Gedächtnisprotokoll mündliche Diplomprüfung (Diplom II) „Numerische Mathematik II“ (Kurs 1372) und „Numerische Behandlung gewöhnlicher Differentialgleichungen“ (Kurs 1374)

Prüfer: Prof. Locher
Datum: August 2006,
Dauer 60 min
Note: 2,0

Bei der telefonischen Vorbesprechung sagte Prof. Locher, dass ich mir, wie bei ihm üblich, ein Thema für einen Kurzvortrag aussuchen könne. Weiterhin sagte er, dass er selten die exotischen Dinge aus dem Kurs abfragt.

1) Kurzvortrag Nullstellenberechnung, dazu fragte Prof. Locher noch:
 - warum Kontraktion notwendig
 -Konvergenzgeschwindigkeit verschiedener Iterationsverfahren, welche?, warum haben die die jeweilige Geschwindigkeit (nur gestreift)
 -Bestimmung von Lösungen eines LGS mittels Iteration – warum Zeilensummennorm, Äquivalenz von Normen

2) QR-Zerlegung – Wie kann man die bekommen:
 -HH-Transformation, Prinzip erläutern, welche Dimensionen haben die jeweiligen Matrizen, die an der HH-Transformation beteiligt sind

3) Pseudo-Inverse:
 -Was ist die Fragestellung => min ||Ax-b||² über allen x
 - max Spaltenrang für Eindeutigkeit der Lösung notwendig
 - was sind Singulärwerte?
 - Singulärwertzerlegung von A, A+, Matrixdimensionen von ©, ©+,
 - Wie ist das an das Eigenwert-Problem gekoppelt.

4) Berechnung der Eigenwerte einer hermiteschen Tridiagonalmatrix erläutern

5) Eulersches Polygonzugverfahren erläutern

6) Runge-Kutta-Verfahren: Wie ist die allgemeine Formel? (Wichtig: Die Werte der Parameter sind grundsätzlich erst mal egal, wichtig sind sie nur, wenn man eine möglichst hohe Konsistenzordnung erhalten will).

7) Existenz- und Eindeutigkeitssatz von Picard-Lindloef und Existenzsatz von Peano: Jeweils Beweisidee skizzieren, Unterschiede bei den Voraussetzungen der beiden Sätze erläutern

Die Prüfung verlief in angenehmer Atmosphäre. Die Kurse „Numerische Mathematik II“ und „Numerische Behandlung gewöhnlicher Differentialgleichungen“ überscheiden sich zu guten Teilen, wobei der letztere natürlich in überschneidenden Teilen mehr in die Tiefe geht. Professor Locher hat jedoch nur Dinge abgefragt, die im Kurs „Numerische Mathematik II“ vorkamen, diese dafür jedoch (nach meinem Eindruck) tiefgehender. Ich hätte also die Prüfung vielleicht sogar besser bestehen können, indem ich nur Numerische Mathematik II gelernt hätte, ohne auch nur einmal in den Kurs „Numerische Behandlung gewöhnlicher Differentialgleichungen“ hineinzusehen. Hätte ich das gewusst, hätte ich den 2. Kurs natürlich nicht gelernt und die Zeit stattdessen noch in das Lernen des ersten Kurses investiert. Daher war ich schon enttäuscht, denn meine (gegebene) Zeit hätte ich wesentlich effizienter einsetzen können. Prof. Locher hatte in der Vorbesprechung auch nur Punkte genannt, die im 1. Kurs vorkamen, jedoch wollte ich nicht das Risiko eingehen, nur diese Punkte zu lernen.

Wie ihr seht, kam aus „Numerische Mathematik II" nichts exotisches dran, wie z. B. Tikhonov Regularisiereung, wahrscheinlich kann man sich die Lernerei solcher Dinge sparen.

Viel Erfolg!

