

Prüfungsprotokoll Numerische Mathematik I (01271)  
Prüfer: Prof. Locher  
Datum: 07.08.06  
Note: 2,0

Prof. Locher wollte von mir wissen, womit ich anfangen wolle. Er teilte mir mit, dass zwei der drei Interpolationsarten in der Prüfung behandelt würden und ich mir nun eine aussuchen könnte. Ich wählte Polynome.

Was ist überhaupt das Interpolationsproblem?

- Es gibt Stützstellen und Stützwerte, die normalerweise Funktionswerte einer Funktion  $f$  an den Stützstellen sind. Es ist eine Funktion gesucht, die diese Werte interpoliert, d.h. an den Stützstellen die Funktionswerte annimmt. Da es unendlich viele solcher Funktionen gibt, beschränkt man sich bei der Interpolationsfunktionen auf irgendeine Art von Funktion, und in unserem Fall sind das Polynomfunktionen  $n$ -ten Grades, wenn man  $n+1$  Stützstellen gegeben hat.

Warum Polynomfunktionen  $n$ -ten Grades?

- Weil es genau ein Polynom  $n$ -ten Grades gibt, das die Stützwerte interpoliert -> Beweis; Ein Teil des Beweises ist ja konstruktiv, so dass es hier zu den Lagrange-Grundpolynomen ging (habe ich übrigens falsch ausgesprochen, was IMHO natürlich keinen Einfluss auf die Note hatte; War auch nicht das einzige, weil ich eben nur aus schriftlichen Dokumenten lerne...).

Definition des Lagrange-Grundpolynoms? Was ist der Clou bei denen?

- Da habe ich erzählt, wie man das eben interpoliert.

Was wissen sie zum Interpolationsfehler?

- Interpolationsfehler definitionsgemäß als Differenz zwischen Interpolationspolynom und ursprünglicher Funktion  $f$  dargestellt. Dann habe ich das nochmal als dividierte Differenz (allerdings nicht richtig, mit Prof. Lochers Hilfe habe ich es dann noch hinbekommen)

Nächstes Thema: Im Kurs hatten wir bestimmte komplexe Funktionen interpoliert. Was können sie darüber sagen?

- Hier wollte er die komplexe Einheitswurzel angesprochen haben. Wir haben erstmal festgestellt, wie die komplexe Einheitswurzel überhaupt definiert ist (nämlich als Nullstelle von  $(t^N)-1$ , was ich zuerst nicht richtig gemacht habe) und dann, dass es sich dabei um die Ecken des regelmäßigen  $N$ -Ecks im komplexen Einheitskreises handelt (wobei ein Punkt des  $N$ -Ecks die 1 ist).

Was ist eine primitive Einheitswurzel?

- So explizit hat er das gar nicht gefragt, aber es kam auch zur Sprache. Von denen kann es mehrere geben, das war mir vorher nicht so klar.

Stellen sie mal das komplexe Interpolationsproblem dar!

- Erstmal war hier das allgemeine Polynom  $p(x) = \sum_{k=0, \dots, N-1} (a_k * x^k)$  hinzuschreiben. Wichtig ist, dass das Polynom hier - im Gegensatz zum allgemeinen Polynomfall - nur Grad  $N-1$  hat. Durch die Bedingungen  $p(w_N^{ny}) = y_{ny}$  interpoliert das Polynom dann die Stützwerte  $y_{ny}$  an den Stellen  $w_N^{ny}$  ( $ny=0, \dots, N-1$ ). Die Ermittlung des Interpolationspolynoms führt zu einem LGS mit der Matrix  $W_N$ .

Was ist das Inverse dieser Matrix? Wie sieht der Fourier-Koeffizient aus?

- Steht ja im Skript

Das bringt uns zur Gauss-Elimination. Wie geht das, wofür ist das?

- Das Verfahren erklärt.

Wie kann man hier evtl. eine LR-Zerlegung bekommen?

- Es entstehen ja Einzelmatrizen  $L_1, \dots, L_N$ , das Inverse ist dann die gesuchte Matrix  $L$ . Das Ergebnis des Algorithmus ist  $R$ . Das geht aber nur, wenn die Permutationsmatrizen die Einheitsmatrizen sind, also die Diagonalelemente die Pivot-Elemente sind.

