Zu K-1:

a) Mit der DNF der Antivalenz, d.h. $A <+> B = A\bar{B} \vee \bar{A}B$, gilt

$$\begin{aligned}(A <+> B) <+> C &= (A\bar{B} \vee \bar{A}B)\bar{C} \vee \overline{A\bar{B} \vee \bar{A}B}C \\ &= (A\bar{B} \vee \bar{A}B)\bar{C} \vee (\bar{A} \vee B)(A \vee \bar{B})C \\ &= A\bar{B}\bar{C} \vee \bar{A}B\bar{C} \vee \bar{A}\bar{B}C \vee ABC \ . \qquad (1)\end{aligned}$$

Daraus folgt nach Vertauschung von A und C:

$$A <+> (B <+> C) = \bar{A}\bar{B}C \vee \bar{A}B\bar{C} \vee A\bar{B}\bar{C} \vee ABC \ , \qquad (2)$$

denn die Antivalenz ist kommutativ. Die letzten Formen von (1) und (2) sind identische KDNFs, also sind auch die linken Seiten gleich, q.e.d.

b) Vgl. Tab. K-1:

Tab. K-1: Nachweis der Assoziativität der Antivalenz.

A	B	C	$A <+> B$	$(A <+> B) <+> C$	$B <+> C$	$A <+> (B <+> C)$
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1

Zu K-2:

a) Vgl. Bild K-2.

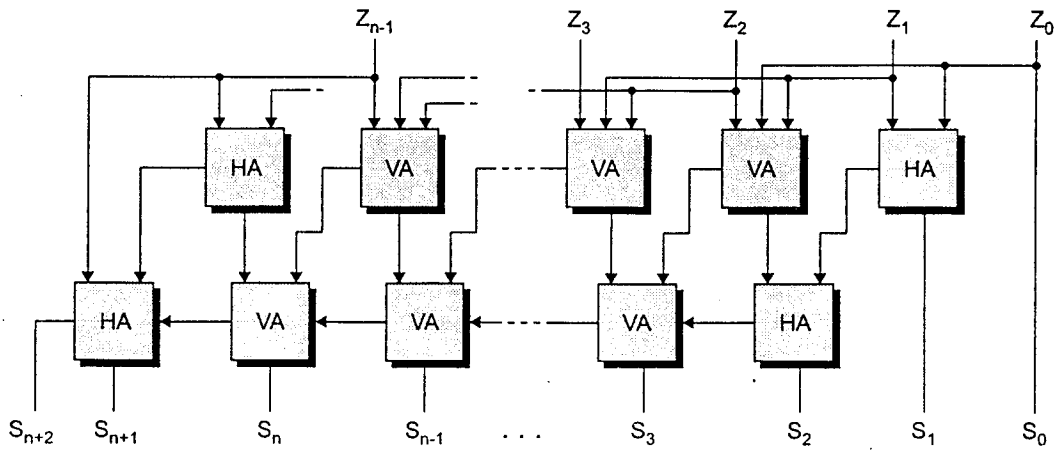

Bild K-2: Duale Multiplikation mit 7.

b) Vgl. Bild K-3.

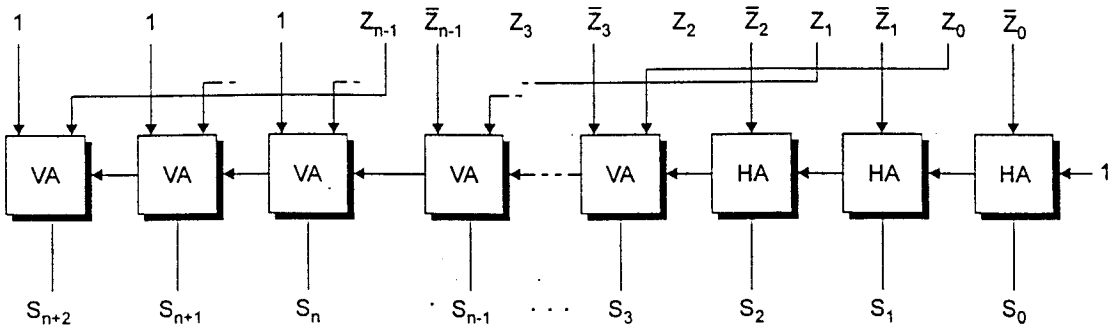

Bild K-3: Duale Subtraktion von z von 8z.

c) Für große n ist der Aufwand für Alternative b) nur die Hälfte des Aufwands für Alternative a.

