Kurs 01243 „Anwendungsorientierte Funktionalanalysis“
Mündliche Klausur bei Professor Beekmann, Dauer ca. 40 Min., Aug 1998

Beekmann: Womit wollen Sie anfangen?
Banachscher Fixpunktsatz.
Ich erläuterte ihn mit Voraussetzungen, Fixpunkt und Iterationsfolge. Als ich zu den Abschätzungen kommen wollte, unterbrach mich Herr Beekmann.

Beekmann: Können Sie den Satz beweisen? Oder wenigstens die Beweisidee skizzieren?
Er half mir mit dem Begriff Cauchy-Folge. Insbesondere kam es ihm darauf an zu hören, wie die Vollständigkeit in den Beweis eingeht. In diesem Zusammenhang wollte er die Definition von Cauchy-Folge und Konvergenz hören.

Beekmann: Welche Anwendung kennen Sie und erläutern Sie diese?
Ich nannte das Lösen linearer Gleichungssysteme. Hier wollte er genau erläutert haben, wie man auf die Fixpunktform kommt, daß die lub-Norm die Operatornorm ist und wie man darauf kommt, dass
Die Operatornorm von A < 1 sein muß.
Zwischendurch schob er Fragen, wie man Stetigkeit zeigen kann, was Vollständigkeit ist und was ein Banachraum ist.

Beekmann: Da gibt es ja wunderschöne spezielle Banachräume. Was wissen Sie dazu?
Hilberträume. Hierzu wollte er die Definition des Hilbertraums und die der Norm wissen, wobei ihm eine mündliche Aufzählung reichte. Die Frage nach der Definition der Orthogonalität folgte.

Beekmann: Wie erhält man aus einer Norm das Skalarprodukt?
Er gab sich zufrieden damit, dass ich das Parallelogrammgesetz erwähnte. Nun folgten Fragen zur Definition der Hilbertbasis, des Orthogonalsystems und seiner Vollständigkeit. Er ging über zur Besselschen Ungleichung, zur Parsevalschen Gleichung und zur Cauchy-Schwarzschen Ungleichung und fragte nach Zusammenhängen in Bezug auf Hilbertbasis und ihre Fourier-Reihe.

Beekmann: Wie man die Stetigkeit zeigen kann, sagten Sie ja schon. Oft ist dies aber gar nicht so einfach. Was macht man da?
Er wollte nun das Fehlkonvergenzprinzip hören und fragte nach der Definition der Abgeschlossenheit. So kam er zum Graphen. In diesem Zusammenhang fragte er nach dem Produktraum und der Produktnorm.

Beekmann: Was ist eine adjungierte Abbildung?
Es kam ihm auf die Definition an. Er schloss die Begriffe selbstadjungiert und dual (kein Skalarprodukt!) an und kam so auf den Rieszschen Darstellungssatz zu sprechen. Es folgten noch Fragen zur Definition von Spektrum und Eigenwerten und insbesondere über ihre Eigenschaften bei kompakten Operatoren.

Beekmann: Nennen Sie mir ein Beispiel für einen Hilbertraum!
K^n. Als er noch einen unendlichdimensionalen wissen wollte, nannte ich l^2. Er sprach auch L^2 an und fragte nach der Definition und nach dem Isomorphismus zwischen l^2 und L^2.

Bemerkungen:
Herr Beekmann prüfte sehr streng. Die Atmosphäre war sehr sachlich und freundlich. Die Fragen waren exakt gestellt. Es ist allerdings ratsam, nicht nur die Frage zu beantworten, sondern auch Beispiele etc. von sich aus anzufügen. Die Note 2 habe ich mir hart verdient.