Wie löst man das LGS, wenn man eine LR-Zerlegung hat?

- Von oben nach unten, bzw. von unten nach oben, wie im Skript beschrieben.

Was gibt es noch für Möglichkeiten, eine LR-Zerlegung zu bekommen?

- Chomsky-Algorithmus für positiv definite Matrizen beschrieben. Dabei entsteht ja eine LR-Zerlegung mit der Besonderheit  $R=L^H$ . Leider bin ich darauf nicht gekommen, das hat mich vermutlich die 1 vor'm Komma gekostet.

Was ist eine positiv definite Matrix?

-  $A$  ist positiv definit, wenn  $xAx > 0$  (für alle Vektoren  $x$ ) und (das ist wohl nicht immer so definiert, aber zumindest in diesem Kurs), wenn  $A$  hermitesch ist, also  $A=A^H$ .

Fazit: Numerische Mathematik I gehört sicherlich nicht zu den einfachsten Kursen an der FernUni. Die Prüfung ist da bestimmt keine Ausnahme, das spiegelt sich wohl auch in den anderen Prüfungsprotokollen wieder. Ich selbst habe verhältnismäßig viel gelernt und die Note ist für meine Verhältnisse eher im unteren Spektrum anzusiedeln. Trotzdem versteht es Prof. Locher, dem Prüfling keinen Strick aus Fehlern zu drehen, das verschafft eine angenehme Prüfungsatmosphäre. Die Benotung empfinde ich auch als fair, ich hatte während der Prüfung schon den einen oder anderen Hänger; trotzdem glaube ich, dass ein anderer Prüfer (obwohl man meines Wissens im Moment gar keine Wahl hat) die Prüfung inhaltlich vielleicht einfacher gestaltet hätte, so dass der Prüfling gar nicht so viele Fehler macht, die man tolerieren muss. Letzteres ist allerdings nur Spekulation, vielleicht hat es Numerik halt einfach in sich.