Zu K-3:

Mit Hilfe eines Zählers werden – bis zum "Treffer" – alle Speicherwörter gelesen und mit dem Inhalt eines Maskenregisters verglichen. Beim vergeblichen Durchsuchen des ganzen Speichers wird keine "Fehlermeldung" gegeben, sondern der Zählerstand ist dann auf 1...1.

a) Vgl. Bild K-4. Der Zähler soll autonom von 0...0 bis 1...1 zählen.

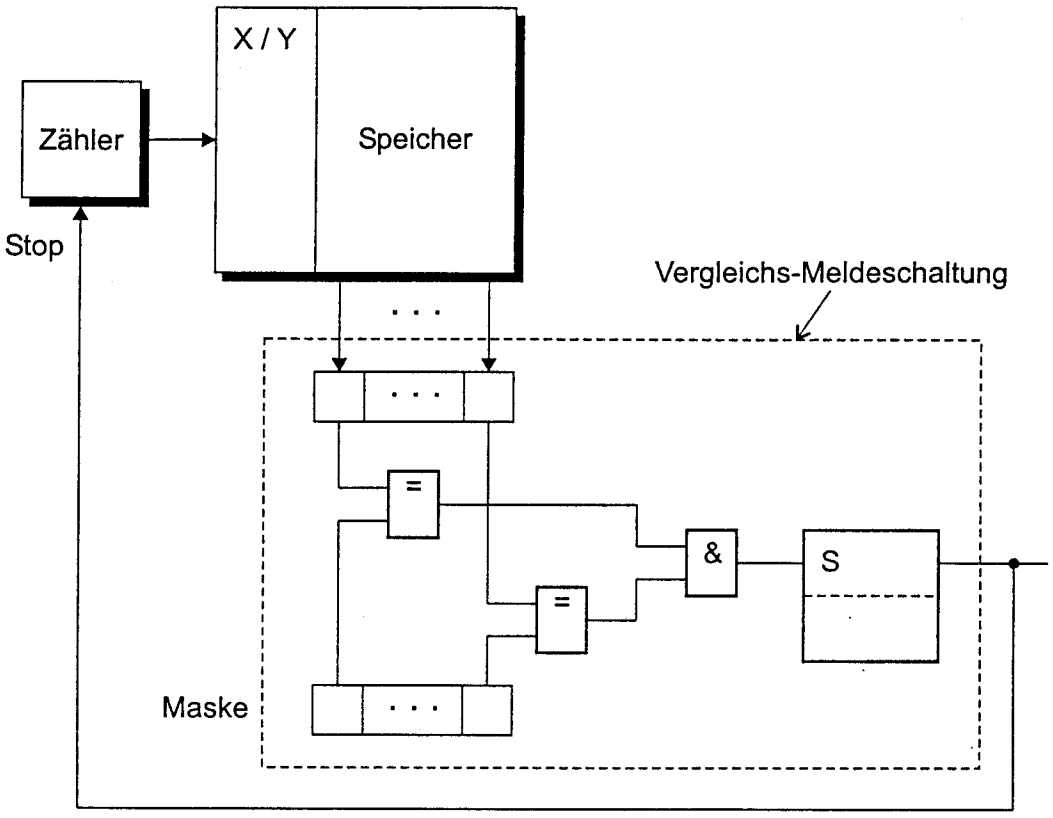

Bild K-4: Suche nach einem Wort im Speicher.

b) Vgl. Bild K-5. Die beiden Vergleichsmeldeschaltungen sind die im schraffierten Kasten von Bild K-4.
Selbstverständlich könnte man auch fast mit dem Schaltwerk von Bild

K-4 auskommen und nach dem Finden des einen Worts die Maske wechseln und den Zähler rücksetzen. Aber das wäre evtl. zu langsam.

