Gedächtnisprotokoll Mathe für Informatiker I

Prüfer: Prof. Peterson

Termin: 21.10.1999.

Prüfungsfragen:

- Definitionen: Lineare Unabhängigkeit, Basis, Dimension, Rang einer Matrix, Eigenwerte einer Matrix
- Lineares Gleichungssystem in Matrixdarstellung und Homogenisierung Zusammenhang Rang-Lösbarkeit-Dim Lösungsraum
- Dimensionsformel allgemein und bzgl. Linerare Gleichungssysteme in Matrixdarstellung
- Eigenwerte der Matrix Definition, Zusammenhang mit Charakteristischem Polynom mit Beweis

Die Fragen fand ich teilweise etwas verklausuliert und musste erst rausfinden, was Prof. Peterson von mir wollte. Angesichts meiner vielfach auch daraus resultierenden Rückfragen und Unsicherheiten war ich mit der Bewertung von 3.0 hoch zufrieden. Für mich zählte eh hauptsächlich das Bestehen, da mir aus beruflichen Gründen eine ordentliche Vorbereitung im erforderlichen Umfang für eine bessere Note nicht möglich war, und ich zu allem Überfluss wg. Verkehrsproblemen auch noch verspätet zur Prüfung und entsprechend abgehetzt erschienen bin.

Prüfung: Mathe für Informatiker I
Pnifer: Prof. Dr. Petersson
Termin: 02.07.98
Dauer: ca. 20 min

- Wie ist Lineare Unabhängigkeit definiert?
- Begriff der linearen Unabhängigkeit weiterleiten zum Begriff der Basis
  -- lineare Unabhängigkeit und Erzeugendensystem des Vektorraums
- Begriff der Dimension erläutern
  -- dim V = Anzahl der Elemente einer Basis, bei nicht endlich erzeugtem VR als unendlich definiert, 2 Basen eines Vektorraums haben gleiche Elementanzahl
- Seien U und U' zwei Untervektorräume. Wie kann man weitere Vektorräume erzeugen?
  -- $U \cap U$
  -- $U \cup U'$ ist kein Untervektorraum
  -- $U + U'$ ist ein Untervektorraum
- Dimension der Summe zweier Vektorräume
  -- $\dim (U+U') = \dim U + \dim U' - \dim (U \cap U')$
- Beweis: Jedes Element von U+U' is eindeutig in der Form u+u' darstellbar $\Leftrightarrow U \cap U' = \{0\}$
  -- Beweis der Proposition 2.6.11
- Dimensionsformel für lineare Abbildungen
- Kann man mit dieser Dimensionsformel was beweisen
  -- dim V = dim W, dann gilt: f injektiv $\Leftrightarrow$ f surjektiv $\Leftrightarrow$ f bijektiv (Satz 4.1.6)
- Definition von Linear-formen
- Aussage bezüglich der Dimensionsformel bei Linearformen
  -- Kern λ = dim V -1
- Was ist der duale Raum?
- Kennen Sie einen unendlich erzeugten Vektorraum?
- Warum ist Pol K unendlich erzeugt?
- Warum sind Polynome für die lineare Algebra wichtig
  -- Eigenwerte einer Matrix sind die Nullstellen des charakteristischen Polynoms
- Definition des charakteristischen Polynoms
- Wieviel Eigenwerte hat eine Matrix
  -- Maximal soviele Nullstellen wie Zeilen
- Warum hat eine Matrix soviele Eigenwerte
  -- Charakteristisches Poiynom hat max. n Nullstehlen (Nullstellen können in der Form (x-h) abgespaltet werden), Eigenwerte entsprechen diesen Nullstelllen, also max. n Eigenwerte
- Definition von algebraisch abgeschlossen
- Welcher Körper ist algebraisch abgeschlkossen?
  -- C
- Warum?
  -- Diese Frage mußte nicht mehr beantwortet werden.

