Diplomprüfung 1825 „Logik für Informatiker“

Prüfer: Prof.Dr.Weihrauch
Datum: Oktober 2005
Dauer 25-30 Minuten

Aussagenlogik

Wie sind die aussagenlogischen Formeln definiert ?
=> Definition gemäß Kurs mit vorheriger Definition der Aussagensymbole

Das sind ja nur Zeichenreihen. Wie kann man dem Ganzen eine Bedeutung geben ?
=> Durch die Belegung und die Auswertungsfunktion. Definition von sigma und <sigma> angegeben.

Warum sind die Definitionen eindeutig. Warum kann alpha nicht mit zwei verschiedenen Werten <sigma> angegeben werden ?
=> alpha ist rekursiv aufgebaut und somit eindeutig (Stichwort Peano-Algebra)

Wie lautet der Kompaktheitssatz ?
=> Definition gemäß Kurs. Vorher habe ich noch die Definition der Erfüllungsmenge angegeben.

Ist die Aussagenlogik rekursiv ? Wenn ja, wie kann man sie entscheiden ?
=> Aussagenlogik ist rekursiv. Entscheidung mit Wahrheitstafel.

Warum kann man die Wahrheitstafel benutzen ? Es gibt ja unendlich viele Variablen.
=> Angabe des Koinizidenzlemmas.

Was bedeutet X |= alpha ?
=> Erf(X) ist Teilmenge Erf(alpha) => von jedem gültigen Beta in X, kann man auf die Gültigkeit von alpha schliessen.

Gibt es ein schnelleres Verfahren als die Wahrheitstafelmethode ?
=> Wahrheitstafel ist in NP. Wahrscheinlich gibt es kein schnelleres Verfahren.

Als Informatiker müssten sie etwas zu P und NP zu sagen haben.
=> Definition von Sprachen der Klassen P und NP. Und dass wahrscheinlich nicht P=NP gilt.

Nach den obigen Fragen gingen wir zu Prädikatenlogik über.

Herr Prof. Weihrauch sagte kurz was wir für die Prädikatenlogik brauchen (Alphabet, Variablen, Prädikate, Funktionsbezeichner, Stellenzahlfunktion). Was wir noch benötigt.
=> Ein Typ. Definition des Typs angegeben.

Wie ist die Funktion WW-s definiert ?
=> Genaue Angabe der Definition und was WW-s(alpha) bedeutet.

Bitte drücken sie |=alpha in WW-s aus
=> WW-s(alpha)(sigma) = 1 und dies bedeutet alpha ist in allen tau – Strukturen für alle Belegungen gültig.

Nun ist ja die Menge aller T-Strukturen unüberschaubar groß. Was machen wir da um die Allgemeingültigkeit zu zeigen.
=> Man kann sie mit Hilfe der Beschränkung auf die Herbrandstrukturen zeigen.

Wie ist die Herbrandstruktur definiert ?
=> Angabe der genauen Definition des Herbranduniversums und dann der Herbrandstruktur.

Ist alpha allgemeingültig entscheidbar ?
=> Nein, aber rekursiv aufzählbar

Danach Frage nach dem Beweis der Allgemeingültigkeit
=> Wir gingen dabei den Beweis teilweise durch und ich musste die Definition der pränexen Normalform und der Skolemischen Normalform erklären (Hier vor allem, das sie die Existenzquantoren eliminiert und wie das funktioniert)

Welcher Satz erlaubt uns überhaupt Instanz(Beta) zu bilden bzw. zeigt uns das unser Vorgehen richtig ist ?
=> Satz von Herbrand: Wenn X eine Formelmenge in SKNF ist und X erfüllbar ist, dann existiert ein Herbrandmodell.

Danach gingen wir zu den Theorien über.

Wie ist eine Theorie definiert ?
=> Def. gem. Kurs

Kennen Sie Beispiele von Theorien ?
=> Th(N) GrpTh

Was sind die GA ?
=> Nur angegeben, dass es sich um eine Formelmenge handelt

Welche Formeln sind also in GrpTh ?
=> Da es sich bei den GA um eine Konsequenzmenge handelt, sind es alle Formeln mit GA|=alpha.

Welche Formeln sind in Th(N) ?
=> Alle Formeln mit N|=alpha

Warum legen Theorien keine Strukturen fest ?
=> Angabe des Nichtstandardmodell der Arithmetik

Es gibt viele seltsame Modelle der Theorien der reellen Zahlen. Warum legen die Th(R) keine Strukturen fest ?

Fazit:
Die Prüfung lief in angenehmer Atmosphäre ab. Falls ich Fragen nicht gleich richtig verstanden hatte, wiederholte er sie noch einmal auf eine andere Art, so dass man schließlich wusste worauf er hinauswollte. Die Definitionen sollten gekonnt werden. Wobei ich den Eindruck hatte, dass es dem Professor vor allem um ein Gesamtverständnis der einzelnen Gebiete geht. Man sollte also über die Zusammenhänge im Kurs vorher nachgedacht haben.
Dies war jetzt meine zweite Prüfung bei Herrn Prof.Dr.Weihrauch und ich kann ihn nur uneingeschränkt weiterempfehlen.

Viel Glück bei Eurer Prüfung.

Inhalt: **1825 Logik für Informatiker**
Prüfer: Prof. Dr. Weihrauch
Beisitzer: Prof. Dr. Heinemann
Datum: August 2005
Dauer: 30 min.
Note: 1,0

- Wie ist eine aussagenlogische Formel definiert? Das Alphabet ist gegeben.
  AS und AF wie im Kurstext hingeschrieben.
- Warum ist der Zusatz "keine sonstigen Wörter über Σ gehören zu AF" so wichtig?
- Wie ist die Semantik der aussagenlogischen Formeln definiert?
  Belegung σ : AS → {0, 1} und Auswertungsfunktion <σ> : AF → {0, 1} reichte.
  Musste <σ> nicht bis ins Detail angeben.
- Wann heißt eine aussagenlogische Formel erfüllbar?
- Wie kann man das feststellen, ob eine Formel erfüllbar ist?
  Wahrheitstafelmethode
- Da gibt es doch so besondere Formen von aussagenlogischen Formeln.
  Normalformen haben wir sie genannt. Das ist denn eine KKNF und was eine KDNF?
- Wie kommt man denn zur KDNF?
  über Wahrheitstafelmethode
- Was bedeutet denn Erf (X)? Was bedeutet X |= α?
- Wie lautet der Kompaktheitssatz der Aussagenlogik?