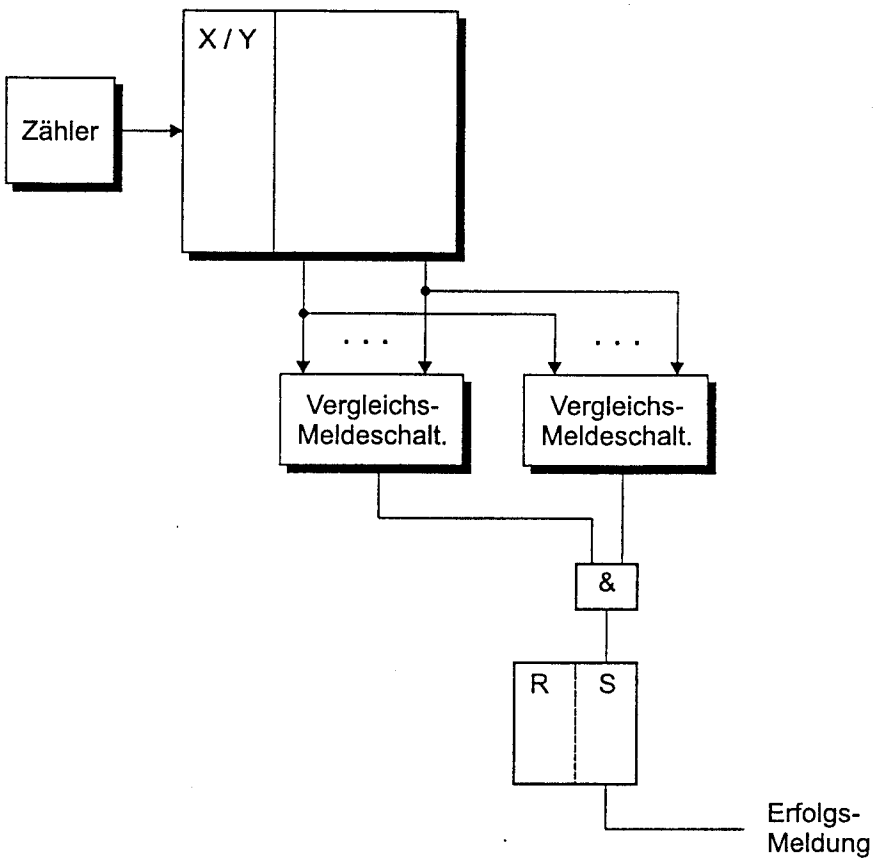

Bild K-5: Suche nach einem Wortpaar.

Zu K-4:

a) $\bar{F} = \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_3 \vee \bar{X}_1\bar{X}_2\bar{X}_4 \vee \bar{X}_1\bar{X}_3\bar{X}_4 \vee \bar{X}_2\bar{X}_3\bar{X}_4$,

vgl. Bild K-6. (Die Nullen wären Einsen für $\bar{F}$.)

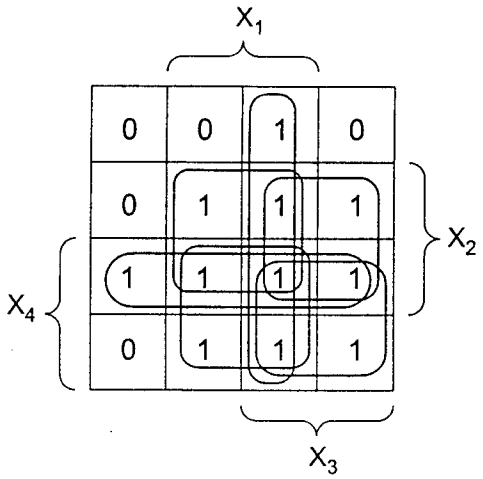

Bild K-6: K-Diagramm einer KNF über die DNF der negierten Funktion.