Gedächtnisprotokoll

Vordiplomprüfung Mathe für Informatiker I

Datum: 10.03.1998
Prüfer: Prof. Dr. Petersson
Kurs: 1181

1. Deffinition Erzeugendensystem eines VR
2. Definition Dimension eines VR (einschl. Basissatz)
3. Dimension eines UVR; wann gilt dim V = dim U? (mit Beweisidee)
4. Besonderheiten der Matrixmultiplikation (nicht kommutativ, es gibt Nullteiler)
5. Kennen Sie einen VR mit unendlichem Erzeugendensystem? (Pos K)
6. Warum ist Pol K wichtig? (Defintion Eigenwertproblem, charakteristisches Polynom, etc.)

Vordiplomprüfung Mathe für Informatiker II

Datum: 13.10.1998
Prüfer: Prof. Dr. Petersson
Kurs: 1182

1. Defintion Supremum, Existenz und Eindeutigkeit (Beweisidee)
2. Zusammenhang Supremum und Folgen (Folge monoton steigend und beschränk => lim f =sup)
3. Beispielfolge $a_n=(-1)^n/n$ diskutiert
4. Leibnizkriterium für alternierende Reihen beschrieben
5. Stetige Funktion; Eigenschaften auf kompakten Intervallen
6. Differenzierbare Funktionen; Eigenschaften auf kompakten Intervallen (Zwischenwertsatz)

Bemerkungen:
Prof. Petersson bietet eine Vorbesprechung an, die man nutzen sollte. Einschränkungen zum Stoff macht er dabei leider kaum.
Bei der ersten Prüfung waren seine Fragen sehr gezielt, und er erwartete kurze Antworten. Das Tempo empfand ich als sehr hoch; viel Zeit zum Nachdenken blieb nicht.
Bei der zweiten Prüfung empfand ich viele Fragen als sehr schwammig. Erst nach mehrmaligem Nachfragen wusste ich, worauf die Frage zielte.

Nach der ersten Prüfung hätte ich Prof. Petersson als Prüfer uneingeschränkt empfohlen, nach der zweiten bin ich mir nicht mehr so sicher. Es hängt wohl auch von der eigenen Tagesform ab, ob man mit seiner Art, Fragen zu formulieren, zurecht kommt oder nicht.

Protokoll

Vordiplom-Prüfung Mathematik für Informatiker Teil I

Prüfer: Prof. Dr. Petersen
Termin: 17.01.98
Note: 4

Schon die erste Frage überraschte mich - schließlich war ich auf Vektoralgebra vorbereitet.

P.P.: Was ist das Prinzip der vollständigen Induktion. wie wird es definiert?
Ich: Wir zeigen die Gültigkeit einer Aussage für eine Zahl n, indem wir deren Richtigkeit für 0 und 1 zeigen, dann die Gültigkeit für k voraussetzen und unter dieser Voraussetzung die Gültigkeit für n = k + 1 zeigen.
P.P.: Wie sagen wir zur Voraussetzung auch noch?
Ich: Induktionsvoraussetzung.
P.P.: Gut. Dann geben Sie jetzt mal 'ne Aussage vor und beweisen diese durch vollständige Induktion!
ich: (Ich nahm die Summenformel $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$

Bei der I-Voraussetzung - ich schrieb $\sum_{i=1}^{n=k}$ -hakte PP ein.)

