

**Diplomprüfung Mathematische Systemanalyse  
Algebra I (1312) und Multilineare Algebra (1242)**

Datum: 29.04.1997  
Dauer: 40 Minuten  
Prüfer: Prof. Petersson  
Note: 2.7

**Vorbesprechung**

Das Angebot einer Vorbesprechung habe ich wahrgenommen. Dabei wurde vereinbart, daß aus dem Kurs Multilineare Algebra nur die Kurseinheiten 1 bis 4 prüfungsrelevant sind und ich aus den restlichen Kurseinheiten mir ein Vertiefungsgebiet wählen kann. Ich habe mich für die symmetrische Tensoralgebra entschieden.

**Prüfungsfragen Algebra I**

- Was ist eine Faktorgruppe?
  - Wie ist die Multiplikation definiert?
  - Was bedeutet es, daß die Multiplikation wohldefiniert ist?
  - Welche Voraussetzungen benötigen wir für eine Faktorgruppe  $G/N$ ? ( $N$  Normalteiler oder Untergruppe von  $G$ )
- Wie lautet der Homomorphiesatz?
  - Kann man  $\tilde{f}$  (s. Beweis:  $f = \tilde{f} \circ p$ ) konstruieren?
- Was ist ein Zerfällungskörper?
- Wie lautet der Satz von Kronecker?
  - Warum ist  $K[X]/(p(X))$  ein Körper?
- Wie lautet der Hauptsatz der Galois-Theorie?
  - Was ist ein Fixkörper?

**Prüfungsfragen Multilineare Algebra**

- Was ist ein Tensorprodukt?
  - Welche Bezeichnungen werden für das Tensorprodukt  $(T, \mu)$  eingeführt? ( $T = V_1 \otimes V_2 \cdots \otimes V_p$  und  $\mu(v_1, \dots, v_p) = v_1 \otimes v_2 \cdots \otimes v_p$ )
  - Eindeutigkeit des Tensorprodukts?
  - Erläuterung der Universalitätseigenschaft
- Was kann man über die Dimension des Tensorraumes  $V_1 \otimes V_2 \cdots \otimes V_p$  aussagen?
  - Wie beweist man das?
- Was ist die symmetrische Tensoralgebra?
  - Besitzt die symmetrische Tensoralgebra auch eine Universalitätseigenschaft?
  - Wie stellt sich diese Universalitätseigenschaft dar?

**Bemerkungen**

Der Schwerpunkt der Prüfung lag auf dem Kurs Algebra I. Die Prüfung verlief in angenehmer Atmosphäre.

Diplomprüfung Algebra I / Multilineare Algebra  
-----

Datum: 29.04.1997      Prüfer: Prof. Dr. H. P. Petersson  
Dauer: 40 Minuten      Note: 2.7

Vorbesprechung: Das Angebot einer Vorbesprechung habe ich wahrgenommen, wir haben dabei insbesondere vereinbart, daß bei der Multilinearen Algebra nur die Kurseinheiten 1 - 4 geprüft werden und ich aus dem Rest ein Vertiefungsgebiet wählen kann. Ich habe die symmetrische Tensoralgebra gewählt.

Prüfungsfragen Algebra I:  
-----

Was bedeutet "G operiert auf M", was ist das für eine Abbildung, von wo nach wo, Eigenschaften?

Was ist eine Bahn, was bedeutet "M ist disjunkte Vereinigung seiner Bahnen", wie lautet die Bahnengleichung?

Welche Operationen von Gruppen auf Mengen kennen Sie (ich nannte Konjugation auf sich), wo kann man die Klassengleichung gewinnbringend einsetzen (das Zentrum bei p-Gruppen ist nicht nur das neutrale Element, woraus die Auflösbarkeit der p-Gruppen folgt)?

Was bedeutet "auflösbar", wie ist die Kommutatorgruppe definiert,  $K(G)$  ist Normalteiler?

Was ist ein Ideal eines Rings, wie ist die Multiplikation auf dem Faktoring definiert, Wohldefiniertheit dieser Abbildung (Unabhängigkeit von Repräsentanten), was sind die Repräsentanten?

Körpererweiterungen  $L/K$ , was heißt separabel, was ist das Minimalpolynom zu einem Element aus  $L$ , was heißt endlich, was ist der Grad einer Körpererweiterung, Beweis "endliche Körpererweiterung ist algebraisch"?

Was ist eine Galois-Erweiterung?

Prüfungsfragen Multilineare Algebra:  
-----

Was ist das Tensorprodukt  $(T, \mu)$ , Beweisskizze "das Tensorprodukt ist bis auf Isomorphie eindeutig"?

Welche Eigenschaften des Tensorproduktes kennen Sie, wie sehen die Elemente von  $T$  aus, was ist ein zerlegbarer Tensor?

Was ist die symmetrische Tensoralgebra, wie sieht der Symmetrisierungsoperator aus?

Bemerkungen:  
-----

Der Schwerpunkt der Prüfung lag (erwartungsgemäß) auf dem Kurs Algebra I. Prof. Petersson hat sich den Kurs Multilineare Algebra nach der Prüfungsterminvereinbarung angeschaut und mir nach der Prüfung gesagt, daß er ihn nicht zur Prüfung empfohlen hätte (hätte ich mir den Kurs vor der Terminvereinbarung angeschaut, hätte ich mich auch nicht prüfen lassen). Die Prüfung verlief (wie schon beim Vordiplom) in angenehmer Atmosphäre.

Jede(r), dem/der dieses Protokoll bei der Vorbereitung hilft, sollte nach der Prüfung auch eins schreiben!

Viel Spaß bei Euren Prüfungen...