Gedächtnisprotokoll

Kurs: 01825 Logik für Informatiker
Prüfer: Prof. Heinemann
Datum: März 2017

Aussagenlogik

Wir haben ein Alphabet in der Aussagenlogik und Wörter über diesem Alphabet. Wie sieht die Menge der aussagenlogischen Formeln aus?
Def. 2.1.2; wichtig, den Abschluss zu erwähnen.

Wofür braucht man die Klammern?
Ich habe mit der unterschiedlichen Auswertung von $\neg\neg\alpha \wedge \beta$ im Vergleich zu $\neg(\neg\alpha \wedge \beta)$ argumentiert. Er sagte, das sei zwar korrekt, beziehe sich aber auf die Semantik und er wollte eine syntaktische Begründung. Darauf kam ich nicht, und daher nannte er als Argument, dass die Formel nur mit den Klammern *eindeutig* sei.

Wie wird eine AF semantisch interpretiert?
Mit einer Belegung und einer Auswertung (Def. 2.2.1); Unterscheidung von Objekt- und Metasprache

Was ist eine Tautologie?
Wenn die Auswertung einer AF für alle Belegungen 1 ergibt (Def. 2.3.1).

Was ist ein Kalkül?
Ein Tupel mit Vorbedingungen, Axiomen und Kalkülen (Def. 2.4.1).

(Zeichnet:) Wir haben also ein Kalkül $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_i)$. Was sind denn darin die a_i?
Worte über dem Alphabet $(\Sigma_A)^*$.

Was macht man mit einem Kalkül?
Logische Konsequenzen beweisen. Danach stellte er noch einige Fragen zum Verständnis und wir sprachen darüber, wie man vom Kalkül zur logischen Konsequenz kommt (über eine Folge von Wörtern), und ob das immer gilt. Ich sagte, das sei äquivalent (korrekt und vollständig).

Welcher Zusammenhang besteht zwischen Tautologien und Kalkülen?
(wusste ich nicht sofort, aber er führte mich im Gespräch dahin:) Wenn die Menge X der Vorbedingungen leer ist, dann habe ich nur noch $\vdash \alpha$; ich kann α also nur aus den Axiomen und Regeln beweisen. Es ist also immer wahr.

Wenn ich nun eine AF auf Erfüllbarkeit teste, komme ich da immer zu einem Ergebnis?
Ja, die erfüllbaren AF sind entscheidbar.

Das können ja sehr viele Belegungen sein, die ich da untersuchen muss?
Man kann sich nach dem Koinzidenzlemma auf die Aussagensymbole beschränken, die in der Formel vorkommen.

Richtig. Wenn ich also n Aussagensymbole habe, wie viele Fälle muss ich da unterscheiden?
Es sind immer noch 2^n mögliche Belegungen, also exponentielle Komplexität.

Geht das besser?
Wahrscheinlich nicht, denn SAT ist NP-vollständig. (wir haben danach noch ein wenig über das Verhältnis von P und NP gesprochen)

Wie lautet der Kompaktheitssatz der Aussagenlogik?
Eine Menge X von AF ist genau dann erfüllbar, wenn sie endlich erfüllbar ist (Def. 2.6.4).

Richtig, und wo verwenden wir das?
Beim Beweis des Hauptsatzes der Prädikatenlogik.

Prädikatenlogik

In der Prädikatenlogik kommen ja noch einige Elemente hinzu, welche sind denn das?
Syntaktisch zunächst einmal die Quantoren, außerdem die Variablen-, Relationen- und Funktionenbezeichner.

Richtig, und mit diesen definieren wir dann zum Beispiel Terme oder Primformeln. Wie sehen denn diese Primformeln aus?
Primformeln oder Atome sind Relationen, die auf Terme angewandt werden (Def. 3.2.5).

Wie kommen wir zu einer Bedeutung?
Mit Strukturen, die den aussagenlogischen Belegungen entsprechen.