# Prüfungsprotokoll: Numerische Mathematik 1

Das ist das Protokoll meiner letzten Prüfung für das Vordiplom bei Prof. Locher. Die Prüfung fand am 27.03.06 statt. Beisitzer war Herr Horst. Ich durfte mir ein Einstiegsthema aussuchen. Habe FFT ausgewählt. Er wollte wissen, worum es bei dem Algo geht. Es ging um die Berechnung von  $c_\mu^{(N)}(f)$ . Er wollte nur die rekursive Version von dem Algo sehen. Habe ich auch gemacht. Er hat dann auch teilweise abgekürzt. Wollte die genaue Rechnung von  $c_\mu^{(N/2)}(f^{(\lambda_0)})$  nicht sehen. Er hat sich für die Endversion von dem rekursiven Algo interessiert. Dann ist er auf Polynominterpolation im Komplexen gekommen. Habe gedacht, dass er direkt auf das komplexe trigonometrische Polynom  $T_n$  hinaus wollte. Sollte jedoch erstmal  $p_{N-1}(t) = \sum_{v=0}^{n-1} \alpha_v t^v$  schreiben und sagen, an welchen Stellen interpoliert wird. Habe gesagt, dass die Stützstellen  $(\omega_N^\mu)$  und die Werte  $f_\mu$  für  $\mu = 0 \dots N - 1$  seien. Dann sollte ich eine Zeichnung von dem Einheitskreis machen und zeigen, wo die Stützstellen auf dem Einheitskreis liegen. Habe dann geantwortet, dass die Stützstellen auf dem regelmäßigen N-Eck auf dem Einheitskreis liegen. Dann ist er auf die diskrete Fourier-Matrix  $W_N$  eingegangen. Ich sollte ihm einige Besonderheiten von dieser Matrix nennen. Die leichte Invertierbarkeit war das einzige was mir einfiel. Er hat dann noch eine weitere dazu ergänzt. Nämlich, dass  $(\omega_N^\mu)^v = (\omega_N^v)^\mu$  gilt. Wollte wissen, warum das so ist. Wusste ich leider nicht. Die Antwort lautet, dass  $\mu \cdot v = v \cdot \mu$  gilt, weil  $v$  und  $\mu$  ganze Zahlen sind und  $(\mathbb{Z}, \cdot)$  kommutativ ist. Von hier aus ging es mit der Prüfung bergab. Er ist dann zu dem Thema Splines gewechselt. Habe die Definition von Splines aufgesagt. Dann wollte er wissen, welche Splines besonders interessant waren. Das waren natürlich die kubischen Splines. Er wollte wissen, wie ein kubischer Spline  $S$  aussieht und ich habe ihm die Abb. 4.18 auf S. 138 gezeichnet. Prof. Locher hat dann die Stellen 0,1,2,3,4 markiert und wollte wissen, was da so besonderes daran ist. Konnte nur sagen,  $S(2) = \frac{2}{3}$  ist und das  $S$  ausserhalb von  $[0, 4]$  gleich Null ist. Mehr wusste ich nicht. Hat mir noch ein paar Hilfestellungen gegeben. Es ging um Anschlussstellen und Ableitungen, aber leider wusste ich nicht, was die Antworten waren. Ist auch dann zum Thema Cholesky-Verfahren gewechselt. Er wollte wissen, was das ist und bei welchen Matrizen man das anwenden kann. Bei positiv definiten Matrizen, die noch regulär sind, wollte er es genauer wissen. Es ging um die Herleitung des Verfahrens auf S. 257/258, in der auch gezeigt wird, dass die Voraussetzungen notwendig sind. Konnte da auch nicht viel dazu sagen, da ich nur einen expliziten Algorithmus für das Cholesky-Verfahren kannte, aber nichts über die Herleitung bzw. über den rekursiven Ansatz sagen konnte. Er wollte auch nicht unbedingt, dass ich was über einen expliziten Algorithmus mit Hilfe des Falk-Schemas erzähle, da er meinte, dass das nur rein mechanisches Rechnen sei. Habe diesbzgl. mit dem Buch 'Numerische Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler' gelernt, da das Cholesky-Verfahren besser erklärt wird, meiner Meinung nach. Habe ihm gesagt, dass ich über das Cholesky-Crout Verfahren die Korrektheit bzw. die Herleitung erklären wollte, aber das wollte er nicht. Dann ist er zu Kapitel 8 gewechselt. Er wollte die Definition von einem

Graphen  $G = (V, E)$  hören. Bei der Antwort war ich nicht präzise genug. Habe auch teilweise mit einer Zeichnung die Definition erklärt.  $V$  ist eine endliche Menge und  $E \subseteq V \times V$ . Er wollte wissen, was die zusätzliche Eigenschaft des ungerichteten Graphen ist. Ist noch kurz auf die Nummerierung eines Graphen eingegangen. Dann musste ich den Zusammenhang zwischen Matrix und Graphen erklären. Habe gesagt, dass eine Matrix in einen Graphen umgewandelt werden kann, was natürlich falsch war. Hat mich ein bisschen korrigiert und bin erst spät darauf gekommen, dass das Besetzungsmuster einer Matrix in einem Graphen dargestellt werden kann. Also  $(i, j) \in E$ , wenn  $a_{ij} \neq 0$ . Dann ist er auf das symbolische Cholesky-Verfahren gekommen. Wollte einige Hintergründe dazu wissen, die auf S. 303 angesprochen wurden. Habe mir aber leider dazu nur den Algo angeguckt und wusste somit nichts über die Hintergründe, so dass ich nicht so viel dazu sagen konnte. Durfte aber am Ende den Algo beschreiben. Dann wurde ich nach draussen geschickt. Die Note war 2.7

### **Annmerkung:**

Ich habe während ich Numerik belegt habe, grosse Schwierigkeiten mit dem Stoff gehabt, so dass ich sehr demotiviert an den Stoff herangegangen bin. Die Lernphase war schon mehr als nervig, da ich mit den ganzen Indizes auf dem Kriegsfuss war. Für mich war der Stoff sehr schwer zu lernen. Ich habe mich dann teilweise auf die Unterlagen von den Studentagen verlassen und habe mich kaum mit den Hintergründen bzw. auch mit der Herleitung von einigen Sachen befasst. Das ist in der Prüfung deutlich geworden. Zu der Prüfung muss ich sagen, dass Prof. Locher sehr viel Geduld mit mir hatte, da ich meiner Meinung nach ab dem zweiten Thema in der Prüfung nicht so viel zustande bekommen habe. Ich empfinde die Note als sehr gerecht. Viel Glück bei Euren Prüfungen.