F hat sechs Primimplikanten der Länge 2, nämlich

$$X_1X_2, X_1X_3, X_1X_4, X_2X_3, X_2X_4, X_3X_4 \ .$$

Diese sind offenbar alles Kernimplikanten.

b) Nach $F = X_iF(X_i = 1) \vee \bar{X}_iF(X_i = 0)$ gilt

$$\begin{aligned} F &= X_1(1 \vee X_2 \vee X_3)(1 \vee X_2 \vee X_4)(1 \vee X_3 \vee X_4)(X_2 \vee X_3 \vee X_4) \\ &\vee \bar{X}_1(0 \vee X_2 \vee X_3)(0 \vee X_2 \vee X_4)(0 \vee X_3 \vee X_4)(X_2 \vee X_3 \vee X_4) \\ &= X_1(X_2 \vee X_3 \vee X_4) \vee \bar{X}_1(X_2 \vee X_3)(X_2 \vee X_4)(X_3 \vee X_4) \end{aligned}$$

Dabei wurde zuletzt die Absorptionsregel $A(A \vee B) = A$ benutzt. Weiter ist nach dem Entwicklungssatz

$$\begin{aligned} F &= X_1(X_2 \vee X_3 \vee X_4) \vee \bar{X}_1[X_2(X_3 \vee X_4) \vee \bar{X}_2X_3X_4] \\ &= X_1X_2 \vee X_1X_3 \vee X_1X_4 \vee \bar{X}_1X_2X_3 \vee \bar{X}_1X_2X_4 \vee \bar{X}_1\bar{X}_2X_3X_4 \ . \end{aligned}$$

Nun sind

$$
\begin{aligned}
X_1X_2 \vee \bar{X}_1X_2X_3 &= X_2(X_1 \vee \bar{X}_1X_3) = X_2(X_1 \vee X_3) \\
&= X_1X_2 \vee X_2X_3 \ , \\
X_1X_4 \vee \bar{X}_1X_2X_4 &= X_4(X_1 \vee \bar{X}_1X_2) = X_4(X_1 \vee X_2) \\
&= X_1X_4 \vee X_2X_4 \ , \\
X_1X_3 \vee \bar{X}_1\bar{X}_2X_3X_4 &= X_3(X_1 \vee \bar{X}_1\bar{X}_2X_4) \\
&= X_3(X_1 \vee \bar{X}_2X_4) = X_1X_3 \vee \bar{X}_2X_3X_4 \ , \\
X_2X_3 \vee \bar{X}_2X_3X_4 &= X_3(X_2 \vee \bar{X}_2X_4) = X_3(X_2 \vee X_4) \\
&= X_2X_3 \vee X_3X_4 \ .
\end{aligned}
$$

Einsetzen ergibt unter Beachtung des Idempotenzgesetzes $A \vee A = A$ wieder

$$F = X_1X_2 \vee X_1X_3 \vee X_1X_4 \vee X_2X_3 \vee X_2X_4 \vee X_3X_4 \ .$$

Zu K-5:

a) Vgl. Bild K-7. Als Zustandscodierung wählen wir die letzten beiden Dualziffern der Zustandsnummern, also

$$1 \equiv Q_1Q_0 = 01 \ , \ 2 \equiv Q_1Q_0 = 10 \ , \ 3 \equiv Q_1Q_0 = 11 \ , \ 4 \equiv Q_1Q_0 = 00$$

Vorwärts- bzw. Rückwärts-Zählen erfolgt mit $X = 1$ bzw. $X = 0$.