Was sind Strukturen?
Def. 3.3.1

Wenn $\mu(P) = 2$ ist, worauf bildet R(P) dann ab?
In $R \times R$, also die Menge der zweistelligen Relationen auf der Trägermenge.

Und $\mu(P) = 1$?
In die Trägermenge.

Genügt die Struktur für die Semantik?
Nein, man braucht auch noch die Belegungen und die Wert- bzw. Wahrheitswertfunktion.

Gibt es Tautologien auch in der Prädikatenlogik?
Ja, wenn eine Formel allgemeingültig ist, also unter allen Strukturen und Belegungen wahr wird.

Wie lautet der Hauptsatz der Prädikatenlogik?
Satz 3.8.2; genaue Wiedergabe. Wichtig, die Vorbedingung (rekursiver Typ) zu erwähnen.

Sind denn diese allgemeingültigen Formeln auch entscheidbar?
Ich habe erst „nein“ geantwortet, aber er sagte dann: „*Im Allgemeinen nicht*“, denn für einfache Typen ginge das schon.

Wie kann man denn diese Aussage des Hauptsatzes nun verstehen?
Es gibt ein Verfahren, mit dem ich die allgemeingültigen Formeln eine nach der anderen aufzählen bzw. erzeugen kann. Oder: Für eine gegebene Formel kann man beweisen, dass sie allgemeingültig ist, falls sie es ist. Wenn sie es ist, hält der Algorithmus. Wenn nicht, dann nicht.

Beim Beweisen dieses Satzes haben wir Herbrand-Strukturen genutzt. Was ist eine Herbrand-Struktur?
Def. 3.7.9

Was ist das Herbrand-Universum?
Die Menge der variablenfreien Terme über dem Typ.

Wie lautet der Satz von Herbrand?
Satz 3.7.22, genaue Wiedergabe.

Was ist eine Skolemformeln?
Eine geschlossene Formel in pränexer Normalform, bei der die Quantoren alle vorne stehe und nur Allquantoren genutzt werden, also keine Existenzquantoren vorkommen (Def. 3.7.6).

Was sind Instanzen?
Das sind Skolemformeln, bei denen die Variablen in der Matrix durch Terme aus dem Herbrand-Universum substituiert werden (Def. 3.7.19).

Wie kann ich diese Instanzen nun nutzen, um zu zeigen, dass die Menge der allgemeingültigen AF r.a. ist?
Hier ging es also offenbar um den Beweis des Hauptsatzes bzw. des Satzes von Herbrand und das Vorgehen. Das hatte ich mir zwar angesehen, kam aber trotzdem ein bisschen ins Holpern, so dass Prof. Heinemann mir half. Wichtig war ihm, dass Instanzen wie Aussagen interpretiert werden können (wg. der Substitution durch variablenfreie Terme) und darum mithilfe des Kompaktheitssatzes der AL auf (Nicht-)Erfüllbarkeit getestet werden können.

Logikprogrammierung

Was ist ein Logikprogramm?
Eine Menge von Programmklauseln (Def. 4.1.4).

Wie sehen diese Klauseln aus?
s. Def.

Was sind die α_i darin?
Atome.

Welche Berechnungen kann ich mit einem Logikprogramm durchführen?
Die logische Implikation testen, also ob $P \vDash \gamma$ gilt.

Bei dem Berechnungsverfahren, das wir kennen gelernt haben, braucht man auch ein gewisses Hilfsmittel. Welches ist das? (Anm.: Ich weiß nicht mehr genau, wie er die Frage formuliert hat, aber das Ziel war klar.)
Der Unifikator.

Was ist ein Unifikator?
Eine Spezialisierung, die einelementig ist.

Kann man eine Formel immer unifizieren?
Diese Frage ist entscheidbar. Eine Formel kann aber auch nicht unifizierbar sein.

Bei den Unifikatoren gibt es noch einen besonderen, welcher ist das?
Der allgemeinste Unifikator.

Was versteht man darunter?
Gewissermaßen die Schnittmenge aller Unifikatoren. Jeder Unifikator macht immer mindestens die Substitutionen, die der allgemeinste Unifikator macht.