- Kommen wir jetzt zur Prädikatenlogik. Wir haben ein Alphabet, eine Menge an Variablen, Funk und Präd sowie μ. Was brauchen wir noch?
  Typ mit Definition
- Dann kann man Terme, PAT und PF erstellen. Aber das hat ja dann alles noch gar keine Bedeutung. Was brauchen wir zur Semantik?
  Struktur
- Dann gibt es wieder so eine Belegung usw. Wie ist die Funktion WW_S definiert?
  WW_S : PF → (Bel_S → {0, 1})
- Was bedeutet dann WW_S (α) ?
  WW_S (α) : Bel_S → {0, 1}
- Was bedeuten die Zeichen |= α? Können Sie das mit WW_S zeigen?
- Um zu zeigen, dass die Menge der allgemeingültigen Formeln r.a. ist habe wir eine andere Struktur eingeführt. Welche?
  Herbrand, war ein Franzose!
- Wie ist dieses Struktur definiert?
  Genaue Definition wie im Kurstext mit h_f
- Warum können wir uns darauf beschränken?

- Was ist denn eine Skolemsche Normalform? Was ist eine pränexe Normalform? Hier erst habe ich erklärt, wie man überhaupt von einem allgemeingültigen α auf die pränexe Normalform kommt.
- Dann gibt es da noch die Instanzen usw. Naja, das passt schon. Wir haben im Kurs auch noch eine andere Form der Prädikatenlogik kennen gelernt und zwar die Prädikatenlogik mit Gleichheit. Was sind die Zusammenhänge und Unterschiede der Prädikatenlogik mit Gleichheit zu der ohne Gleichheit?
- Weihrauch: *Blick auf die Uhr.* Herr Heinemann geht sich noch eine Frage aus? Sind es schon 30 Minuten?
  Heinemann: Also, die 30 Minuten sind schon um.
  Weihrauch: *zu mir.* Ja dann, bitte warten Sie einen Moment draußen.

Die Prüfung verlief in sehr angenehmer Form. Die Fragen waren alle sehr leicht und bis auf die Fragen zu den Normalformen, sind auch alle schon in anderen Prüfungsprotokollen erwähnt. Wenn man mal wo etwas länger nachdenken muss, ist das auch kein Problem. Prof. Weihrauch gibt einen die Zeit und fängt bestimmt nicht an zu drängen.

Tipp: Die Prüfungsprotokolle sind sehr gut geeignet zur Prüfungsvorbereitung, aber bitte beachtet, dass Prof. Weihrauch auch immer gerne ein paar "neue" Fragen auf Lager hat (bei mir waren es die Normalformen). Diese Fragen sind zwar nicht besonders schwer zu beantworten, sofern man den Stoff so halbwegs bearbeitet hat, aber Prof. Weihrauch kann dadurch feststellen, ob man einfach nur stur auswendig gelernt hat oder den Kurs auch wirklich verstanden hat.

Prüfungsprotokoll mündliche Hauptdiplomsprüfung Informatik Kurs 1825 "Logik für Informatiker"

Prüfer: Prof. Weihrauch
Datum: 24.05.05
Note: 1,0

Mir wurden hauptsächlich nur Fragen zu den Themengebieten Aussagenlogik und Prädikatenlogik gestellt, dann war die Zeit auch schon abgelaufen. Da sich meine Prüfungsfragen kaum von den Fragestellungen aus den alten Prüfungsprotokollen unterschieden, führe ich nur Fragestellungen auf, die meiner Ansicht nach besonders erwähnenswert sind:

Genaue rekursive Definition der Auswertungsfunktion <sigma> : AF → {0,1} der aussagenlogischen Formeln!

also …. und dann

<sigma> (Verum) = 1
<sigma> (Falsum) = 0
<sigma> (B) mit B Element AS = sigma (B)
usw.

Was bedeutet die folgende Schreibweise:* A |= alpha*?

Hier hatte ich im Prüfungsstress Schwierigkeiten darauf zu kommen, was diese Schreibweise bedeutet. Prof. Weihrauch führte mich dann zum Kompaktheitssatz der Aussagenlogik hin. Dann wurde mir klar, dass es sich bei der Schreibweise um die logische Konsequenz X |= alpha handelt. Prof. Weihrauch wollte dann die Fassung aus dem Kompaktheitssatz hören.

Definieren Sie mir bitte eine tau-Struktur!

Hier war die genaue Def. wie im Skript gefragt, also der Trägermenge S und der Interpretationen der Prädikats- und Funktionsbezeichner, also P_R und g_f.

Was bedeutet die Abbildungsvorschrift der Term-Auswertungsfunktion W_S und der Formel-Wahrheitswertfunktion WW_S genau?

W_S : Tm → (Bel_S → S)

Der Ausdruck in Klammern ist dann gleich der Menge aller Abbildungen $W_S(t)$ von der Menge der Belegungen der Variablen über der tau-Struktur S in die Menge der Wahrheitswerte 0,1.

Damit ist insgesamt die Term-Auswertungsfunktion eine Abbildung, die jedem Term t …

ähnliches Vorgehen dann für WW_S

Durchgehen des Beweises zur rekursiven Aufzählbarkeit der Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln!

Die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln ist nicht entscheidbar, falls der Typ tau nicht zu einfach ist.

Die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln ist aber rekursiv aufzählbar, falls der Typ tau rekursiv ist. Der Typ tau = (I, J) ist rekursiv gdw. I und J rekursive Wortmengen sind. Damit sind dann auch Tm_{tau} und PF_{tau} rekursive Wortmengen. Man braucht das, um bei dem Verfahren/Algorithmus zum Beweisen der rekursiven Aufzählbarkeit feststellen zu können, ob ein eingegebenes Wort alpha Element W($Sigma_P$) überhaupt eine prädikatenlogische Formel ist.

Ich ging dann den Beweis durch, wobei Prof. Weihrauch parallel dazu Fragen stellte (s. alte PrüfProt), z.B. Wie bildet man praktisch die Skolemsche NF usw.

Wichtig war noch: Warum bildet man die Skolemsche NF? Um sich einmal auf Herbrand-Strukturen beschränken zu können ("Es sei X eine Menge von Aussagen in Skolemscher NF. Es gilt dann: X ist erfüllbar gdw. X besitzt ein Herbrand-Modell") und den Übergang zu den Instanzen von G(p(nicht_FürAlle_alpha)) zu bekommen.