Diplomprüfung Angewandte Mathematik

Kurse: Numerik II, gewöhnliche Differentialgleichungen
Prüfer: Prof. Locher
Note: 1.0
Datum: 27.11.2000

Kurzvortrag: Newton-Cotes Formeln

Numerik II:
- Gauss-Quadratur (u.a. Radau/Labotto, Othogonale Polynome, Cebysev)
- Einschrittverfahren (u.a. Runge-Kutta)
- Mehrschrittverfahren (u.a. Konvergenz, Konsistenz, Stabilitaet)

Gew. Dgl.:
- Picard-Lindeloef (mit Beweisidee)
- Peano (mit Beweisidee)
- lineare Dgl. (u.a. Lösungsgesamtheit, explizites Verfahren bei konstanten Matrizen)

Prof. Locher ist ein gute Prüfer, wenn man sich im Stoff frei bewegen kann und die Zusammenhänge und Sinn der Verfahren versteht.

Viel Erfolg!

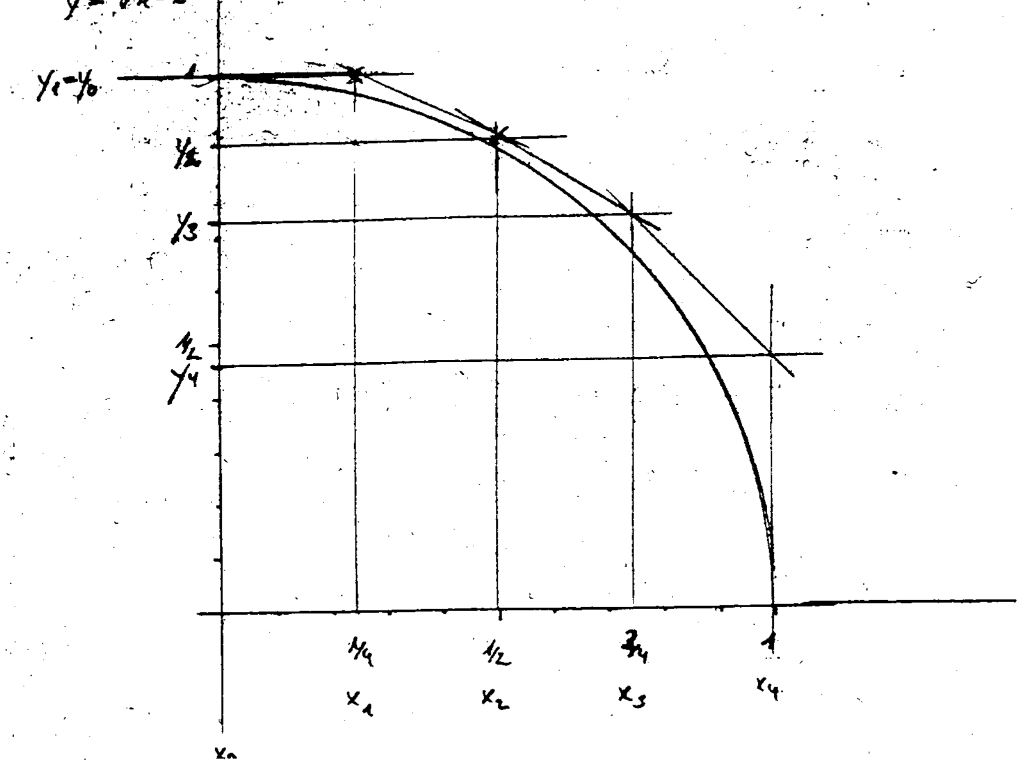
Gedächnisprotokoll zur mündlichen Prüfung für den Kurs 1372 „Numerische Mathematik II“.

Es wird zum Abschluß des Kurses 1372 statt einer Klausur eine mündliche Prüfung durchgeführt.
Datum: 2.3.96
Prüfer:Prof.Dr.Locher
Dauer: 20 Minuten
Tips: 1) Studientage besuchen.
2) Herr Locher fragt am Anfang der Prüfung , ob man mit einem bestimmten Thema beginnen möchte. Ich hatte mich zum Thema Runge-Kutta Verfahren speziell vorbereitet.

