Aufgabe 1 (32 Punkte)

Schreiben Sie ein Programm, das von der Standardeingabe Zahlen aus dem Wertebereich von integer (eine pro Zeile) einliest, in einer einfach verketteten linearen Liste zwischenspeichert und über die Standardausgabe in unveränderter Reihenfolge wieder ausgibt in der Weise, daß mehrere Zahlen in einer Zeile hintereinander geschrieben werden, soweit der Platz dafür ausreicht. Zwei Zahlen in einer Zeile sollen durch genau ein Leerzeichen getrennt werden, keine Zahl soll über mehrere Zeilen gebrochen werden. Die Zeilenlange betrage maximal 72 Zeichen. (Sie dürfen voraussetzen, daß der Wert von maxint kleiner ist als 10^{71}.) Die Ausgabe soll in einer neuen Zeile beginnen. Die Liste für die Zwischenspeicherung soll wieder gelöscht werden.

Schreiben Sie in Ihrem Programm eine Prozedur `haengeAn` für das Anhängen einer weiteren Zahl an die Liste (es ist zweckmäßig, einen Zeiger auf das Ende der Liste mitzuführen) und eine Funktion `Ziffernzahl` zur Berechnung der Zahl der Ziffern in der Dezimaldarstellung einer Zahl. Beachten Sie, daß die Dezimaldarstellung der Null eine Ziffer hat.

Verwenden Sie die folgende Eingabeaufforderung, die Sie natürlich nicht noch einmal abschreiben müssen:

```
page;
writeln ('Geben Sie ganze Zahlen zwischen ', -maxint:1,' und ',
  maxint:1,' ein,');
writeln ('eine Zahl pro Zeile. Beenden Sie die Eingabe mit der',
  ' Dateiendemarke.');
writeln;
writeln ('Das Programm gibt diese Zahlen in Zeilen mit maximal',
  ' 72 Zeichen,');
writeln ('keine Zahl ueber mehrere Zeilen gebrochen,');
writeln ('zwei Zahlen in einer Zeile durch ein Leerzeichen getrennt,');
writeln ('in unveraenderter Reihenfolge wieder aus.');
writeln;
```

Aufgabe 2 (5 Punkte)

Wir wollen in dieser Klausur zwei ganze Zahlen a und b als Zwillinge bezeichnen, wenn sie sich gerade um 1 unterscheiden. -15 und -16 sind in diesem Sinn Zwillinge, ebenso 15 und 16, 304 und 303, -1 und 0. (Der Begriff ist hier willkürlich gewählt und nicht üblich.)

Schreiben Sie eine Funktion `sindZwillinge`, die für zwei ganze Zahlen aus dem Wertebereich von integer ermittelt, ob sie Zwillinge sind oder nicht.

Hinweis: Beachten Sie, daß Operationen mit Zahlen aus dem Wertebereich von integer aus diesem Bereich hinausfuhren können.