Prof. Weihrauch ist ein netter und ruhiger Prüfer, der es schafft, einem die Nervosität weitestgehend zu nehmen. Kommt man nicht gleich auf eine Antwort, leitet er einen auf einem anderen Weg zur Antwort hin. Prof. Weihrauch ist also als Prüfer unbedingt zu empfehlen. Ich wünsche Euch viel Glück und Erfolg für Eure Prüfung und schreibt dann bitte auch ein Prüfungsprotokoll!

Diplomprüfung 1825 “Logik für Informatiker”

Prüfer: Prof.Dr.Weihrauch
Datum: 7. März 2005
Dauer 25-30 Minuten

Aussagenlogik

Wie sind denn die Aussagenlogischen Formeln definiert?
=> Def. Gemäß Kurs
Nun sind das ja nur Zeichenreihen. Wie kann man dem Ganzen nun eine Bedeutung geben?
=> Über die Belegungen -> Def.
=> Für jede Belegung ist dann eine Auswertefunktion folgendermaßen definiert -> Def.
Wie kann man denn nun so eine Formel auswerten?
=> Wahrheittafel
Wann ist denn nun eine Formel erfüllbar?
=> wenn es eine Zeile in der Wahrheitstafel gibt, die in der letzten Spalte zu 1 ausgewertet wird, d.h. Wenn es eine Belegung gibt die die Formel erfüllt.
Nun gibts ja unendlich viele Variablen, warum geht das trotzdem mit der Wahrheitstafel?
=> man braucht nur die in der Formel vorkommenden Variablen für die Auswertung zu betrachten.
Gibts da einen Satz der das belegt?
=> Koinzidenzlemma -> Def.
Wissen Sie noch etwas über die Geschwindigkeit mit der entschieden werden kann ob eine Formel erfüllbar ist oder nicht?
=> Erfüllbarkeitsproblem liegt in NP (Menge 3SAT der erfüllbaren AF ist NP vollständig). Ob sie auch in P liegt weiß man nicht
Es gibt da auch noch den Kompaktheitssatz, wie lautet der?
=> Erf(X) = {} gdw. Erf(Y) = {} für eine endliche Menge Y Teilmenge von X
=> Erf(X) ungleich {} gdw. X endlich erfüllbar
Was heisst denn Erf(X)
=> Def. Gemäß Kurs

Prädikatenlogik

Was ist denn ein Typ?
=> T = (I,J) mit I Teilmenge Praed und J Teilmenge Funk
Wie sind die Prädikatenlogischen Formeln definiert?
=> Def. Gemäß Kurs
Was versteht man denn unter W_s(t)(Sigma) und unter WW_s(t)(Sigma)?
=> W_s(t)(Sigma): Tm -> (Bel_s -> S)
=> WW_s(alpha)(Sigma): PF -> (Bel_s -> {0,1})
Ok, was bedeutet nun WW_s(alpha)?
=> WW_s(alpha): (Bel_s -> {0,1})
Was braucht man denn nun um den PL1 Formeln eine Bedeutung zu geben?
=> T-Struktur = (S, P, g) mit S nichtleere Menge, P Abbildung der Symbole aus I in P_R Teilmenge aus S^u(R), g Abbildung der Symbole aus J auf die Funktionen g_f: S^u(f) -> S.
Was bedeutet nun S |= alpha(sigma), S |= alpha, |= alpha?
=> S |= alpha(sigma): alpha gültig in S unter der Belegung Sigma
=> S |= alpha: alpha gültig unter jeder Belegung Sigma (S ist Modell von alpha)

=> |= alpha: alpha ist allgemeingültig, d.h. Gilt unter jeder Belegung Sigma und in allen T-Strukturen.

Wie sieht es denn mit der Entscheidbarkeit von prädikatenlogischen Formeln aus?

=> Menge der allgemeingültigen PL1 Formeln ist nicht entscheidbar aber rekursiv aufzählbar sofern der Typ rekursiv ist.

Nun ist ja die Menge aller T-Strukturen unüberschaubar groß. Gibt es da auch Strukturen die uns das Leben etwas leichter machen?

=> Herbrand Strukturen -> Def.

Kennen Sie noch den Satz der aussagt, dass wir uns auf Herbrand Strukturen beschränken können?

=> X, wenn alle beta Element X sind in Skolemscher Normalform, ist erfüllbar gdw. X hat ein Herbrand Modell

Was bedeutet denn Skolemsche Normalform?

=> Allabschluß aller Variable. Die Allquantoren stehen vor der Formel.

Nun wird ja der Beweis der rekursiven Aufzählbarkeit der allgemeingültigen Formeln über die Unerfüllbarkeit der Negation derjenigen geführt. Wo im Beweis nehmen wir uns dann die Herbrand Modelle zu Hilfe?

=> beim Übergang zu der Nichterfüllbarkeit der Instanzen.

PL1 mit Gleichheit:

Nach kurzer Einleitung: Kann man die Gleichheit nicht auch durch eine Formel ausdrücken?

=> man kann nur die Kongruenzrelation durch die Formel K_t charakterisieren.

Was ist denn eine Kongruenzrelation?

=> Q ist eine Kongruenzrelation gdw. Q ist eine Äquivalenzrelation und P und f verhalten sich analog bzgl. der Elemente aus Q.

Wie kommen wir nun zu einer T-Struktur mit Gleichheit?

=> Durch Äquivalenzklassenbildung bei der Faktorisierung

Theorien:

Was ist denn eine Theorie?

=> Def. Gemäß Kurs

Kennen Sie Theorien?

=> Arithmetik, Gruppentheorie

Wie werden diese erzeugt?

=> Arithmetik: Theorie einer Struktur

=> Gruppentheorie: Kons(X) wobei X die Gruppenaxiome sind.

Was muß für X gelten?

=> widerspruchsfrei

Nun zum Abschluß: was bedeutet X |= alpha?

=> jedes Modell von X ist auch Modell von alpha

Die Prüfung verlief in gewohnt angenehmer Atmosphäre ab. Die wichtigen Definitionen müssen genau gekonnt werden. Bei den Sätzen reicht eine sinngemäße Wiedergabe. Ich hatte schon meine zweite Prüfung bei ihm und ich kann Prof. Weihrauch sehr empfehlen.