Genau, man kann also sagen, dass man vom allgemeinsten Unifikator zu anderen Unifikatoren kommt, indem man weitere Substitutionen hinzufügt.

Fazit

Prof. Heinemann stellte zunächst ein paar formale Fragen (Uhrzeit des Prüfungsbeginns, welche Version des Kurstextes). Die Prüfung dauerte ziemlich genau 30 Minuten. Insgesamt verlief sie mehr wie ein Gespräch und Prof. Heinemann hilft auch weiter, wenn man mal die Antwort nicht weiß, oder er stellt die Frage anders und führt einen zur Lösung. Im Rahmen des Gesprächs ergaben sich sicher auch noch mehr Fragen, die ich hier nicht alle wiedergeben kann. Ich habe nur sehr wenig geschrieben; insgesamt habe ich nicht einmal eine Seite ausgefüllt.

Die Definitionen und wichtigsten Sätze muss man gut beherrschen und er merkt sehr schnell, ob man sie nur auswendig gelernt hat oder auch verstanden hat. Ich habe die Referenzen (Nummern der Definitionen und Sätze) hier mit angegeben, musste sie aber nicht alle vollständig wiedergeben; meist genügte es, die wichtigste Aussage oder die erste Zeile der Definition zu kennen

Das war meine zweite Prüfung bei Prof. Heinemann und ich kann ihn als Prüfer absolut empfehlen; leider geht er bald in den Ruhestand.

Prüfungsprotokoll Kurs 1825 – Logik für Informatiker

Studiengang: MSc. Informatik
Prüfer: Prof. Dr. Heinemann
Termin: Januar 2015

1. Aussagenlogik
- Alphabet und AS gegeben, wie sind die Aussagenlogischen Formeln definiert?
- Was hat es mit dem „sonst nichts“ auf sich?
- Wozu die Klammern?
- Was fehlt noch? (Semantik)
- Wie ist die Belegungsfunktion definiert?
- Wie ist die Auswertungsfunktion definiert?
- Wann ist eine Formel erfüllbar?
- Wie kann man das Testen?
- Wie kann das funktionieren, bei unendlich vielen AS? (Koinzidenzlemma)
- Wann ist eine Formelmenge erfüllbar? Was hat es mit dem Kompaktheitssatz auf sich?

2. Prädikatenlogik
- Was kommt zur Syntax gegenüber der Aussagenlogik hinzu?
- Was ist ein Typ?
- Was ist eine Struktur, genaue Definition, Äquivalent in der Aussagenlogik?
- Wann ist eine Formel erfüllbar, was ist ein Modell?
- Wann ist eine Formel allgemeingültig?
- Was ist ein Kalkül, was kann man damit machen?
- Was kann man aus dem Prädikatenlogischen Kalkül beweisen?
- Welche Eigenschaften hat das Prädikatenlogische Kalkül? (Vollständigkeit, Korrektheit)
- Gilt der Kompaktheitssatz auch für die Prädikatenlogik?
- Welche Eigenschaft hat die Menge der allgemeingültigen Formeln? (r.a.)
- Wie kann man das Beweisen?
- Was ist eine Herbrand Struktur, Herbrand Universum, Definition von H_f?
- Was ist ein Herbrandmodell?
- Was sind Skolemformeln, Skolemnormalform?
- Was sind Instanzen?
- Zusammenhang, Satz von Herbrand?
- Hauptsatz des Kurses? Beweis!

Das war es ungefähr, sicher sind zwischendurch noch kleine Nachfragen gekommen, oder wir haben einzelne Aspekte genauer besprochen. Viele Fragen ergaben sich aus dem Fluß der Prüfung.

Die Prüfung kam mir sehr lang vor, da der Kurs sehr umfangreich ist, waren mehr Themen aber gar nicht möglich. Prof. Heinemann ist ein sehr angenehmer Prüfer, gibt kleine Hinweise, und erklärt Fragen bei Bedarf sowie die Antwort falls nötig. Die Bewertung ist eher wohlwollend, allerdings legt er offenbar viel Wert darauf, dass man die Zusammenhänge wirklich versteht und nicht nur Definitionen auswendiglernt.