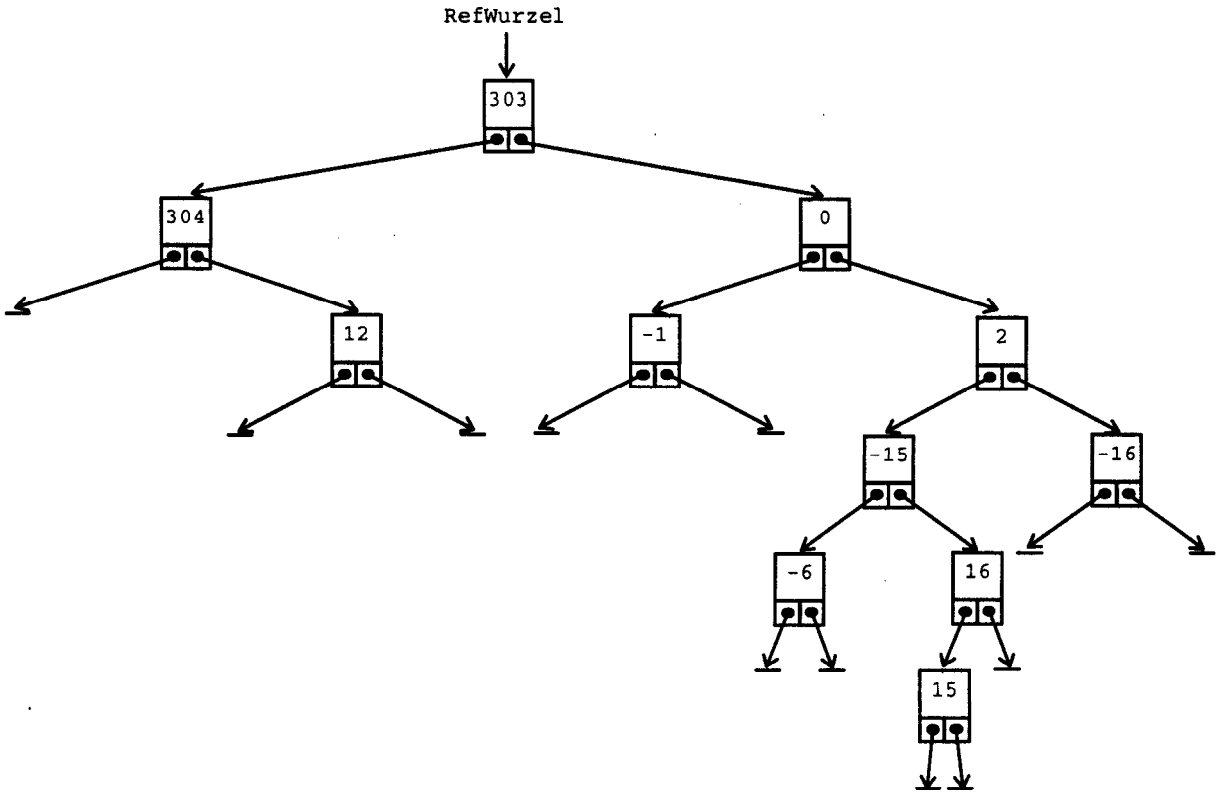
Die Funktion `sindZwillinge` können Sie in Ihren Lösungen zu Aufgabe 3 und Aufgabe 4 auch dann benutzen, wenn Sie Aufgabe 2 nicht bearbeiten.

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Wir betrachten binare Bäume von Zahlen im Wertebereich von integer.

Ein *binärer Baum* ist wie eine lineare Liste entweder leer oder enthält genau ein erstes Element, ein Element ohne Vorgänger, bei Bäumen ***Wurzel*** genannt. Anders als eine lineare Liste verzweigt ein binärer Baum jedoch bei jedem Element in zwei wohlunterschiedene Richtungen (Zinks und rechts), so daß jedes Element entweder keinen unmittelbaren Nachfolger besitzt oder einen linken oder einen rechten oder einen linken und einen rechten. Die Elemente nennt man auch *Knoten,* die unmittelbaren Nachfolger *Söhne*. Wie bei einer linearen Liste sind alle Elemente außer dem ersten unmittelbar oder mittelbar Nachfolger des ersten Elements und haben genau einen unmittelbaren Vorgänger - dies garantiert die an die Verzweigung natürlicher Bäume erinnernde Struktur. Jedes Element eines binären Baumes bildet zusammen mit seinen Nachfolgern wieder einen binären Baum *(Teilbaum),* dessen Wurzel es ist.

Beispiel:



Definieren Sie die hierfür benötigten Typen, und schreiben Sie unter Benutzung der Funktion `sindZwillinge` aus Aufgabe 2 eine Funktion, die ermittelt, ob in einem solchen Baum ein Knoten vorkommt, der Zwillinge als Söhne hat. (Für den binären Baum in unserem Beispiel ist dies der Fall, denn der Knoten mit der Zahl 2 hat die Zwillinge - 15 und - 16 zu Söhnen.)

