Studienrichtung	Mathematik (Diplom II)
Fach	Analysis I (Kurs 01132)
Datum	15.02.2005
Prüfer	Prof. Dr. A. Duma
Note	1.0

1 Folgen

- Wie ist eine Folge definiert?
- Wie ist die Konvergenz einer Folge definiert?
- Wie lautet das Epsilon-N0-Kriterium für Konvergenz?
- Welche Kriterien kennen Sie sonst noch?
  - Endlich viele Abänderungen.
  - Konvergente Teilfolgen (notwendig).
  - Daraus ergibt sich mit Kontraposition gerade ein hinreichendes Kriterium für Divergenz.
  - Monotoniekriterium (hinreichend, aber z.B. wegen $(-1)^n \frac{1}{n}$ nicht notwendig).
  - Definition einer Cauchyfolge (und daraus abgeleitet das Cauchykriterium, welches den Vorteil hat, dass der Grenzwert a nicht bekannt sein muss).
- Wie ist eine Reihe definiert?
- Welche Kriterien für die Konvergenz von Reihen kennen Sie?
  - Da eine Reihe eine Folge von Partialsummen ist, gelten dieselben Kriterien wie bei den Folgen.
  - Aus absoluter Konvergenz folgt Konvergenz (hinreichend). Hier gab ich den Hinweis, dass dies mit dem Cauchykriterium und der Dreicksungleichung einfach zu beweisen sei.
  - Der Umkehrschluss trifft nicht zu (siehe die gegen $ln(2)$ konvergente Leibnizreihe und die divergente harmonische Reihe).
  - Leibnizkriterium mit monoton fallenden Nullfolgen.

2 Stetigkeit

- Definition?
- Folgenkriterium?
- Epsilon-Delta-Kriterium?
  - Hat den Nachteil, dass der Grenzwert bekannt sein muss, was beim Cauchykrit. nicht der Fall ist.
  - Cauchykriterium hingeschrieben.
- Warum ist Stetigkeit für uns so wichtig?
  - Intervalle werden auf Intervalle abgebildet (Vererbungsatz).
  - Kompakte Mengen werden auf kompakte Mengen abgebildet (Vererbungsatz von Weierstrass). Das bedeutet, dass $minf(I)$ und $maxf(I)$ existieren, was später in diversen Beweisen verwendet wird.
- Wie lautet der Satz über die Existenz einer Nullstelle?
- Welchen Satz kann man daraus ableiten?
  - Zwischenwertsatz.

3 Potenzreihen

- Definition von Potenzreihen? Was lässt sich damit anfangen?
  - Z.B. die Definition von „neuen“ Funktionen wie $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\exp(x)$ und $\ln(x+1)$ (letzteres nur für $x \in]-1,1[$)
- Erklären Sie den Begriff Konvergenzradius.
  - Satz von Hadamard mit Hinweis auf $\limsup$ erklärt.
- Wir interessieren uns in diesem Zusammenhang für verschiedene Arten von Konvergenz?
  - Auf der Konvergenzmenge ist die Potenzreihe auf jeden Fall punktweise konvergent.
  - Schränkt man die Konvergenzmenge auf geeignete Art und Weise ein (d.h. ein kompaktes Intervall $[a-\rho, a+\rho]$), so kann man auf diesem Intervall gleichmässige Konvergenz erreichen.
  - Diese ist erwünscht für die Vererbung von Eigenschaften an die Grenzfunktion. Z.B. Stetigkeit oder Beschränktheit.
- Welche Eigenschaften haben Potenzreihen?
  - Stetig und beliebig oft stetig differenzierbar.

4 Satz von Taylor

- Definition Taylorpolynom und Eigenschaften der Restfunktion?
  - Definition des Taylorpolynoms hingeschrieben.
  - $f(x) = T_n(x) + R_n(x)$, will heissen Approximation von f durch T_n.
  - Die drei Formeln (inkl. Bedingungen) hingeschrieben, welche die „Güte“ der Approximation beschreiben.

5 Riemann-Integral

- Welche Methoden kennen Sie um zu integrieren?
  - Man kennt die Stammfunktion oder versucht sie zu erraten, und schreibt das Int. dann einfach hin (keine sehr elegante Methode, aber manchmal ganz nützlich und zeitsparend).
  - Partielle Integration (Beweis mit Produktregel).
  - Substitutionsmethode (mit Hinweis auf den Transformationssatz aus ANII).
  - Uneigentliches Integral im Falle von unbeschränkten Intervallen oder Integranden.

6 Allgemeiner Eindruck

- Seine Ruhe geht sehr schnell auf den Studenten über, ich war nur gerade am Anfang etwas nervös. Er war äusserst gut gelaunt, was vermutlich auch Auswirkungen auf die gute Benotung hatte.
- Wenn man es schafft, einen Überblick über die Kurseinheiten zu geben und wenn man Zusammenhänge aufzeigen kann, werden fast keine Beweise verlangt.
- Kleinere Fehler oder Versäumnisse wirken sich nicht auf die Benotung aus.
- Man sollte sich ein paar wichtige, kurze Beweise einprägen. Diese kann man dann unaufgefordert an den Mann bringen, und so vielleicht die schwierigeren vermeiden.
- Herr Duma freute sich über jedes Beispiel oder Gegenbeispiel.
- Ich würde jederzeit wieder eine Prüfung bei ihm absolvieren. Viel Glück!

Mein Dank an alle welche auch Prüfungsprotokolle schreiben.