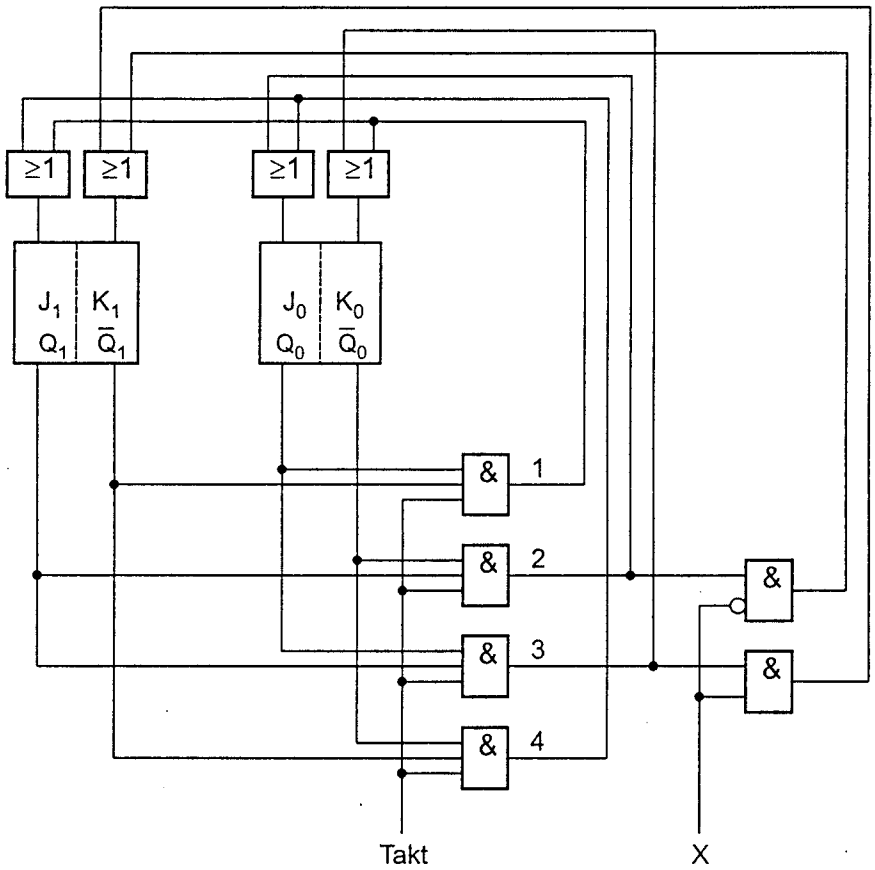

Bild K-7: Spezieller Vorwärts-/Rückwärts-Zähler.

b) Es liegt ein Schaltnetz mit 3 Eingängen (Q_0, Q_1, X) und 4 Ausgängen vor. Die zugehörigen 4 Schaltfunktionen lauten

$$J_1 \ = \ Q_0\bar{Q}_1 \vee \bar{Q}_1\bar{Q}_0 = \bar{Q}_1$$

$$
\begin{aligned}
K_1 &= \bar{X}\bar{Q}_0 Q_1 \vee X Q_0 Q_1 \quad \text{(nicht verschmelzbare Minterme !)} \\
J_0 &= \bar{Q}_0 Q_1 \vee \bar{Q}_0 \bar{Q}_1 = \bar{Q}_0 \\
K_0 &= Q_0 \bar{Q}_1 \vee Q_0 Q_1 = Q_0
\end{aligned}
$$

Der ad-hoc-Entwurf kann also erheblich vereinfacht werden.

Zu K-6:

a) Als Werte (unabhängig von der Zahldarstellung) sind

$$z_1 = 2X_1 + X_2 \ , \ \ z_2 = 2X_3 + X_4 \ ;$$

so daß

$$z = z_1 z_2 = 4X_1X_3 + 2X_1X_4 + 2X_2X_3 + X_2X_4 \ .$$

Da $z_1 z_2 \leq 9$, hat $z := z_1 z_2$ als Dualzahl max. die Länge 4.

b) Vgl. Bild K-8.