Also, alles Gute für die Prüfung

Prüfungsprotokoll: Diplomprüfung Informatik Teil 2 (als Nebenfach im Mathe-Diplom)

Prüfer: Weihrauch
Dauer: 25 min
Datum: 17. 9. 2004
Note: 1.0

Ausagenlogik

Weichrauch: Was sind denn die aussagenlogischen Formeln?
Ich: Definiere die Menge AS der Aussagensymbole (mündl.), schreibe dann: AS Teilmenge v. AF, wenn a,b in AF dann auch nicht a, a (und/oder/impliziert) b
W: Da fehlt noch was...
I: Klammern bei den zweistelligen Junktoren und der Satz "sonst ist nix in AF".
W: Wozu braucht man diesen Satz?
I: Damit die Def. eindeutig ist; sonst würde z.B. auch die Menge aller Wörter über dem Alphabet der Aussagenlogik die "Def." erfüllen.
W: Wie sieht die Semantik für die Zeichenreihen aus AF aus?
I: Belegung := Abbildung:AS-->{0,1} lässt sich fortsetzen zu Abbildung:AF-->{0,1}. Die Bedeutung einer Formel a ist dann die Menge der Belegungen s für die <s>(a)=1 ist.
W: ja, wenn man will, könnte man das "Bedeutung" nennen. Was heisst Erfüllbarkeit?
I: a erfüllbar gdw. existiert eine Belegung s mit <s>(a)=1.
W: Wie prüft man das? Es gibt doch überabzählbar viele Belegungen...
I: Wahrheitstafel; nach Koinzidenzlemma reicht es, die Werte der Belegungen auf den in a vorkommenden Aussagesymbolen zu betrachten und das sind nur endlich viele.
W: Und wie sieht die Wahrheitstafel aus, wenndie Formel erfüllbar ist?
I: Dann steht irgendwo ne 1 in der Spalte für das Gesamtergebnis.
W: Wie aufwendig ist die Überprüfung?
I: Bei n Aussagesymbolen 2 hoch n mögliche Belegungen und mindestens n-1 Junktoren also exponentiell abhängig von der Anzahl der AusSym.
W: Gehts auch schneller?
I: Weiß keiner: Das Problem ist NP und es ist in P gdw. P=NP
W: Wie stehts mit der (Nicht-)Erfüllbarkeit einer Menge X von Formeln? Kann man ja nicht alle durchprobieren, wenn X unendlich...
I: Kompaktheitssatz: X erfüllbar gdw. Y erfüllbar für jede endliche Teilmenge Y von X
W: Negative Version?
I: X nicht erfüllbar gdw. existiert endl. Teilmenge von X, die nicht erfüllbar ist
W: Genau, das ist ja der Clou an der Kompaktheit, dass man die Nichterfüllbarkeit an einer endlichen Menge zeigen kann [war ihm wohl wichtig - wahrscheinlich hört er die negative Version lieber; die ist ja auch genau das, was vom Unendlichen ins Endliche führt, wenn ich jetzt mal drüber nachdenke]

Prädikatenlogik

W:Haben Alphabet der Prädikatenlogik und legen uns einen Vorrat von Relations- und Funktionsbezeichnern an. Was ist ein Typ?
I: Ein Paar T=(I,J) mit I Teilmenge der Relationsbezeichner und J Teilmenge der Funktionsbezeichner
W: Dann definiert man Terme und Formeln zu einem Typ T. Wie sieht dann dafür die Semantik aus?
I: Da gibts Funktionen W und WW...
W: Moment da fehlt noch was.
I: öh ... Ich hätte erst Belegungen definieren müssen. Ach ja, und überhaupt erstmal T-Strukturen: Tripel (S,Q,g) mit
S nichtleere Menge,

Q_R Teilmenge von S hoch mü(R) (=Stelligkeit von R) für alle R in I,
g_f Abbildung von S hoch mü(f) nach S für alle f in J
W: Das ist wohl nix neues für Sie als Mathematiker, dass Relationen Teilmengen von Kreuzprodukten von Mengen sind - den Informatikern ist das manchmal nicht so klar.
Sparen wir uns mal die Definitionen der Funktionen W und WW, aber von wo nach wo gehen sie?
I: W:Terme-->(Belegungen-->S) und WW:Formeln-->(Belegungen-->{0,1})
W[wollte wohl gucken, ob ichs wirklich verstanden hab]: Was ist dann also WW(a) für eine Formel a?
I: Eine Abbildung von der Menge der Belegungen in die Menge {0,1} der Wahrheitswerte.
W: Wenn S eine T-Struktur ist, was bedeuten S|=a(s), S|=a und |=a ?
I: Das erste bedeutet, dass WW_s(a)(s)=1, das zweite dass das erste gilt für alle Belegungen s, das dritte dass das zweite gilt für alle T-Strukturen S
W: Bei der Def. von |=a quantifiziert man über alle T-Strukturen und das ist ja ziemlich viel (noch nicht mal eine Menge). Wie weit ist der Begriff der Allgemeingültigkeit trotzdem zugänglich?
I: Die Menge der allgemeingültigen Formeln ist nicht rekursiv, aber rekursiv aufzählbar.
W: Der Beweis der Aufzählbarkeit ist ja ganz interessant, wie geht denn der?
I: Man muss nicht alle T-Strukturen betrachten; die Herbrand-Strukturen reichen...
W: Was muss man überhaupt tun, um die rekursive Aufzählbarkeit zu beweisen?
I: Man muss ein Verfahren angeben, das, gegeben eine Formel a, hält, wenn a allgemeingültig ist und sonst nicht.
W: Genau. Kennen Sie eins?
I: Zu a bilde die Negation des Allabschlusses von a und bringe sie in Skolemsche Normalform...
W: Was heisst das?
I: Dass man die Existenzquantoren streicht und die existenzquantifizierten Variablen durch neue Funktionssymbole ersetzt.
W: Machen Sie das mal mit (FürAlle x)(Ex y)(FürAlle z)Q(x,y,z)
I: (Will erst sagen wie man das neue Funktionssymbol bekommt)
W: Egal - nennen Sie es h
I: Na dann: (FürAlle x)(FürAlle z)Q(x,h(x),z) [und nicht etwa h(x,z)]
Weiter im Beweis: Wenn X eine Menge von Formeln in Skolemscher Normalform ist, gilt X erfüllbar gdw. X hat Herbrand-Modell. Also reicht es zu zeigen, dass die Skolemisierung von (nicht)(fürAlle)a kein Herbrand-Modell hat..
W: ...Ja und dann kommen da noch die Instanzen, aber das lassen wir jetzt mal. Was anderes: Kann man eine Struktur durch Formeln festlegen?
I: Nicht immer; z.B. die Struktur N der natürlichen Zahlen. Das sagt der Unvollständigkeitssatz von Gödel.
W: Naja, nicht so ganz.
I: Stimmt, besser der Kompaktheitssatz: Th(N) vereinigt mit {(Ex x)(x>0), (Ex x)(x>0 und x>1), (Ex x)(x>0 und x>1 und x>3), ...} ist erfüllbar für jede endliche Teilmenge, denn N ist ein Modell. Daher ist die ganze Menge erfüllbar aber in einem Modell von ihr gibt es ein Element, das grösser als alle nat. Zahlen ist, also ist N kein Modell.