P.P: Was soll das n = k über einem Summenzeichen?
Ich: Ich meine damit, daß die Formel für ein spezielles n = k als richtig vorausgesetzt wird.
P.P.: So hab ich das noch nie gesehen!
Ich: (Ich strich n = weg, es blieb $\sum_{i=1}^{k}$.)
P.P.: Jetzt sieht das doch schon besser aus.
Ich. (Führte Beweis zu Ende)
P.P.: Kommen wir zu den Vektorräumen. Welcher wichtige Begriff zu den Vektorräumen fällt Ihnen hier ein?
Ich: Nun, z. B. Basis oder Dimension.
P.P.: Richtig.Wie definieren wir Basis?
Ich: Sind n Vektoren eines Erzeugendensystems linear unabhängig, n+1 aber linear abhängig, so nennt man ein solches Erzeugendensystem eine Basis. Man könnte aber auch sagen...
P.P.: Lassen Sie, eine andere Definition will ich nicht wissen. Was wissen Sie über die Basen eines Vektorraumes?
Ich: Sie sind gleichmächtig.
P.P.: Das genügt mir nicht.
Ich: Jeder Vektorraum hat wenigstens eine Basis. Außerdem... (jetzt wollte ich die Punkte a) bis f) des Satzes 3.3.1 aufzählen)
P.P.: (Unterbrach mich) Das ist nicht mehr der Basissatz.
Ich: (Zaghafter Widerspruch) Es steht aber so in der KE !
P.P.: Die anderen Punkte sind aber nicht mehr der Basissatz! Was ist noch interessant an der Basis?
Ich: Sie erzeugt den Vektorraum.
P.P.: Gibt es Vektorräume ohne Basis?
Ich: (Nach einigem Überlegen) Die leere Menge.
P.P.: Die leere Mengen ist doch kein Vektorraum! Vektorräume ohne Basis gibt es nicht. Keine Basis - kein Vektorraum. So schwer ist das doch nicht. Weiter: Und welche Zahl ist mit Blick auf die Basis noch interessant?
ich. Die Dimension.
P.P.: Definieren Sie Dimension!
Ich: (Definition)
P.P.: Für die Dimension gibt es verschiedene Formeln. Nennen Sie eine!
Ich: m = dim V = dim Bild(f)+dim Kern(f).
P.P.: Was ist f?
Ich: (Schrieb „f V W" und sagte dazu) f ist ein Homomorphismus von V in W.
P.P.: Schreibt man das so?
Ich. Nein. (Und schrieb: f: V $\rightarrow$ W)
P.P.: Jetzt sieht das schon besser aus. Und jetzt definieren Sie Kern.
Ich: (Schrieb und erläuterte: Kern f :={x I f(x)=O, x$\in$V, f$\in$Hom)
P.P.: Das ist so nicht richtig.
Ich: (Wußte nicht, was er wollte) Ich wüßte nicht, wie ich's anders definieren sollte?
P.P.: Da fehlt was.
Ich: (Jetzt kam mir die Erleuchtung: Hinten fehlte die Klammer! Ich schrieb sie hin.)
P.P.: (Nickt) Jawoll! - Was ist der Kern bezogen auf V?
Ich: Ein Untervektorraum.
P.P.: Dann definieren Sie mal Untervektorraum

Ich: (Schrieb: $f(\alpha u+\beta v) = 0$ Sagte) Das ist zu zeigen.(Dann schrieb ich

$$f(\alpha u)+f(\beta v) = 0$$
$$\alpha f(u)+\beta f(v) = 0$$
$$\alpha\cdot 0 + \beta\cdot 0 = 0$$

und sagte dazu) Also ist $\alpha u+\beta v \in$ Kern f.

P.P.: Das geht so nicht.

Ich: (Nach kurzer Überlegung) Ich hätte nicht am Anfang gleich schreiben dürfen $f(\alpha u+\beta v) = 0$, das will ich ja erst zeigen.

P.P.: Sehn Sie. Aber gut. Was ist eine Linearform?

Ich: Eine Abbildung $: V \to K$, wobei gilt $(\lambda+\mu)(v) = \ldots$

P.P.: Nein, nein, ich will die Rechenregeln nicht wissen. Was ist eine Linearform?

Ich: Ich weiß jetzt nicht, wo sie hinwollen.

P.P.: Was ist ein Linearform noch?

Ich: (?)

P.P.: Was für eine Abbildung ist das?