## Numerische Mathematik I (01271)

7.3.2005

Prüfer: Herr Prof. Locher

Dauer: ca. 25 Minuten

Note: 3,0

- Mit welchem Thema möchten Sie anfangen ?

*Polynom- und Spline-Interpolation*

- Dann erzählen Sie einmal, was Ihnen dazu einfällt !

*allgemeine Problemstellung der Polynominterpolation, höchstens eine Lösung (nach Fundamentalsatz), wegen Herleitung durch Lagrange-Polynome genau eine Lösung, Newton-Darstellung, dividierte Differenzen*

- Wie kann man den Fehler des Interpolationspolynoms abschätzen ?

*Cauchy-Restdarstellung (das konnte ich allerdings nicht angeben)*

*Irgendwie kamen wir jetzt zu den komplexen Einheitswurzeln. Ich hatte hier leider ein Blackout, so das ich hier überhaupt nichts auf die Reihe bekam. Schließlich erlöste Prof. Locher mich und ging zum nächsten Thema über.*

- Was sind Splines ?

*informelle Beschreibung (zusammengesetzte Polynome mit stetigen Ableitungen an den Knoten), konkrete Formulierung mit Hilfe von Bernstein-Polynomen*

- Was sind Bernstein-Polynome, welche Eigenschaften haben diese ?

*Definition, Nullstellen, strikt positiv zwischen 0 und 1, genau ein Maximum, Basis des entsprechenden Polygon-Vektorraums*

- Wie müssen bei einem Spline die Koeffizienten der Bernstein-Polynome aussehen ?

*Müssen so sein, dass stetige Ableitung an den Knoten möglich ist (das wollte Prof. Locher genauer haben, hatte ich allerdings nicht parat)*

- Was sind kubische B-Splines ?

*Darstellung eines kubischen Splines mithilfe geschifteter B-Splines, Definition von geschifteten B-Splines*

- In der Summendarstellung werden  $k+1$  Parameter verwendet, aber es werden  $k+3$  Parameter benötigt. Wo kommen die fehlenden zwei Parameter her ?

*Durch Steigung des Splines bei 0 und  $k$ .*

- Was ist die Cholesky-Zerlegung? Erklären Sie diese symbolisch!

*Erläuterung Zusammenhang Matrix  $\leftrightarrow$  ungerichteter Graphen, Definition des zur Matrix gehörenden Graphen, Erläuterung des „Fill-ins“ am einem kleinen Beispiel*

- Warum können bei der zugehörigen Matrix alle Diagonal-Elemente als Nicht-Null angenommen werden ?

*Cholesky-Zerlegung bezieht sich auf positiv-definite Matrix (Definition von positiv-definit angegeben), daher positive Diagonal-Elemente*

- Dann warten Sie mal draußen!

Allgemeiner Eindruck:

*Ich hatte mich bei meiner Vorbereitung primär auf die Bereiche Polynom- und Spline-Interpolation sowie Gauss-Elimination und Cholesky-Zerlegung (auch symbolisch) konzentriert, da diese Themen auch in den anderen Prüfungsprotokollen vorkamen. Ich hatte die anderen Themen nicht ganz so intensiv bearbeitet und konnte leider bei den komplexen Einheitswurzeln überhaupt nichts Sinnvolles sagen. Da ich die anderen Themen laut Prof. Locher „ordentlich“ hibekam, empfinde ich die Note als gerecht.*

Viel Glück bei Eurer Prüfung !