Prüfungsprotokoll zum Kurs 1825 Logik für Informatiker

Datum: 02.09.2014

Prüfer: Prof. Dr. Bernhard Heinemann

1. Aussagenlogik

- Wie lautete die Definition der Aussagenlogischen Formeln? Das Alphabet soll als gegeben betrachtet werden und die Aussagensymbole sind ebenfalls bereits definiert.
- Welche Eigenschaft darf bei der Definition der AF nicht vergessen werden? Keine weiteren Elemente gehören zu AF.
- Warum ist das so wichtig? (Mit Angabe von Beispielen)
- Wie kommt man jetzt zu einer "Bedeutung" für diese Formeln? Semantik Definition, Belegung und Auswertungsfunktion.
- Was wissen Sie zur Erfüllbarkeit von Formelmengen? X ist genau dann erfüllbar, wenn X endlich erfüllbar ist. Wichtig war hier "genau dann wenn <=>"
- Wann ist eine Menge X endlich erfüllbar? X heißt genau dann endlich erfüllbar, wenn jede endliche Teilmenge $Y \subseteq X$ erfüllbar ist. Wichtig: "jede <u>endliche</u> Teilmenge".
- Wie lautet die Negation hierzu?

2. Prädikatenlogik

- Was ist ein Typ?
- Was ist dann eine τ-Struktur?
- Was brauchen wir dann noch? → Wieder Semantik, Belegung, Wertfunkton und Wahrheitswertfunktion.
- Kennen Sie eine spezielle Struktur die im Kurs besprochen wurde? Herbrand Struktur
- Wie ist diese Struktur definiert? Hier besonders auf das Herbrand-Universum U_τ eingehen und auch die Besonderheiten bei der Funktionsabbildung H_f erkläutern
- Für was braucht man Herbrand Strukturen? Um die Gültigkeit von Skolemformeln zu entscheiden.
- Skolemformeln sind genau dann erfüllbar, wenn sie ein Herbrand Modell besitzen.

3. Logik Programmierung

- Was sind Logik Programme? Hier ganz allgemein begonnen:
  P |= β (Spezifikation und Konsequenz).
  Wobei die Spezifikation die Form $\forall\ (\alpha_1 \wedge ... \wedge \alpha_n \rightarrow \alpha)$
  und die Konsequenz die Form $\exists\ (\gamma_1 \vee ... \vee \gamma_m)$ hat. Dann Übergang zu Hornklauseln und PROLOG Notation.
- Was ist die Operative Semantik?
- Was ist die Deklarative Semantik?

<u>Fazit:</u>

Herr Prof. Heinemann wusste bereits nach den ersten fünf Minuten, dass ich vom Kurs nichts verstanden habe. Er war aber trotzdem sehr nett und hat zahlreiche Sachverhalte sogar erklärt und mir auf die Sprünge geholfen.

Um den Kurs zu bestehen, reicht es m.E. die wichtigsten Definitionen auswendig zu lernen. Die Prüfung ist dann zwar bestanden, aber sicherlich nicht mit einer eins.

Der beste Freund in dieser Prüfung war die Zeit. In 20 bis 30 Minuten können allenfalls die groben Punkte des Kurses abgefragt werden.

Zudem denke ich, hält sich Prof. Heinemann an die Punkte, wie sie schon in anderen Protokollen aufgezählt wurden.

Viel Glück für Eure Prüfung!

Mündliche Prüfung im Master of Science Inormatik
Kurs: 1825 Logik für Informatiker
Sommer 2013
Note: 1,3

Ich habe nur die Fragen aufgeschrieben, die Antworten sehen im Skript. Für Vollständigkeit und korrekte Reihenfolge übernehme ich keine Garantie.