Logik-Programmierung

W: Dann gabs da ja noch ein Kapitel über Logik-Programmierung. Was ist ein Unifikator?
I: Eine Spezialisierung ist eine Abb.:Variablen-->Terme. Ein Unifikator einer Formelmenge X ist eine Spezialisierung die angewandt auf jedes Element der Menge X den gleichen Wert ergibt
W: Gibts so einen immer?
I: Nein, aber es gibt ein Verfahren namens SLD-Resolution mit dem man feststellen kann, ob es einen gibt und wenn ja liefert es einen - sogar einen allgemeinsten.
W: Die SLD-Resolution wollen wir jetzt aber mal beiseite lassen. Und was ist ein allgemeinster Unifikator?

I: Ein allg. Unifikator ist ein Unifikator durch den jeder andere Unifikator faktorisiert (ein Unifikator ist ja eine Abbildung).

Fazit: Supernetter Prüfer! Wenn er den Eindruck hatte ich könne es, ist er schnell zum nächsten Thema gesprungen. In den anderen Protokollen stand oft, dass er Wert auf Details legt - kam mir eigentlich gar nicht so vor.

Diplomprüfung 1825 „Logik für Informatiker“

Prüfer: Prof. Dr. Weihrauch
Datum: Juni 2004
Dauer: 25-30 Minuten
Note: 1.0

Ich hatte keine einzige Frage, die nicht in diesen Protokollen steht, also:

Aussagenlogik:

- Definition
- Semantik
- Entscheidbarkeit (Wahrheitstafeln, NP-Vollständigkeit)

Prädikatenlogik:

- Definitionen (Typ, Struktur, Formeln)
- Semantik
- Erfüllbarkeit, Allgemeingültigkeit
- Entscheidbarkeit (insbesondere rekursive Aufzählbarkeit der Allgemeingültigkeit: Stichworte: Herbrand, pränexe Normalformen, Skolemisierung, usw...)

Prädikatenlogik mit Gleichheit

- Kann man Gleichheit mit Formeln beschreiben (nein)
- Wie geht es -> Kongruenzrelation, Faktorisierung

Theorie:

- Definition
- Theorien: Kons(X) einer widerspruchfreien Formelmenge X, Alle Formeln, für die eine Struktur S ein Modell ist.
- Nicht-Charakterisierbarkeit von Strukturen

Gedächtnisprotokoll
Kurs 1825 ‚Logik für Informatiker'

Prüfer	**:**	**Prof.Dr.Weihrauch**
Datum	**:**	**31.03.2004**
Dauer	**:**	**ca. 30 min.**

Aussagenlogik

1. **Wir haben im Kurs mit dem einfachen Teil, der Aussagenlogik angefangen…. Wie haben wir dort die Formel definiert ?**
   Rekursive Formeldefinition hingeschrieben, leider gleich vergessen zu erwähnen, dass α und β aus AF sind und der Index der Aussagensymbole i $\in$ N. Nach etwas Hilfe wusste ich dann aber, auf was Prof. Weihrauch hinaus wollte.
2. **Warum brauchen wir denn den abschließenden Teil ‚Keine weiteren Elemente aus $\Sigma*$ gehören zu AF' ?**
   Damit wird die Menge eindeutig definiert als die kleinste Menge, die die genannten Klauseln erfüllt.

2a. **Genau, denn welche Menge würde diese z.B. auch erfüllen ?**
   $\Sigma*$ würde die Menge auch erfüllen.

3. **Jetzt haben wir noch eine Belegung definiert, wie sieht die aus?**
4. **Wann nennen wir nun eine Formel erfüllbar, wann allgemeingültig?**
5. **Wie kann man das nun testen? Wahrheitstafelmethode**
6. **Als Informatiker müsste man auch noch etwas über diesen Test wissen**
   Ist NP Vollständig
7. **Warum kann man das eigentlich testen, wenn doch die Menge der Belegungen überabzahlbar groß ist?**
   Koinzidenzlemma
8. **Wann kann man nun für eine Formel schreiben, dass sie eine logische Konsequenz aus einer Formelmenge ist, also X |= α ?**
9. **Wie lautet der Kompaktheitssatz?**
   Habe mit dem ersten Teil der Definition angefangen…
   Jetzt müssen Sie erst mal definieren, was mit ‚Erf(X)' gemeint ist…

Prädikatenlogik

1. **In der Prädikatenlogik haben wir dann weiter Variablen, Prädikate und Funktionen definiert, was brauchen wir dann weiter ?**
   Typ, mit Definition.
2. **Dann haben wir Terme und Formeln definiert. Nun brauchen wir etwas das dem Ganzen einen Sinn gibt …wie ist die Semantik definiert ?**
3. **Wie lautet die Funktionsvorschrift der Termwert, Wahrheitswertefunktion?**
4. **Was genau liefert uns denn die WW_S?**
   Eine Funktion…
5. **Wie sieht nun hier die Belegung aus ?**
6. **Was bedeutet S |= $\sigma(\alpha)$, S |= α, |= α ?**
7. **Ist diese Menge denn entscheidbar?**
8. **Die semi – entscheidbarkeit (ra) kann man zeigen, wie sieht denn der**

Beweis hierzu aus?

9. **Die Strukturen sind jetzt ja so vielfältig, dass sie noch nicht mal eine Menge sind sondern lediglich eine Klasse bilden! Wie bekommt man denn nun das in den Griff?**
   Beschränkung auf Hebrand Strukturen
10. **Kennen Sie noch den Satz, aus dem hervorgeht, dass wir uns auf Hebrandstrukturen beschränken können ?**
11. **Wie gehen wir weiter vor?**
    Erklärung von pränexer Normalform, skolemsche Normalform
10. **Zeigen Sie doch mal am Beispiel wie dies aussieht - $\forall x \exists y \forall z\ g\ (x,y,z)$**
    Grungedanke ist, dass es zu jedem x ein y gibt, also lässt sich mit einer Funktion h in effektiver Weise diese z bestimmen. -> - $\forall x\ \forall z\ g\ (x,\underline{h(x)},z)$
    Dann den Beweis zu Ende geführt, wobei mich Prof. Weihrauch kurz darauf unterbrochen hat, da er offenbar den Eindruck hatte, ich könnte den Rest.