## Numerische Mathematik I (01271)

12.08.2003, 11:30 Uhr  
Prüfer: Herr Prof. Locher  
Dauer: ca. 35 Minuten  
Note: 2,0

wählbares Einstiegsthema: Lineare Gleichungssysteme

- wie funktioniert Gauß-Elimination
- wie und unter welchen Bedingungen kommt man dadurch zur LR-Zerlegung
- Cholesky-Algorithmus
- Def von positiv-definit (Ich kannte zwar eine Definition dafür; aber nicht seine. Er hat mir seine dann noch dazu diktiert.)
- symbolischer Cholesky-Algorithmus

Polynom-Interpolation

- Lagrange
- Newton
- dividierte Differenzen
- Bernstein-Polynome
- Bezier-Darstellung, -Punkte, -Polygon, konvexe Hülle (nur zeichnerisch; ohne Formel)
- in welchem Bereich liegen die Bezier-Punkte (x zwischen 0 und 1, dazwischen äquidistant; y in IR, also liegen die Punkte auf "senkrechten Streifen")

Spline-Interpolation

- Grundsätze von Splines (Ich habe die Formel der  $B_{(m-1)}$  aufgeschrieben; die wollte er aber gar nicht hören.)
- Aufbau und Eigenschaften der kubischen B-Splines (Das war bei mir ziemlich blaß.)
- geschiftete B-Splines

Die Prüfung verlief in sehr angenehmer Atmosphäre. Herr Locher ist nett und geduldig. Lücken versucht er mit einem zu erarbeiten. Das Verständnis der Zusammenhänge ist ihm wichtiger als auswendig gelernte Formeln. Die Vorbereitung mit den Studientagsunterlagen ist wirklich ausreichend von den Themen her; allerdings sollte man die ganzen Zeichnung schon gut erklären können.)

Ich möchte alle, die dieses Prüfungsprotokoll zur Vorbereitung auf Ihre mündliche Prüfung nutzen, daran erinnern, daß es durchaus fair ist, wenn sie selbst dann anschließend auch ein Prüfungsprotokoll verfassen und dies veröffentlichen. Wenn man von vorhergehenden Kommilitonen profitiert, kann man durchaus auch nachfolgenden Kommilitonen helfen.

## Prüfung Numerische Mathematik 1271

Prüfer: Prof. Dr. Locher

November 99

- ⚡ Interpolationsproblem
- ⚡ Lagrange-Ansatz, warum stellt der Lagrange-Ansatz das gesuchte Polynom dar ? Beweis
- ⚡ Newton-Ansatz, warum stellt der Newton-Ansatz das gesuchte Polynom dar ? Beweis
- ⚡ Aufbau der dividierten Differenzen
- ⚡ Splines, wie sieht ein kubischer Spline aus ?
- ⚡ Bernstein-Polynome, Definition der Nullstellen, Bernsteinpunkte, Bernsteinpolygon, konvexe Hülle
- ⚡ Lineare Gleichungssysteme, allgemeiner Ansatz, Gaußelimination
- ⚡ LR-Zerlegung
- ⚡ Cholesky-Zerlegung
- ⚡ Graphen, Definition, warum braucht man sie?, Fill-in

Die Prüfung verlief in einer angenehmen Atmosphäre. Herr Prof. Locher legt Wert darauf, dass man die Themen auch verstanden hat. Bei Lücken erarbeitet er zusammen mit dem Prüfling den fehlenden Stoff. Als Vorbereitung sollte man das Skript der Studientage nutzen.

Vordiplomprüfung zu den Kursen 01271 und 01281

## **Numerik 1 und Mathematische Methoden aus Physik und Technik**

Prüfer: Prof. Locher und Prof. Veselic

Datum: 8.9.97

Dauer: 2 x 25 Minuten

Noten: 2 x 2.7

### **Numerik**

- Mit welchem Thema wollen Sie beginnen?

Ich begann mit dem Thema Householdertransformation - graphische Skizze der Spiegelung und Erläuterung anhand der Formel für die Householdermatrix:  $H = E - 2 w w^T$ . Es folgten die Fragen:

- Wozu benötigt man  $H$ ?
- Neben der QR Zerlegung gibt es auch die LR Zerlegung. Wann ist die LR Zerlegung nicht möglich?
- Bei welcher Art von Matrizen ist die LR Zerlegung stets möglich?
- Erzählen Sie etwas über Iterationsverfahren.
- Wann konvergiert das Gesamtschrittverfahren?
- Sei nun der Spektralradius kleiner als Eins. Beweisen Sie die Konvergenz des Gesamtschrittverfahrens!
- Wie ist ein (kubischer) Spline definiert?

