Polynomen etc, er wollte aber nur hören, daß μ_A Teiler von χ_A ist)

Determinante eines Endomorphismus: Definition mit Erklärung Determinantenform
Woher kommt das n bei $\Delta \circ f^n$ (dim von V bei Δ:V->K)

Berechnen von Determinanten : explizite Formel mit Erläuterung von Signum, Inversionen, Permutationen
In der Praxis: Laplace - Laplace´scher Entwicklungssatz - Adjungierte einer Matrix
Spezialfall von Laplace: Entwicklung nach Zeilen/Spalten

Euklidische Vektorräume
Eigenschaften des Skalarprodukts
Norm/Betrag/Länge eines Vektors
Einführung von Winkeln zwischen x und y über das Skalarprodukt - Cauchy Schwarzsche Ungleichung

Satz von Riesz (Aussage - die Λ sind Isomorphismus bei endlichdimensionalen Vektorräumen - keine weiteren Fragen mehr im Zusammenhang mit adjungierten Homomorphismen)

Prof. Kamps bietet an, als Einstieg einen Kurzvortrag zu halten... den ich bei LA1 irgendwie nicht geschafft habe an den Mann zu bringen (fragt mich nicht wieso - die Frage, ob ich irgendwelche speziellen Wünsche hätte, habe ich in der Aufregung fehlinterpretiert und eh ich mich versah war er dann schon beim Fragen stellen), bei LA2 habe ich dann etwas zur Diagonalisierbarkeit von Matrizen an Hand von Eigenwerten, Eigenvektoren, Eigenräumen vorgetragen.

Hier brach Prof. Kamps dann gegen Ende ab und meinte, jetzt würde er die Sache selbst in die Hand nehmen. Er ging dann bei einigen Punkten noch ins Detail, d. h. man sollte sich zu dem Vortrag überlegen, welche Fragen dazu auftauchen könnten und die entsprechenden Begriffe und Erläuterungen sattelfest parat haben.

Kleine Ungenauigkeiten (d.h. Fehler im mathematischen Sinn ☺) darf man sich schon mal erlauben ... so man sie nach entsprechendem Hinweis oder Nachfragen seitens Prof. Kamps dann richtig korrigiert. Die Hinweise sind aber direkt genug um zu merken, wo genau man denn nun den Fehler gemacht hat.

Insgesamt verlief die Prüfung in entspannter Atmosphäre; auf Grund seiner ruhigen Art läßt Prof. Kamps auch einfach keine Hektik oder übermäßige Nervosität aufkommen. Zudem zeigte er auch persönliche Anteilnahme ; zumindest hatte ich nach der Prüfung den Eindruck, daß er sich mindestens genauso sehr über meine guten Noten freute wie ich mich. Prof. Kamps kann ich als Prüfer uneingeschränkt empfehlen.

Ich hatte Prof. Kamps vorher angerufen und er gab mir folgende Schwerpunkte bezüglich des Kurses:
(LA1) Körper, VR, Homomorphismen, Basis, Dimension, Bildzerlegung, Matrizen - VR der Matrizen, LGS, Lösbarkeitskriterien, Rang einer Matrix, Gauß Algorithmus, Invertierbare Matrizen: Characterisierung und Verfahren
(LA2) Theorie der Determinanten, Determinante einer Matrix, Laplace, Euklidische VR, Skalarprodukt; Konstruktion adjungierter Hom. , Gram-Schmidt'sches Orthogonalisierungs- bzw. normalisierungsverfahren, Orthogonalität/normalität; Eigenwerte, Eigenräume, Diagonalisierbarkeit, characteristisches Polynom, Minimalpolynom