Theorien

1. **Gehen wir über zu den Theorien, wie sind diese denn definiert?**
2. **Kennen Sie Beispiele von Theorien ?**
   Arithmetik, Gruppentheorie
3. **Wie werden denn solche erzeugt?**
4. **Welche wird wie erzeugt?**
5. **Was muss dann für die Axiome gelten ?**
   Sie müssen Widerspruchsfrei sein.

Wie schon viele vor mir, kann ich die Prüfung als einer meiner ‚Schönsten' beurteilen. Prof. Weihrauch erwartet präzise Definitionen, das ist Arbeit aber zu schaffen. Bei den Sätzen ist das Verständnis dann wichtiger. Insgesamt war ich am Anfang etwas ungenau, was aber trotzdem für eine 1.0 gereicht hat.
Viel Glück bei Eurer Prüfung!!

Gedächtnisprotokoll zur Diplomprüfung Logik für Informatiker (01825)

Prüfer: Prof. Dr. Weihrauch
Datum: März 2003
Dauer: 25 Minuten

Aussagenlogik

- Was gehört alles zu den aussagenlogischen Formeln?
  Definition 2.1.1
- Warum wird in der Definition gesagt: „Keine weiteren Elemente gehören zu AF“?
- Wie ist die Semantik der Aussagenlogik definiert?
  Definition 2.2.3
- Wann heißt eine Formel erfüllbar, wann allgemeingültig?
  Definition 2.3.2
- Mit welcher Methode kann man das zeigen?
  Wahrheitstafelmethode
- Warum geht das mit der Wahrheitstafelmethode, es gibt doch unendlich viele Belegungen?
  Koinzidenzlemma 2.4.1
- Welche Komplexität hat das Ermitteln der Allgemeingültigkeit?
  Bei n verschiedenen Aussagensymbolen sind 2^n Zeilen zu berücksichtigen
- Gibt es schnellere Verfahren?
- Wie ist die Erfüllungsmenge definiert?
  Definition 2.4.6
- Wie ist das mit der Unerfüllbarkeit von unendlichen Mengen?
  Kompaktheitssatz 2.4.8 (1)

Prädikatenlogik

- Variablen, Funktionen, Prädikate sind gegeben. Wie ist der Typ definiert?
  Definition 3.2.2
- Wie ist die t-Struktur definiert?
  Definition 3.3.1 (wichtig war: **Q**(R) ist eine Teilmenge von $S^{\mu(R)}$)
- Wie ist die Abbildungsvorschrift von WW_S?
  genaue Angabe der Vorschrift aus 3.3.3 (2) genügte

- Was bedeuten S |= a(s), S |= a, |= a?

- Ist die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln rekursiv oder rekursiv-aufzählbar?

  nicht rekursiv: Erläuterung von 3.7.2, 3.7.3 und 3.7.4
  Nachgefragt: Wie sieht der Typ aus? (er darf nicht zu einfach sein)

  rekursiv-aufzählbar: Beweis von 3.6.11 (1) erläutert, dazu pränexe Normalform, skolemsche Normalform, und Satz 3.6.4 erläutert

Theorie

- Wie ist eine Theorie definiert?
  Definition 3.9.1

- Wie lassen sich Theorien erzeugen?
  Definition 3.9.2 (1) und (2)

- Kennen Sie Beispiele?
  Die Artithmetik und die Gruppentheorie

- Legt eine Formelmenge die Struktur eindeutig fest?
  Nein. Erläuterung des Nicht-Standard-Modells. Dabei wurde der Kompaktheitssatz der Prädikatenlogik erwartet.

Die Prüfung verlief prima. Fast alle Fragen waren in den Protokollen erwähnt.

Mündliche Diplomprüfung - Theoretische Informatik

Prüfer : Prof. Dr. Weihrauch
Datum : Dezember 2000
Kurs : 01825 Logik für Informatiker

- Das Alphabet der Aussagenlogik sei gegeben. Was benötigt man weiter zur Syntaxdefinition?
  - ⇒ *Menge der Aussagensymbole (Definition 2.1.1)*
  - ⇒ *Menge der aussagenlogischen Formeln (Definition 2.1.1)*

- Wie ist die Semantik der Aussagenlogik definiert?
  - ⇒ *Belegung (Definition 2.2.3)*
  - ⇒ *Auswertungsfunktion (Definition 2.2.3)*

- Wann ist eine aussagenlogische Formel erfüllbar, wann allgemeingültig?
  - ⇒ *erfüllbar (Definition 2.3.2 (2) und verbale Erläuterung der Bedeutung)*
  - ⇒ *allgemeingültig (Definition 2.3.2 (1) und verbale Erläuterung der Bedeutung)*

- Wie ist die Erfüllbarkeit auf Mengen aussagenlogischer Formeln definiert?
  - ⇒ *Erfüllungsmenge (Definition 2.4.6 (1), (2))*

- Wie geht man mit der Erfüllbarkeit von unendlichen Mengen um?
  - ⇒ *Kompaktheitssatz der Aussagenlogik (Definition 2.4.8 (1), (2) und verbale Erläuterung der Bedeutung)*
  - ⇒ *Definition 2.4.8 (1) wird im Beweis der "rekursiven Aufzählbarkeit von allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln" angewandt (siehe unten)*

- Sind allgemeingültige aussagenlogische Formeln entscheidbar?
  - ⇒ *Entscheidbarkeit mittels Wahrheitstafelmethode (Kapitel 2.3)*
  - ⇒ *Komplexität des Verfahrens: mindestens (2-1) 2^n Operationen (Kapitel 2.3)*

- Es gibt doch unendlich viele Belegungen. Wieso dieses endlich lösbar?
  - ⇒ *verbale Erläuterung des Koinzidenzlemmas der Aussagenlogik (Lemma 2.4.1)*