Ich: Ein Homomorphismusl (Und etwas verärgert) Hätten Sie mich bei den Rechenregeln nicht unterbrochen, wär' ich noch dort hingekommen.

P.P.: Wenn eine Linearform ein Homomorphismus ist, was ist dann der Kern?

Ich: Die Hyperebene.

P.P.: Wie definieren Sie Hyperebene?

Ich: (Sagte die Definition auf. Bis jetzt waren 12 min vergangen)

P.P.: Gut. Kommen wir zu den Polynomen. Was ist ein Polynom?

Ich. (Die Definition wußte ich noch, sozusagen aus der Schulzeit. Ansonsten hatte ich die Seiten über Polynome nur überflogen, weil mir dieser Teil des Kurses im Verhältnis zu seinem eigentlichen Anliegen und für sein Verständnis recht unwichtig erschien.)

P.P.: Wieviel Nullstellen hat ein Polynom höchstens?

Ich : Soviel wie die höchste Potenz der Variablen.

P.P.: Wie kann man das noch sagen?

Ich: (?)

P.P.: Ich hätte das gern exakter.

Ich. Geht das noch genauer?

P.P.: Die Anzahl der Nullstellen von f in K ist gleich dem Grad von f in K, wenn man jede Nullstelle so oft zählt, wie es ihre Vielfachheit verlangt und wenn K abgeschlossen ist.

Ich: Ja.

P.P.: Hat ein Polynom immer eine Nullstelle?

Ich : Das hängt vom Körper ab.

P.P.: Das möchte ich genauer wissen.

Ich: Wenn K algebraisch abgeschlossen ist.

P.P.: Was ist dann?

Ich: Dann hat das Polynom wenigstens eine Nullstelle.

P.P.: Wenn ich die Nullstelle kenne, was kann ich dann tun?

Ich: (?)

P.P.: Denken Sie an Faktoren!

Ich : Ich kann Faktoren abspalten.

P.P.: Wenn Sie einen Faktor abspalten, was gibt das dann?

Ich: Wieder ein Polyom.

P.P.: Das ist mir zu ungenau. Wenn Sie einen Faktor abspalten, was gibt es dann?

Ich: (?)

P.P.: Wenn λ eine Nullstelle vom Polynom f ist, dann gibt es ein Polynom f_1, so daß f gleich dem Produkt des Faktors und von f_1 ist. - Was wissen Sie über die Division <u>mit Rest</u> von Polynomen, vorausgesetzt, der Divisor ist ungleich O?

Ich: Wenn der Divisor keine Nullstelle ist, dann ist sie möglich.

P.P.: Das ist mir zu vage!

Ich: (Hier wollte P.P. offenbar den Satz und die Erklärung 7.4.4 hören, ich hatte aber beides nicht im Kopf. Also zuckte ich nur schweißgebadet mit den Schultern.)

P.P.: (Blickt auf die Uhr) 25 Minuten? Gut, die Zeit ist um.

Zusammenfassung: Ich hatte zwar bestanden. aber mit der Note war ich natürlich nicht zufrieden. Gemessen am Gesamtumfang des Kurses wurde die Prüfung aus meiner Sicht zu einseitig auf die Polynome eingeschränkt. Hier biß sich der Professor fest. Mein ganzes schönes Wissen über Determinanten, Matrizen, Abbildungen usw., über Wochen in akribischer Vorbereitung erworben und mit Fachliteratur erweitert (einige Professoren gefällt es sehr, wenn man mehr lernt, als man muß), war für die Katz. Mein Tip: Macht keine Prüfung bei den Autoren der KE. Die kennen offenbar ihre Texte bis ins letzte Detail, und wenn sie wollen, kriegen sie jeden, es sei denn, man lernt den ganzen Kurs auswendig. Und noch ein Hinweis: Schreibt eure Formeln und Terme, als macht ihr gerade eine Druckvorlage und hättet keine Möglichkeit einer nachträglichen Korrektur. Viel Glück!!