### **Mathematische Methoden aus Physik und Technik**

- Was bedeutet Konvexität?
- Nennen Sie zwei Möglichkeiten der Definition!
- Wann ist ein Funktional konvex?
- Was hat das zur Folge?
- Nennen Sie ein Beispiel für ein konvexes Funktional aus dem Kurs.
- Über welche Menge von Funktionen ist das Funktional im allgemeinen definiert?
- Zeigen sie die Euler-Lagrange Gleichung genau!
- Zu welchem Gleichungssystem führt diese Gleichung?
- Wie löst man das lineare Gleichungssystem 2. Ordnung im Allgemeinfall?
- Wie sieht der Lösungsansatz "Variation der Konstanten" aus?

-----  
Tip:

Abgesehen von meiner unbeholfenen Art zu formulieren habe ich es mir vielleicht selbst unnötig schwer gemacht. Falls die Möglichkeit besteht, den Prüfungsverlauf zu beeinflussen, so ist es günstig, mit einfacheren Aspekten zu beginnen.

Kurs	Prüfer	Datum:
Numerik I	Prof. Locher	08. Sept. 1997; 14:30 Uhr

**- Erzählen Sie mir alles was Sie über den Banachschen Fixpunktsatz wissen!**

In der Vorbesprechung habe ich angegeben, daß ich gerne mit den Banachschen Fixpunktsatz anfangen möchte, da dieser ein zentrales Gebiet darstellt. Da es sich um meine erste mündliche Prüfung handelte, was ich ziemlich nervös. Meine Nervosität steigerte sich derart, daß ich einen vollständigen "Black-Out" hatte. Prof. Locher hat dann – mehr genervt als einfühlbar – nachgefragt. Schließlich legte sich meine Nervosität langsam und ich konnte den Banachschen Fixpunktsatz doch noch ausreichend mit allen Voraussetzungen erklären. Dabei kamen wir bereits auf einige Verfahren zu sprechen.

**- Was gibt es für Anwendung des Banachschen Fixpunktsatzes?**

Verschiedene Anwendungen hergeleitet und erklärt.

**- Wie sieht der Banachsche Fixpunktsatz für Lineare Gleichungssysteme aus?**

Auf meine Anmerkung, daß ich diesen gerne herleiten möchte, meinte Prof. Locher "Vorsicht! Passen Sie auf, daß Sie sich nicht noch mehr ‚reinreiten!“. Bis zu diesem Zeitpunkt war ich noch ziemlich nervös. Jetzt war jedoch mein "Selbsterhaltungstrieb" stärker als meine Nervosität. Die Prüfung nahm eine erstaunliche Wende. Letztendlich habe ich den B-Satz hergeleitet und noch einiges darüber erzählt.

**- Zeigen Sie, wieso  $p(T) \leq N(T)$  gilt?**

Beweis geführt!

**- Konvergiert das Verfahren wenn eine Matrix die Eigenwerte 1 und 1/2 hat?**

Nein!

**- Was ist der Unterschied zwischen Spline-Interpolation und Polynom-Interpolation?**

Unterscheide aufgezeigt. Verfahren aufgezeigt.

Fazit
-------

Prof. Locher ist ein freundlicher Prüfer. Prof. Locher legt viel Wert darauf, die Prüfung "nicht aus der Hand" zu lassen. Was heißen soll, daß man die Prüfung nicht selbst in die eine oder andere Richtung lenken kann.

Am Anfang hat Prof. Locher seinen Kopf "gelangweilt und genervt" auf seine Hand gestützt. Während der ersten Frage, bei der ich ziemlich nervös war, schlug er die Hand auf den Tisch und meinte "Jetzt reißen Sie sich aber zusammen"! Man sollte diese Reaktionen aber nicht überbewerten.

Als er mir am Schluß der Prüfung meine Note mitteilte und ich dachte, daß ich durchgefallen war, wurde ich doch sehr positiv überrascht. Es bewertete meine Leistung mit "gut".

Prof. Locher ist als Prüfer zu empfehlen. Seine mitunter "gelangweilte und mürrische" Art sollte man nicht überbewerten.