- Gibt es schnellere Entscheidungsverfahren für allgemeingültige aussagenlogische Formeln?
  - ⇒ *vermutlich nicht (Kapitel 2.3)*
  - ⇒ *Argumentation über das P-NP-Problem und der NP-vollständigen Sprache $X = \{a \hat{I} AF \mid a$ nicht Tautologie$\}$ (Kapitel 2.3)*

- Syntax der Prädikatenlogik: das Alphabet, die Menge der Individuenvariablen, die Menge der Prädikats- und Funktionsbezeichner sowie die Stellenzahlfunktion ist gegeben. Was brauchen wir noch?
  - ⇒ *Typ (Definition 3.2.2)*
  - ⇒ *Terme (Definition 3.2.3), PAT_t sowie PF_t (Definition 3.2.4) wurden vom Professor kurz erwähnt*

- Was gehört zur Semantik der Prädikatenlogik
  - ⇒ *t-Struktur (Definition 3.3.1 und verbaler Erläuterung der Bedeutung)*
  - ⇒ *Belegungen (Definition 3.3.2)*

- Es werden prädikatenlogische Terme ausgewertet. Entsprechend gibt es auch eine Formelauswertungsfunktion WW_S. Wie ist diese definiert?
  - ⇒ *Wertauswertungsfunktion: WW_S: PF ® (Bel_S ® {0, 1}) (Definition 3.3.3 (2) – Angabe der Abbildungsvorschrift wurde gefordert und genügte)*
  - ⇒ *verbale Erläuterung der Abbildungsvorschrift: die Wertauswertungsfunktion WW_S ordnet **jeder** prädikatenlogischen Formel a eine Wahrheitswertfunktion $WW_S(a)$ zu, die wiederum **jeder** Belegung von Bel_S einen Wahrheitswert 0 oder 1 zuordnet*
  - ⇒ *allgemein: die Semantik in der Prädikatenlogik ist mit Hilfe von Belegungen **und** Strukturen definiert*

- Was bedeutet S α(σ), S α, α?
  - ⇒ *S $a(s)$ (Definition 3.3.3 (3) und verbale Erläuterung)*
  - ⇒ *S a (Definition 3.3.7 (1) und verbale Erläuterung)*
  - ⇒ *a (Definition 3.3.16 (2) und Lemma 3.3.17 (1) und verbale Erläuterung)*

- Was kann man über die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln sagen? Ist sie entscheidbar, beweisbar?
  - ⇒ *Unentscheidbarkeit der allgemeingültigen Prädikatenlogik*
  - ⇒ *kurze verbale Erläuterung: Reduktion der Unentscheidbarkeit der Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln auf das Ableitungsproblem von Semi-Thue-Systemen (Kapitel 3.7)*

- Der Beweis für die rekursive Aufzählbarkeit der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formel wurde mit dem Professor zusammen entwickelt – mit einigen Zwischenfragen:
  - ⇒ *a allgemeingültig*
  - ⇒ *" a allgemeingültig*
  - ⇒ *b := Ø " a nicht erfüllbar*
    - ∗ *Umformung, da dieses mit endlichen Mitteln zu beweisen ist*
  - ⇒ *g := Sk(b) := G(pn(b))*
    - ∗ *Umformung in pränexe Normalform: logisch äquivalent*
    - ∗ *Umformung in skolemisierte Normalform: erfüllbarkeitsäquivalent*
  - ⇒ *Übergang zu Inst(g)*
    - ∗ *Wieso benötigt man geschlossene Formeln in skolemisierter Normalform? Das allgemeine Erfüllbarkeitsmodell von Formeln (Formelmengen) in geschlossener skolemisierter Normalform reduziert sich auf die Herbrandmodelle.*
    - ∗ *Definition Herbrandmodell, Herbranduniversum, spezielle Interpretation bei der Definition von Funktionen (Definition 3.6.1)*
    - ∗ *Nennung des elementaren Satzes 3.6.4: Sei X eine Menge von Aussagen (geschlossene Formeln) in Skolemscher Normalform. Dann ist X genau dann erfüllbar, wenn X ein Herbrand-Modell besitzt.*
    - ∗ *Wieso nun der Übergang zu Instanzen?*
      Instanzen verhalten sich bezüglich der Gültigkeit in Strukturen wie aussagenlogische Formeln über Belegungen. Sie enthalten keine Quantoren und keine Variablen, d.h. sie haben einen festen Wahrheitswert.
  - ⇒ *Übergang zur aussagenlogischen Interpretation der prädikatenlogischen Formeln mittels I_j^{-1}(Inst(g))*

  - ⇒ *Anwendung des Kompaktheitssatz der Aussagenlogik (Definition 2.4.8 (1))*
  - ⇒ *Wenn das Verfahren hält, dann ist a allgemeingültig! Ansonsten stoppt das Verfahren nicht!*

- Gibt es auch einen Kompaktheitssatz der Prädikatenlogik?
  ⇒ *Definition 3.6.10*

- Was ist eine Theorie?
  ⇒ *verbale Erläuterung von Definition 3.9.1*

- Legt eine Theorie die zugehörige Struktur eindeutig fest?
  ⇒ *Nein!*
  ⇒ *Gegenbeispiel: Struktur der reelen Zahlen (Kapitel 3.10E); nach dem Satz von Löwenheim-Skolem gibt es auch ein Modell mit abzählbar-unendlicher Trägermenge*

- Kennen Sie den Begriff der Unifikation?
  ⇒ *verbale Erläuterung von Definition 4.2.1 (Unifkator, unifizierbar) und Definition 4.1.2 (Spezialisierung)*

- Was versteht man unter einem allgemeinsten Unifikator?
  ⇒ *Definition 4.2.2 und verbale Erläuterung von Lemma 4.2.4*

<u>Anmerkung:</u>
Die Prüfung verlief in angenehmer und ruhiger Atmosphäre in Form eines Prüfungsgespräches. Hier entwickelten sich auch die meisten der oben angesprochenen Fragen. Eine Vorbereitung der mündlichen Diplomprüfung nach den Protokollen zur Ermittlung der Fragenschwerpunkten ist zu empfehlen.

