Musterlösung zur Klausur 1704 "Einführung in die Rechnerarchitektur" im SS99

Lösung Aufgabe K-I

a) Wegen $F_2 = X_1 \overline{X}_2 v \overline{X}_1 X_2$ und wegen a v b = a + b - ab für boolsche a und b ist

$$F_2 = X_1 \overline{X}_2 + \overline{X}_1 X_2 - 0 = X_1 + X_2 - 2X_1 X_2; \overline{X} = 1 - X$$
 GL.1

b) Wegen Gl.1 ist

$$F_3 = X_1 + X_2 - 2X_1X_2 + X_3 - 2(X_1 + X_2 - 2X_1X_2)X_3$$

= $X_1 + X_2 + X_3 - 2X_1X_2 - 2X_1X_3 - 2X_2X_3 + 4X_1X_2X_3$ GL.2

c) Wie in Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden. und Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden. gezeigt, ist eventuell, allgemein der höchste Koeffrzientenbetrag von F_n gleich 2^{n-1} . Induktionsannahme: Behauptung gelte für m=n. Dannlautetwegen a < + > b = a + b - 2ab

$$F_{m+1} = F_m + X_{m+1} - 2F_m X_{m+1}$$

wobei F_m als Koeffizienten von $X_1...X_m$ die Zahl 2^{m-1} hat. Daraus folgt, daß F_{m+1} als Betrag des Koeffizienten von X, $\cdots X_{m+1}$ die Zahl $2 \cdot 2^m$ hat. Q.e.d.

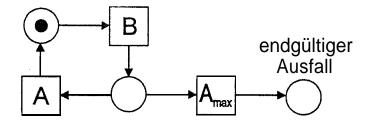
d) Wegen der Eindeutigkeit **boolescher** Polynome gibt so viele von ihnen, wie es boolesche Funktionen über n Variable gibt, nämlich 2 ^{2"}.

Lösung Aufgabe K-2

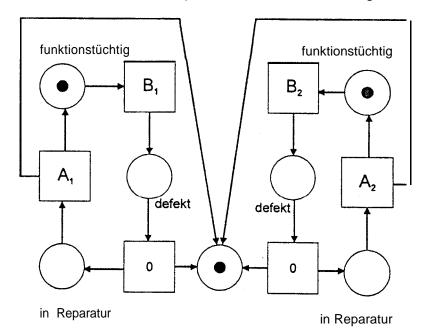
- a) Es gibt n(n-1) derartige Paare, da es für jeden der n Sender jeweils n-l Empfänger gibt.
- b) Zur Verdeutlichung nehme man an, das in einem n-stelligen Bitfeld alle Zielstationen mit einer "1" gekennzeichnet sind. Alle von der MultiCast nicht adressierten Stationen werden in diesem Bitfeld durch eine "O" repräsentiert. Insgesamt existieren also 2" Bitmuster, sprich unterschiedliche Empfängeradressen, für einen Sender einer MultiCast. Die Bitmuster, welche an der Stelle des Senders eine "1" haben, sind ungültig, da ein Sender nicht gleichzeitig empfangen kann. Somit bleiben noch 2^{n-1} verschiedene Zielkonfigurationen übrig. Das Bitmuster, welches nur "O" enthält, ist ebenfalls ungültig, da immer mindestens ein Empfänger angesprochen werden soll. Dadurch verbleiben für einen Sender noch $2^{n-1} 1$ verschiedene Kombinationen zur Adressierung übrig. Bei n Stationen gibt es also $n(2^{n-1}-1)$ MultiCast-Situationen.

Lösung Aufgabe K-3

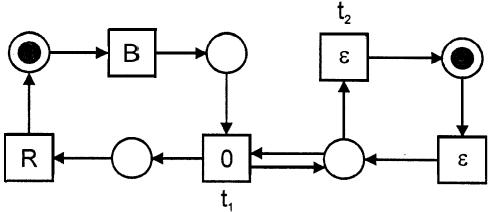
a) Abbruch einer Reparatur, die zu lange dauert.



b) Reparatur von 2 Einheiten nach FCFS (first come first serve) Strategie



c) Die kleine Verzögerung ϵ (statt 0) soll dafür sorgen, daß im Falle schaltfähiger Transitionen t_1 und t_2 erst t_1 schaltet.



