Prüfungsprotokoll zur Algebraischen Topologie

Prüfer: Dr. T. Müller, **Beisitzer:** Dr. T. Mühlenbruch, **Note:** 2.3

Aufbau der Prüfung

Allgemein war meiner Ansicht nach das Konzept der Prüfung ca. 10 - 15min über den Funktor π_1, dann etwa gleich lang über den Funktor H_n zu sprechen.

Prüfungsgespräch

1. Definieren Sie die Fundamentalgruppe!
2. Dabei sind wir auf Homotopie zu sprechen gekommen; Homotopie von Wegen und Homotopie von Wegen rel$\{0,1\}$ erklärt.
3. Verknüpfung in den durch Homotopie rel$\{0,1\}$ induzierten Äquivalenzklassen: Da wollte Dr. Müller erstmal auf die Wohldefiniertheit von $c * d$ eingehen, siehe Satz 6.1.2.
4. Was ist überhaupt unter $c * d$ zu verstehen? (Zusätzlich zur Definition hilft hier eine Skizze.)
5. Wie ist der inverse Weg definiert?
6. Eigenschaften vom Neutralelement und inversen Element gezeigt, dabei die Sätze 6.1.6 und 6.1.7 verwendet. (Dr. Müller wollte von Anfang an die Eigenschaften, d.h. Assoziativität, neutrales Element, Inverses für Wege rel$\{0,1\}$ und aus $\Omega(X, x_0)$ gezeigt haben, ich habe es mir – nach seinen eigenen Worten – schwer gemacht, da ich nicht von Wegen c mit $c \in \Omega(X, x_0)$ ausgegangen bin. Für die Prüfung war ihm das zu allgemein.)
7. Wie sieht das aus mit $\pi_1(S^1, 1)$ und $\pi_1(S^n, 1), n \geq 2$? Ich spürte, dass die Zeit bereits drängte und habe kurz
   a) für $\pi_1(S^1, 1)$ den Begriff der Hochhebung erwähnt; ebenfalls nur erwähnt, dass es Sätze zur Hochhebung von Wegen und Sätze zur Hochhebung von Homotopien von Wegen gibt, vgl. die Lemmata 7.1.3 und 7.1.5. Definieren Sie die Überlagerung ϕ! Definieren Sie die Funktion χ! Warum bildet χ in $\mathbb{Z}$ ab? (Vgl. 7.1.2, d.h. die Eigenschaften der Überlagerung.)
   b) für $\pi_1(S^n, 1), n \geq 2$ habe ich wiederum nur den Begriff 'Pushout' und 'Satz von Seifert und van Kampen' erwähnt, dann punktuell aber an diesen Stellen ausführlich den Beweis, siehe Übungsaufgabe 7.3.9, erklärt.
8. Was ist eine Homologietheorie? Was ist die Eigenschaft von ∂_*? ∂_* kommutiert, also Natürlichkeit von ∂_*. (Kommutativität und Natürlichkeit genau unterscheiden!)
9. Am Schluss wollte Dr. Müller die Homologietheorie auf die Sphären angewendet haben. Dazu konnte ich nur folgendes sagen: es muss $H_1(S^1) \cong \mathbb{Z}$ gelten, da $\pi_1(S^1, 1) \cong \mathbb{Z}$ und weil $\pi_1(S^1, 1)$ also abelsch ist, ist $\pi_1(S^1, 1)$ isomorph zu $H_1(S^1)$, dasselbe gilt mit $\pi_1(S^n) \cong 0$, also $H_1(S^n) \cong 0$ für $n \geq 2$. Mehr konnte ich nicht sagen, das hat Dr. Müller aber nicht genügt. Das war auch einer der Gründe für meine tiefere Note. Hier handelte es sich um den Satz 15.2.2 bzw. die Aufgabe 15.2.3.

Allgemeines

Dr. Müller ist ein wirklich sehr netter, ruhiger Prüfer; auf alle Fälle kann ich ihn empfehlen!

Ich hatte einige Zeit vor der Prüfung am Studientag zu diesem Kurs teilgenommen. Dr. Müller hatte damals eigene Unterlagen erstellt, die teilweise über den Kurs hinausgehen und mehr den funkotoriellen Aspekt betonen. (Daher finden sich im Prüfungsprotokoll auch einige Begriffe, die nicht im Kurs stehen.) Mir hatten diese Unterlagen sehr geholfen, einiges kann erst damit in einem grösseren Kontext verstanden werden. Allerdings musste ich merken, dass diese nicht den Rahmen der Prüfung abstecken; es können durchaus Themen angesprochen werden, die nicht in den Unterlagen von Dr. Müller sind.