Aussagenlogik
- Alphabet und Aussagensymbole gegeben, wie ist die Definition der aussagenlogischen Formeln?
- Wozu braucht man das sonst nichts?
- Wozu die Klammern?
- Wie kommt man nun zur Semantik?
- Wie ist AWσ (α und β) definiert?
- Wir haben ja ein Kalkül. Was bedeutet X|-a ?
- Was sind die ai?
- Was meint X|- a <=> X|=a?
- Worin steckt da die Auswertungsfunktion?
- Formulieren Sie den Kompaktheitssatz!

Prädikatenlogik
- Was ist ein Typ?
- Was kommt noch hinzu im Vergleich zur Aussagenlogik?
- Was braucht man für die Semantik?
- Was ist eine Struktur?
- Was ist R(P) mit μ(R)=1? (Antwort: Eine Untermenge von S)
- Wann ist eine Formel erfüllbar?
- Wann ist eine potentiell unendliche Formelmenge erfüllbar?
- Wir haben doch aber unendlich viele Teilmengen, wie kann ums der Kompaktheitssatz nutzen?
- Was besagt der Hauptsatz des Kurses?

- Gibt es immer ein Modell mit abzählbarer Trägermenge?
- Was ist ein Herbrand-Modell?
- Was sind Instanzen? Warum heißen die so?
- Wie ist die leichte Richtung vom Satz "Eine Menge an Skolemformeln besitzt genau dann ein Modell, wenn es sie ein Herbrand-Modell hat"

Logikprogrammierung
- Wie sieht ein Logikprogramm aus?
- Was gibt es noch für Hornklauseln?
- Was macht man jetzt mit denen?

Hier kam ich ins Schwimmen. Ich hatte mir zwar die Definitionen eingeprägt, doch fehlte mir der Überblick. Wozu man jetzt wann wo das Negat bildet konnte ich nicht erklären.

- Wie mächtig ist die Resolution?

Ich war immer noch am Schwimmen, habe aber gesagt, dass sie bzgl. deklarative und operationale Semantik vollständig und korrekt ist. Er wies daraufhin auf die spezielle Berechnung hin, dass man nur allgemeinste Unifikatoren findet.

Ich empfand die Prüfung als sehr lang und umfassend. In den ersten zwei Teilen war ich sehr sicher. Da ich am Ende Lücken hatte, habe ich eher mit einer 2 gerechnet. Prof. Heinemann meinte, aber die ersten zwei Teile hätte ich so gut verstanden, da gebe es nur einen kleinen Abzug.

Insgesamt ein klar zu empfehlender Kurs. Er ist sehr gut geschrieben und vom Umfang her überschaubar. Prof. Heinemann ist ein sehr angenehmer Prüfer, der auch gerne selbst erklärt, d.h. er erzählt einen Beweis und fragt dann irgendein Detail nach, dass man dann natürlich erklären können sollte. Beim Kompakttag hatte er gesagt, dass KE 1-4 prüfungsrelevant sind, sowie eine der letzten drei. Diese Info unbedingt bei Prüfungsanmeldung bestätigen lassen!

Der Skript ist 2009 stark überarbeitet worden. Die alten Prüfungsprotokolle sind daher mit Vorsicht zu genießen.

Viel Erfolg!

Prüfungsprotokoll Kurs 1825 – Logik für Informatiker
Datum: Januar 2005
Prüfer: Prof. Dr. Heinemann

Definieren Sie die Aussagenlogischen Formeln. Das Alphabet und die Aussagensymbole seien schon gegeben.

Definieren Sie die Auswertungsfunktion $< \sigma >$.

Warum ist eine rekursive Definition überhaupt möglich?

Es seien α und $\beta \in$ AF. Wie ist $\alpha \models \beta$ definiert?

Es sei $X \subseteq$ AF, $\beta \in$AF. Wie ist $X \models \beta$ definiert?

Wie lautet der Kompaktheitssatz für $X \models \beta$?

Was ist Erf(X)?

Was ist eine τ-Struktur?

Definieren Sie $WW_S(\alpha)(\sigma)$.

Was bedeutet $S \models \alpha\ (\sigma)$, $S \models \alpha$ und $\models \alpha$?