Modellierung von periodisch kurzen Prüfungen, die ggf. Fehler entdecken. R ist die Reparaturdauer einschließlich der Zeit für die Fehlerortung

Lösung Aufgabe K-4

a) Aus Bild K4 ergibt sich (bei einem Markov-System)

$$\dot{P}_{0}(t) = -3\lambda P_{0}(t) + \mu P_{1}(t), \qquad (1)$$

$$\dot{P}_1(t) = 3\lambda P_0(t) - (\mu + 2\lambda)P_1(t) + 2\mu P_2(t), \qquad (2)$$

$$\dot{P}_{2}(t) = 2\lambda P_{1}(t) - (2\mu + \lambda)P_{2}(t) + 3\mu P_{3}(t), \tag{3}$$

$$\dot{P}_3(t) = \lambda P_2(t) - 3\mu P_3(t). \tag{4}$$

b) Aus (1) folgt

$$P_{\parallel} = \frac{3\lambda}{\mu} P_0. \tag{5}$$

Aus (2) folgt zunächst

$$P_2 = -\frac{3\lambda}{2\mu}P_0 + \frac{\mu + 2\lambda}{2\mu}P_1$$

und mit (5)

$$P_2 = -\frac{3\lambda}{2\mu} P_0 + \frac{(\mu + 2\lambda)3\lambda}{2\mu^2} P_0 = \frac{3\lambda^2}{\mu^2} P_0.$$
 (6)

Aus (4) folgt

$$P_3 = \frac{\lambda}{3\mu} P_2$$

und mit (6):

$$P_3 = \frac{\lambda^3}{\mu^3} P_0 \tag{7}$$

Einsetzen von P_1 , P_2 , P_3 aus (5), (6), (7) in $P_0+P_1+P_2+P_3=1$ ergibt

$$P_{0} = \frac{1}{1 + \frac{3\lambda}{\mu} + \frac{3\lambda^{2}}{\mu^{2}} + \frac{\lambda^{3}}{\mu^{3}}}$$

$$= \frac{\mu^{3}}{\mu^{3} + 3\lambda\mu^{2} + 3\lambda^{2}\mu + \lambda^{3}} = \left(\frac{\mu}{\lambda + \mu}\right)^{3}.$$

Mit (5) bzw. (6) bzw. (7) wird daraus

$$P_1 = \frac{3\lambda\mu^2}{(\lambda + \mu)^3}$$
 bzw. $P_2 = \frac{3\lambda^2\mu}{(\lambda + \mu)^3}$ bzw. $P_3 = \left(\frac{\lambda}{\lambda + \mu}\right)^3$.

c) Hier ist

$$U_s = P_2 + P_3 = \frac{3\lambda^2 \mu + \lambda^3}{\left(\lambda + \mu\right)^3} .$$

Mit

$$U = \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)}$$

läßt sich der Ausdruck als

$$U_s = 3U^2(1-U) + U^3 = 3U^2 - 2U^3$$

schreiben.

Lösung Aufgabe K-5

a) Wahrheitstabelle für die prioritätsgesteuerte Buszuteilung ("d" bedeutet "don't care", also 1 oder 0)

BR0	BR1	BR2	BR3÷	134	BG0	BG1	BG2	BG3
0	0	0	0		0	0	0	0
1	d	d	d		1	0	0	0
0	1	d	d		0	1	0	0
0	0	1	d		0	0	1	0
0	0	0	1		0	0	0	1

Daraus ergibt sich für die DNFs von BG0 bis BG3 das plausible Ergebnis:

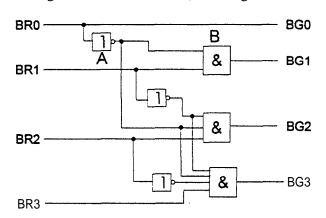
BG0 = BRO,

 $BG1 = \overline{BR0}BR1,$

 $BG2 = \overline{BR0} \, \overline{BR1} \, BR2$

 $BG3 = \overline{BR0} \overline{BR1} \overline{BR2} BR3.$

b) die kanonische Realisierung der DNFs aus Teil a) hat folgendes Aussehen

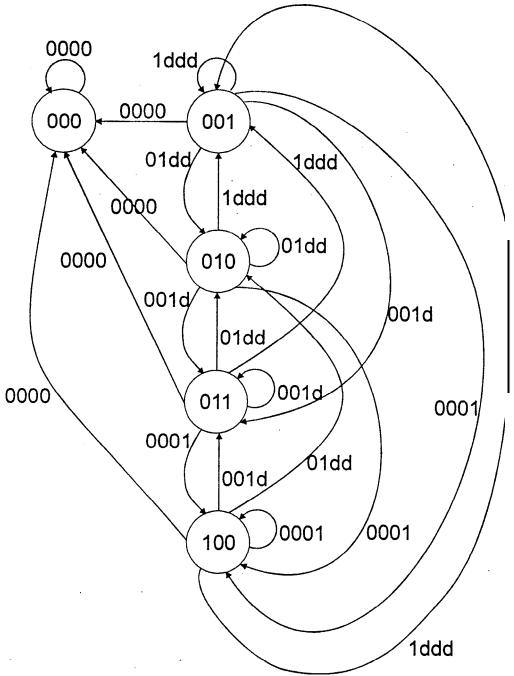


c) Ein Pegelwechsel an BR0 ist sofort an BG0 zu bemerken, an BG1 jedoch erst nach $2T_{G.}$ (Ein Inverter und ein UND-Gatter müssen durchlaufen werden.) Somit ergibt sich für den

Wechsel von R(O,l,l,l) auf R(1,1,1,1), dass für $2T_G$ Teilnehmer BM0 und BM1 den Bus erhalten.

BR0	BR1	BR2	BR3	BG() I	G1	BG2	BG3	Kommentar
0	1	1	1	0		1	0	0	stabiler Anfangszustand
1	1	1	1	'1		1	0	0	Inverter A hat Ausgang noch nicht gewechselt
1	1	1	1	1		1	0	0	Inverter A hat Ausgang gewechselt, UND-Gatter B hat noch nicht geschaltet
1	1	1	1	1		.0	0	0	UND-Gatter B schaltet., korrekter Zustand

d) Der längste Signalpfad enthält zwei Gatter, demzufolge muß das Taktsignal mindestens eine Periodendauer von 20 ns aufweisen. Die maximale Taktfrequenz ist $f_{max} \le 1/20 ns = 50$ MHz. Da die Aufgabe voraussetzt, daß die nachfolgenden Stufen keine Flip-Flops an den Eingängen besitzen, müssen alle Ein/Ausgangsleitungen der Steuerlogik mit getakteten Flip-Flops versehen werden. Insgesamt also 8 Flip-Flops.



e) bei fünf Zuständen genügen drei Flip-Flops

Lösung Aufgabe K-6:

- a) Geben Sie für das beschriebene Format den darstellbaren Zahlenbereich an: $-1_{10} = 1.000....00_2 \le z \le 0.111....11_2 = 1 - 2^{-15} < 1$
- b) Welche Dezimalzahlen werden durch folgende, in hexadezimaler Darstellung gegebenen Festpunkt-Zahlen (Format 1.15) repräsentiert:

$$Z1 = \$7000 = 2^{-1} + 2^{-2} + 2^{-3} = 0.875$$

$$Z2 = $5B00 = 2^{-1} + 2^{-3} + 2^{-4} + 2" + 2^{-7} = 0.7109375$$

$$Z3 = \$9000 = -1 + 2^{-3} = -0.875$$

Z4 = \$FFFF =
$$-1 + 2^{-1} + ... + 2^{-15} = -1 + 1 - 2^{-15} = -2^{-15} = -0.000030517578125$$

c) Stellen Sie die folgenden Zahlen als 16-bit-Festpunkkahlen in hexadezimaler Form dar:

$$Z1 = -0.5625 = -1 + 0,4375 = -1 + 2^{-2} + 2^{-3} + 2^{-4} = $B800$$

$$Z2 = -1 = $8000$$

$$Z3 = 0.5625 = 2^{-1} + 2^{-4} = $4800$$

 $Z4 = 0.0625 = 2^{-4} = 0800

$$Z4 = 0.0625 = 2^{-4} = $0800$$