Aufgabe 4 (13 Punkte)

Wir wollen einfach verkettete lineare Listen aufsteigend geordneter, paarweise verschiedener ganzer Zahlen aus dem Wertebereich von integer bearbeiten. Definieren Sie die hierfür benötigten Typen, und schreiben Sie eine Prozedur, die in einer solchen Liste vor jeder Zahl einen Zwilling von ihr (***Zwilling*** im Sinne von Aufgabe 2) einfugt, sofern dort nicht schon einer steht und es überhaupt einen gibt, der in einer solchen Liste dort stehen darf.

Beispiel: $-13 \rightarrow -12 \rightarrow 12 \rightarrow 26 \rightarrow 27 \rightarrow 28 \rightarrow 33$ wird zu
$-14 \rightarrow -13 \rightarrow -12 \rightarrow 11 \rightarrow 12 \rightarrow 25 \rightarrow 26 \rightarrow 27 \rightarrow 28 \rightarrow 32 \rightarrow 33$

Aufgabe 5 (7 Punkte)

Eine ganze Zahl wollen wir hier ***IO-prim*** nennen, wenn sie größer oder gleich 10 ist und von keiner kleineren **10-primen** Zahl geteilt wird. Dies ist eine rekursive Definition. (Der Begriff ist hier willkürlich gewählt und nicht üblich.) Zur Erinnerung: Eine ganze Zahl $a \neq 0$ teilt eine ganze Zahl b genau dann, wenn bei der ganzzahligen Division von b durch a kein Rest bleibt.

Schreiben Sie eine rekursive Funktion, die unter Benutzung obiger rekursiver Definition bestimmt, ob eine Zahl im Wertebereich von `integer` IO-prim ist oder nicht.

Aufgabe 6 (15 Punkte)

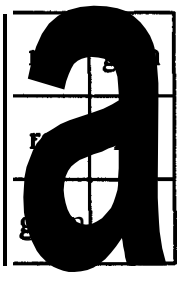
Wir betrachten einfache rechteckige Mosaike aus quadratischen Fliesen in den Farben blau, rot, gelb, grün, schwarz und weiß und wollen das Vorkommen von Farben in solchen Mosaiken prüfen. Die Mosaike mögen in der Breite höchstens 20 Fliesenreihen („Spalten“) und in der Tiefe höchstens 20 Fliesenreihen („Zeilen“) enthalten.

Definieren Sie die hierfür erforderlichen Typen (für die Farben einen Aufzählungstyp), und schreiben Sie eine Funktion, die solche Mosaike daraufhin prüft, ob eine der Farben in jeder Reihe (in jeder Spalte und in jeder Zeile) vorkommt. Verwenden Sie für die Prüfung Mengen von Farben und Mengenoperationen.

Beisniele:

Im linken Mosaik führt die Prüfung zu einem negativen Ergebnis, da die Farbe gelb in der dritten Spalte, die Farbe rot in der zweiten Spalte, die Farbe blau in der dritten Zeile und die anderen Farben überhaupt nicht vorkommen, im rechten dagegen zu einem positiven Ergebnis, da die Farbe rot in jeder Zeile und in jeder Spalte vorkommt:

rot	gelb	blau	rot
blau	blau	rot	gelb
gelb	gelb	rot	rot



Aufgabe 7 (18 Punkte)

Schreiben Sie eine Prozedur, die in einer Textdatei alle Buchstaben am Zeilenanfang durch entsprechende Großbuchstaben ersetzt. Als Zeilenanfang gelte das erste vom Leerzeichen verschiedene Zeichen der Zeile. Sie dürfen voraussetzen, daß a,. ..,z und A,...,Z im Wertebereich von `char` vorhanden und dort jeweils lückenlos angeordnet sind und daß in der Textdatei keine anderen Buchstaben (Umlaute o.ä.) vorkommen.

Können Sie eine solche Prozedur auch auf die Datei input anwenden? Bitte begründen Sie kurz Ihre Antwort.