Vordiplom Mathematik für Informatiker I

Datum: 18.04.1996 (12.00 Uhr)
Prüfer: Prof. Petersson
Kars: 1181

1. Komplexe Zahlen

- *Darstellung : $a + b*i$ (auch graphisch im Koordinatensystem)*
- *Zurückführung auf IR2: Die Menge IR2 mit den Verkniipfingen Addition und Multiplikation bilden den Körper der Komplexen Zahlen (beide Verkniipfingen explizit angeben)*
- *Darstellung in Polarkoordinaten: $x = |x| * (\cos f + i * \sin f)$ (auch graphisch)*
- *geometrische Deutung der Multiplikation:*
  - *Multiplikation der Abstünde vom Nullpunkt ($|x|$)*
  - *Addition der mit der reellen Achse eingeschlossenen Winkel (f)*

2. Vektorraum

- *Dimension eines Vektorraumes:*
  - *falls endlich erzeugt: Anzahl Elemente einer Basis*
  - *falls unendlich erzeugt: unendlich*
  - *--> ein endlich erzeugter Vektorraum besitzt mindestens eine Basis*
  - *--> je zwei Basen eines endlich erzeugten Vektorraumes besitzen gleich viele Elememte (mit Beweis)*
- *Hom(V,W):*
  - *Menge aller Vektorräume von V in W*
  - *bildet mit den Verknüpfungen Addition und skalare Multiplikation einen Vektorraum*

3. Vektorraum-Homomorphismus

- *Definition*
- *Injektivitätskriterium (mit Beweis)*

4. Isomovphie von Hom (V, W) und MA Tm,n(K)

- *Definition eines Isomorphismus*
- *Definition der Matrix Mc,b(f)*
- *Definition der Abbildung Mc,b*
- *Dimension von Hom (V, W)*

Prüfung: Mathematik für Informatiker I

Prüfer: Prof. Petersson
Termin: Februar '96
Dauer: 25 min.
Note: 1,0

- Wie ist der Begriff der linearen Unabhängigkeit von Vektoren definiert8
- Wie kann man diese Definition mathematisch exakt hinschreiben8
- Wie ist die Dimension eines Vektorraumes definiert ?
- Wie beweist man, daß alle Basen eines Vektorraums gleich viele Elemente haben ?
- Wie verhält sich die Dimension eines Untervektorraums zur Dimension seines Vektorraums?
- Wie beweist man dim U ≤ dim V ?
- Während meiner Beweisausführungen haben wir die Menge $\mathbb{N}^0$ vertieft.

. Wie ist die Matrix eines Homomorphismus f definiert 8

- Was ist $M_{C,B}$? (Hier wollte Prof. Petersson auf den Begriff des Isomorphismus hinaus)
- Was kann man über die Nullstelle von Polynomen sagen ?
- Warum gibt es in C maximal grad Pol Nullstellen ? (C ist algebraisch abgeschlossen. Das ist aber sehr schwierig zu zeigen)
- Warum ist Pol K interessant für die Lineare Algebra ? (Pol K ist UVR von Abb (X,K), unendlich erzeugt, im Kurs aber als Einführung zu dem Kapitel: Eigenwerte)
- Worin besteht dieser Zusammenhang ? (Nullstellen des charakteristischen Polynoms einer Matrix sind genau deren Eigenwerte)

Prof. Petersson ist ein sehr netter Prüfer. Meistens erwartet er nur kurze Antworten, so daß man keine Gelegenheit hat, den Verlauf der Prüfung zu bestimmen. Manchmal werden aber auch Fragen gestellt, deren Beantwortung einen guten Überblick über den Stoff erfordern.
Prof. Petersson bietet zur Prüfung eine Vorbesprechung an, die man nutzen sollte. Einschränkungen des Stoffes werden nur bei den Beweisen zu zeilenrang = spaltenrang, der Existenz und Eindeutigkeit der Determinate und dem Satz von Hamilton-Cayley gemacht.