Zu Anfang erläuterte ich, das Anfangswertproblem. Herr Locher verlangte eine exakte Darstellung dieses Problems.
Zur numerischen Lösung von Anfangswertproblemen dienen Einzelschrittverfahren.
Als ein einfaches Einzelschrittverfahren habe ich das Eulersche Polygonzugverfahren genannt und seine Verfahrensfunktion erläutert. Anhand der u.a. Skizze habe ich die Funktionsweise dieses Verfahrens an einem Beispiel erläutert.

$y' = -\frac{x}{y}$; $y(0) = 1$; $h = \frac{1}{4}$; $y_\nu = y_{\nu-1} + h\left(-\frac{x_{\nu-1}}{y_{\nu-1}}\right)$

$y = \sqrt{1-x^2}$



Die Entwicklung von Runge-Kutta-Verfahren habe ich anhand der in KE 5 Kapitel 12.6 Beispiels erläutert.
Danach stellte mir Herr Locher die folgenden Fragen.
Wie sind die Runge Kutta-Formeln konstruiert ?

$$\sum_{i=1}^{n} c_i \cdot k_i$$

mit $k_1 := f(x,y)$; $k_2 := f(x + a_1 h, y + a_1 h\, f(x,y))$ wobei h die Schrittweite ist und die Summe der c_i gleich eins sein muß.

Wie sind die a_i für die Runge-Kutta-Verfahren der ersten drei Stufen?
$a_1 := \ldots$

Welche Stufe hat das klassische Runge-Kutta-Verfahren ?
Stufe 4

Wie sehen die c_i für das klassische Runge-Kutta-Verfahren aus?
$c_1:=\ldots$
Die c_i sind in der Mitte stärker gewichtet.

Wenn die Differentialgleichung f von y unabhängig ist, was für ein Verfahren liegt dann vor ?
Die Simpson-Regel.
Beim Runge-Kutta-Verfahren 2.Stufe, auch Verfahren von Heun genannt, liegt in einem solchem Fall das Quadraturverfahren Trapezregel vor.

Was ist ein Quadraturverfahren ?
Ein Verfahren zur Näherung der Lösung eines bestimmten Integrals.

Bei Einzelschritt-Verfahren spricht man Konsistenzordnung, wie nennt man dies bei Quadraturverfahren?
Exaktheitsgrad

Welcher Exaktheitsgrad läßt sich immer erreichen?
Null

Wie könnte ein Quadraturverfahren mit dem Exaktheitsgrad null aussehen?
$Q(f):=(a-b)f(a)$

Die Integrale welcher Funktionen werden durch solch ein Verfahren exakt genähert?
Die konstanten Funktionen.

Was ist $\|Ax-b\|=\min\limits_{x}\ldots$ für ein Problem ?

Es wird die Minimallösung des überstimmten Gleichungssystems Ax gesucht. Z.B. die Minimallösung einer Messwertetabelle.

Wie sieht die Matrix eines überbestimmten Gleichungssystems aus?
So eine Matrix hat mehr Spalten als Zeilen.

Wieviel Spalten hat die Matrix einer Messwertetabelle?
Zwei Spalten

Wie berechnet man die Minimallösung eines überstimmten Gleichungssystems Ax=b?
Mit Hilfe der Pseudoinversen, so daß $\tilde{x}=(A^H A)^{-1}b$ gilt, wobei $\tilde{x}$ die Minimallösung ist.

Welche Bedingung muß die Matrix A erfüllen, so daß diese Gleichung gilt?
Der Rang der Matrix A muß gleich der Spaltenanzahl sein.

Wieviel Eigenwerte hat eine singuläre Matrix?
Die Anzahl der Eigenwerte ist gleich der Spalten.

Welchen Wert haben die Eigenwerte die sich aus den linear abhängigen Spalten ergeben?
Null

Wie berechnet man die Pseudoinverse zu A, wenn A singulär ist?
Mit der Singulärwertzerlegung.

Viel Erfolg bei Eurer Prüfung wünscht Euch, Lothar Sowada.