Wie sind Herbrand-Strukturen definiert (Herbrand wird französisch ausgesprochen)?

Was ist eine Korrektheitsformel?

Was bedeutet es, wenn eine Korrektheitsformel gültig ist?

Wie ist das Verifikationskalkül definiert?

Was bedeutet Korrektheit und Vollständigkeit des Kalküls?

Wie ist ein Logik-Programm definiert?

Wie ist die deklarative Semantik definiert?

Was ist ein Unifikator?

Kann man entscheiden, ob es einen Unifikator gibt?

Fazit: Ich kann nicht ausschließen, dass Fragen gestellt wurden, die hier nicht aufgelistet sind. Aber im Wesentlichen sind dies meine Prüfungsfragen gewesen. Prof. Dr. Heinemann ist als Prüfer uneingeschränkt zu empfehlen. Die Atmosphäre war sehr entspannt, die Fragen entwickelten sich im Laufe des Prüfungsgesprächs. Kleine Formfehler werden nicht unbedingt mit Punktabzügen bestraft. Trotz des anspruchsvollen Lernstoffs eine meiner angenehmsten Prüfungen.

Prüfungsprotokoll zur Diplomprüfung in Logik für Informatiker (1825)

Datum: 16.02.2005
Prüfer: Prof. Dr. B. Heinemann

Syntax Aussagenlogik definieren
-> Alphabet, Aussagensymbole, aussagenlogische Formeln

Genaue Erläuterung der Notwendigkeit der Klammerung
-> AF können von einer kanonischen Peano-Algebra erzeugt werden; damit gibt es zu jeder AF nur einen Weg der Erzeugung

Semantik der Aussagenlogik definieren
-> Belegungsfunktion (Abbildung: Aussagensymbole -> {0,1}) und Auswertungsfunktion (Abbildung: AF -> {0,1}) definiert und am Beispiel "(a v b)" erklärt

Warum ist Auswertungsfunktion definiert
-> Rekursionssatz für Peano-Algebren

Was bedeutet in der Aussagenlogik X |= a
-> Wichtig war hier die richtige Formulierung: Für alle Belegungen gilt: Wenn die Auswertungsfunktion für alle Formeln der Formelmenge X den Wahrheitswert 1 annimmt, impliziert dies logisch den Wahrheitswert 1 für die Formel a

Wie kann man die logische Konsequenz bei unendlich vielen Prämissen zeigen
-> Kompaktheitssatz der aussagenlogischen Formeln

Was ist ein Typ
-> Paar (I, J), wobei I eine Teilmenge aller Prädikatsbezeichner ist und J eine Teilmenge aller Funktionsbezeichner

Wie ist die Semantik der prädikatenlogischen Formeln erklärt
-> Struktur mit Trägermenge, und Abbildungen P und h

Was erzeugt das Kalkül der Prädikatenlogik
-> alle allgemeingültigen Formeln der Prädikatenlogik

Welcher Satz beweist das "alle"
-> Vollständigkeitssatz

Nennen Sie mir noch ein weiteres Beispiel für ein Kalkül
-> Verifikationskalkül für schleifenfreie Programme

Wie wurde der Vollständigkeitssatz bewiesen
-> über die Einführung von Herbrand-Strukturen

Was ist eine Herbrandstruktur
-> Herbrand-Universum definiert und erklärt und die Abbildung h_f aufgeschrieben

Gibt es zu jedem Typ eine Herbrandstruktur
-> Ja, da ein nullstelliger Funktionsbezeichner jedem Typ hinzugefügt werden kann, falls er nicht vorhanden ist

Warum darf man Herbrandstrukturen einsetzen
-> Erfüllbarkeitsäquivalenz

Definition von Logikprogrammen
-> Programmklauseln, Zielklauseln und leere Klausel definiert; wichtig war, dass die Klauseln aus Primformeln aufgebaut sind

Welche Funktionen können mit Logikprogrammen berechnet werden
-> alle berechenbaren Funktionen; Verweis auf den Zusammenhang mit Registermaschinen