Protokoll zur Diplomprüfung Algebra 1, Funktionalanalysis 1
Datum: 29.11.2013
Prüfer: Dr. Schulte, Dr. Spreng
Note: 1,3
Dauer: 2 x 20 min

Ich kann mich nicht mehr an alle Fragen zur Algebra erinnern da ich müde und aufgeregt war. Die Fragen zur Funktionalanalysis sollten vollständig sein.

Fragen Algebra 1:

Wie definiert man die Operation einer Gruppe auf einer Menge?
Wie ist die Bahn eines Elementes der Menge definiert?
Wieviele Elemente enthält die Bahn Gx?

-1.4.9

Wie beweist man 1.4.9?
Wie ist die Isotropiegruppe eines Elementes der Menge definiert?
Wann nennen wir eine Gruppe auflösbar?
-Kommutatorgruppe erläutert

-1.6.7 erklärt

Warum brauchen wir hier den Begriff eines Erzeugendensystems?
- Verknüpfungen von Kommutatoren müssen nicht Kommutatoren sein.

Kennen Sie ein Beispiel für auflösbare Gruppen?
-abelsche Gruppen
-alle Gruppen mit einer Ordnung kleiner 60

Was ist eine p-Gruppe, ist sie auflösbar?

Wie viele Nullstellen hat ein Polynom n. Grades? Wie zeigt man das?

-4.2.12

Wann ist ein Element a eines Erweiterungskörpers algebraisch ueber dem Grundkörper?

Wie kann man einen Erweiterungskörper konstruieren, in dem a eine Nullstelle hat?

-Satz von Kronecker (4.4.5)

Wie sieht die Nullstelle des Minimalpolynoms in diesem Erweiterungskörper aus?

-4.4.4(6)

Was ist die Galois-Gruppe einer Körpererweiterung?

Wann heißt eine Körpererweiterung galoisch?

Was besagt der Hauptsatz der Galois-Theorie?

Fragen Funktionalanalysis 1:

Wie ist Stetigkeit zwischen topologischen Räumen definiert?

-Die Urbilder von Umgebungen sind wieder Umgebungen.

Welche zusätzlichen Charakterisierungen gibt es, wenn beide Topologien von Halbmetriken erzeugt werden?

-Epsilon-delta Kriterium

-Folgenkriterium

Zusammenhang Stetigkeit - Folgenstetigkeit in topologischen Räumen?

-aus Stetigkeit folgt die Folgenstetigkeit.

Was besagt das Bairesche Kategorieprinzip?

Wie kann man das Bairesche Kategorieprinzip beweisen?

-Schachtelsatz erläutert.

Zurueck zur Stetigkeit, welche Besonderheiten gibt es im Fall linearer Abbildungen zwischen halbnormierten Räumen?

-Stetig in einem Punkt => global stetig.

Welche zusätzliche Charakterisierung gibt es in diesem Fall?

-Die Norm des Funktionswertes lässt sich mit einem M>0 gegen die Norm das Ausgangswertes abschätzen.

Wie kann man mit dieser Abschätzung eine Halbnorm auf der Menge der linearen, stetigen Abbildungen definieren?

-Operatorhalbnorm

Wann ist die Operatorhalbnorm eine Norm?

-Wenn die Halbnorm auf dem Zielraum eine Norm ist.

Wann wäre (B(X',Y'),|| ||) ein Banachraum?

-Wenn (Y,q) vollständig ist (wusste ich nicht).

Es gibt verschiedene Prinzipien, die auf dem Baireschen Kategorieprinzip aufbauen, z.B. das Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit. Was besagt dieses Prinzip?

-punktweise und gleichmäßige Beschränktheit erläutert.

-Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit mit Voraussetzungen erläutert.

Wie beweist man diesen Satz?

-Beweisskizze für die Anwendung der Baireschen Kategorieprinzipes gegeben.

-Schwerpunkt war, wie das Bairesche Kategorieprinzip angewendet wird.

-Die Verschiebung der offenen Menge in den Nullpunkt musste nicht näher erklärt werden.

Haben Sie ein Beispiel für eine Familie, die punktweise, aber nicht gleichmäßig beschränkt ist?

-4.4.3 (musste nicht im Detail erklärt werden)

Was ist ein Hilbertraum?

Wie wird die Norm eines Hilbertraumes mit dem Skalarprodukt erzeugt?

Was kann man über den Dualraum eines Hilbertraumes aussagen?

-Habe inkorrekt mit isometrisch isomorph zum Hilbertraum geantwortet, das gilt nicht ueber dem Körper C.

Wie sieht die Abbildung vom Hilbertraum in den Dualraum im Detail aus?

-5.2.8 (isometrischer Antiisomorphismus)

Wie ist das Spektrum eines Operators definiert?

Welche Eigenschaften hat das Spektrum eines kompakten Operators

-abgeschlossen

-höchstens abzählbar

-häuft sich höchstens im Nullpunkt

-Betrag der Spektralwerte kleiner oder gleich der Operatornorm.

-Alle von 0 verschiedenen Spektralwerte sind Eigenwerte.

-Eigenräume zu von 0 verschiedenen Eigenwerten sind endlich dimensional und paarweise orthogonal.

Die Prüfung verlief in einer sehr angenehmen, wohlwollenden Atmosphäre.

Im Bedarfsfall gab es Gelegenheit, nachzudenken und sich an die Details zu erinnern.

Bei Fehlern wie dem Dualraum eines Hilbertraumes wurde vorsichtig weiter nachgefragt, und damit Gelegenheit zur Korrektur gegeben, ohne den Kandidaten weiter zu verunsichern.