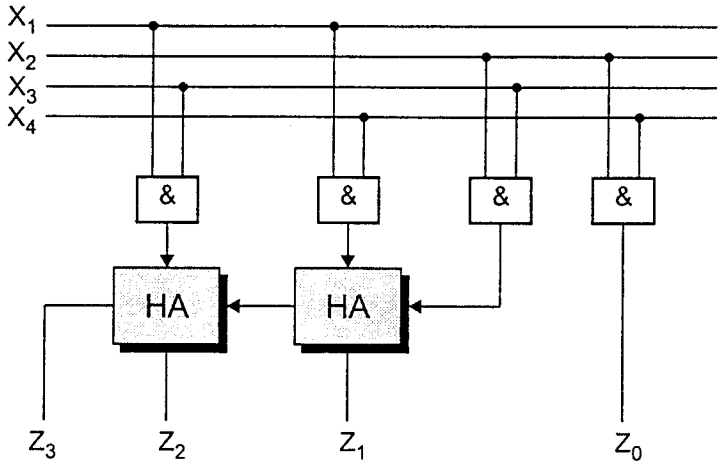

Bild K-8: Ad-hoc-Entwurf eines Multiplizierwerks für zweistellige Dualzahlen.

c) An Z_0 gibt es nichts zu optimieren. Nach Bild K-8 ist, als Basis für K-Diagramme:

$$\begin{aligned}
Z_1 &= X_1X_4 <+> X_2X_3 = X_1X_4\overline{X_2X_3} \vee \overline{X_1X_4}X_2X_3 \\
&= X_1X_4\bar{X}_2 \vee X_1X_4\bar{X}_3 \vee \bar{X}_1X_2X_3 \vee \bar{X}_4X_2X_3 \ , \\
Z_2 &= X_1X_3 <+> X_1X_2X_3X_4 = X_1X_3(1 <+> X_2X_4) \\
&= X_1X_3\overline{X_2X_4} = X_1X_3\bar{X}_2 \vee X_1X_3\bar{X}_4 \ .
\end{aligned}$$

Bereits optimal ist

$$Z_3 = X_1X_3X_1X_2X_3X_4 = X_1X_2X_3X_4 \ .$$

Bild K-9 zeigt die K-Diagramme für Z_1 und Z_2.

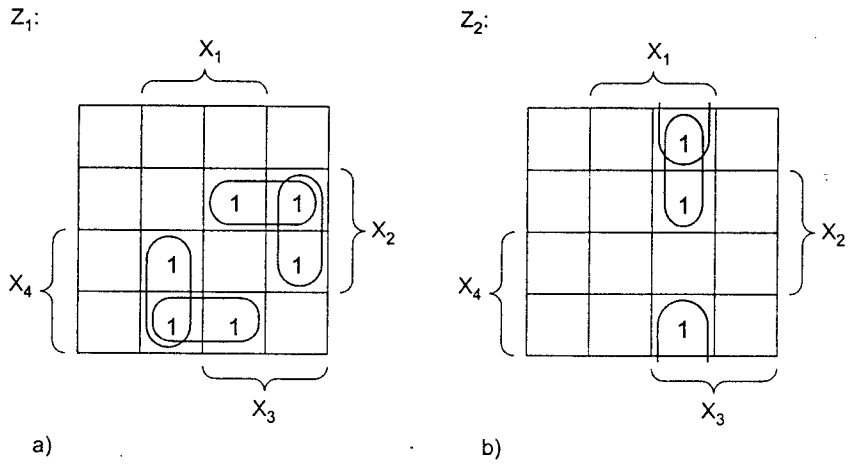

Bild K-9: K-Diagramm zu Z_1, Z_2

Nach Bild K-9a bzw. b sind obige Formen von Z_1 bzw. Z_2 bereits minimal.