Gedächtnisprotokoll
Diplomprüfung Theoretische Informatik / 27.9.95
Logik für Informatiker (1825)
Prüfer: Prof. Dr. Weihrauch

- Definition der aussagenlogische Formeln (AF).
- Definition von Belegung, Auswertefunktion bei AF.
- Warum können wir die Funktionen alle rekursiv definieren (Voraussetzungen für Rekursionssatz und Satz selbst sind gefragt) ?
- Ist Menge der AF entscheidbar/beweisbar ?
- Wann heißt eine AF erfüllbar ?
- Definition Kompaktheitssatz.
- Was ist ein Typ ?
- Definition der prädikatenlogischen Formeln (PF).
- Was benötigt man für die Semantik der PF (Struktur, Belegungen) ?
- Definition der Semantik der PL1.
- Wann heißt eine PF erfüllbar ?
- Es wurde eine PF angegeben, Skolemisierung bilden.
- Ist Menge der PF entscheidbar/beweisbar (Dabei wurden bei der Erklärung des Beweises der r.a. meinerseits vom Prof. zu jedem Zwischenschritt Fragen eingeworfen, wie z.B. Def. einer Herbrand-Struktur, warum Instanzenbildung, warum Abfrage auf nicht erfüllbar der negierten Formeln im Beweis)
- Unterschied zwischen der Prädikatenlogik mit und ohne Gleichheit ?
- Was ist eine Kongruenzrelation ?

Dipl. Theo.

Prüfer: **Prof. Weihrauch** Datum: **8.8.1995**

Theor. Informatik Teil I: **Logik für Informatiker** (Note 2,3)

Fragen:

Syntax der Aussagenlogik
(Das Alphabet wurde übersprungen)
Menge der Aussagensymbole
Menge der aussagenlogischen Formeln
(Hier sollte man darauf achten bei den Definitionen auch wirklich „**genau dann, wenn**" zu sagen. Ich verwendete „falls". Dieses Wort hörte der Professor nicht so gerne. Er meinte, daß dieses Wort genaugenommen in der Logik etwas anderes bedeutet.)
Semantik der Aussagenlogik
Belegung
Auswertefunktion
Was heißt: Eine Formel ist erfüllbar?
Kompaktheitssatz
Ist die Menge der nicht erfüllbaren Formeln entscheidbar? Beweis
Welcher Aufwand?
Gibt es schnellere Verfahren? Begründung

Prädikatenlogik
Was ist ein Typ?
Was braucht man zur Semantik noch?
Struktur
Wie ist die Belegung definiert?
Wie ist W(t) definiert?
Wie ist WW(t) definiert? (Genaue Definition hinschreiben)
Wann ist eine Formel gültig? - Wenn es eine Struktur gibt in der sie gültig ist.
Ist die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln entscheidbar? - Nein
Kann man auch etwas positives über sie sagen? Ja, sie sind rekursiv aufzählbar.
Beweis:
(Muß genau gekonnt werden. Es wurden dazu viele Zwischenfragen gestellt.)
Warum wird $\beta = \neg\forall\alpha$ gebildet? (Wenn α allgemeingültig, dann ist $\neg\forall\alpha$ nicht erfüllbar, und letzteres kann mit endlichen Mitteln bewiesen werden.)
pränexe Normalform
Skolemisierung
(Ist an einem Beispiel zu zeigen: $\forall x \forall y \exists z Q(x,y,f(y,z))$ siehe KE4)
Wozu wird die Skolemisierung benötigt? Ist das nicht ein großer Eingriff in die Formel?
Entscheidbarkeit bleibt erhalten und man kann sich nun auf die Untersuchung von Herbrandmodellen beschränken.
Herbrand-Modelle, Herbrandstruktur

Was ist eine Theorie?
Nennen sie Beispiele! Theorie von N, Gruppenaxiome
Welches sind nun die Gruppenaxiome? (Hier wußte ich nicht weiter!)

Gesamteindruck: Das Prüfungsklima war sehr angenehm. Mit der Benotung war ich eigentlich zufrieden, da ich bei der Prädikatenlogik mit den Indizes doch einige Probleme hatte und bei den letzten Fragen konnte ich gerade noch die Definition der Theorie, sowie die Beispiele.

DIPLOM-PRÜFUNG Theoretische Informatik, 27.3.95

Kurs : **Logik für Informatiker**
Dauer : 25 min
Prüfer : Prof. Weihrauch

Wie sind die aussagenlogischen Formeln definiert ?
◊ Definition AS, induktiver Aufbau, Definition AF

Wie ist die Semantik der Aussagenlogik definiert ?
◊ Angabe von σ und $<\sigma>$

Was bedeutet im Rahmen der AF erfüllbar, was bedeutet allgemeingültig ?
◊ übliche Definition mit Hinweis auf eine Belegung (erfüllbar) und alle Belegungen (allgemeingültig).

Wie lautet der Kompaktheitssatz der Aussagenlogik ?
◊ Angabe der drei Teile der Definition Erf(X)=o, Erf(X)≠o, X I= a, mit Hinweis, daß die erste Definition für Beweis der rekursiven Aufzählbarkeit der allg.gültigen AF benötigt wird.

Was wird alles für die Prädikatenlogik benötigt ?
◊ Angabe des Alphabets, der Variablen, der Funktions- und Prädikatsbezeichner.

Wie wird die Semantik für die Prädikatenlogik definiert ?
◊ Angabe der Funktionen W_S und WW_S, insbesondere genaue Abbildungsvorschrift :
W_S : (Tm -> (Bel -> S)) bzw. WW_S : (PF -> (Bel -> {0,1}))

Definieren Sie für PF die Gültigkeit in Strukturen:
◊ hier direkt S I= a(σ) für alle σ und nicht S I= a(σ) für ein σ.
◊ die allgemeingültigen PFs erhält man durch Quantifizieren über alle Strukturen.

Was kann man zur Rekursivität bzw. rekursiven Aufzählbarkeit der allgemein-gültigen PFs sagen ?
◊ rekursiv : nein. Zeigen durch Einbettung in das Semi-Thue-Systems t = (Γ,R)
Äquivalenz der Worterzeugung S1 ->τ W und
Allgemeingültigkeit von H(w), wobei H: W(Δ) -> W(Δ) und $\Delta=\Sigma_p \vee \Gamma$.

◊ rek.-aufzählbar : ja. Zeigen durch Beweisangabe.
α -> $\forall\alpha$. Bleibt allg.gültig erhalten ? Ja.
$\forall\alpha$ -> $\neg\forall\alpha$. Welcher Zusammenhang gilt hier ?
allg.gültig <-> nicht erfüllbar
$\neg\forall\alpha$ -> pn($\neg\forall\alpha$) -> G(pn($\neg\forall\alpha$)) = Sk(β). Alle drei nicht erfüllbar.
1. Satz : X Teilmenge von PF in SkolemNF und X erfüllbar, dann gibt es ein Herbrand-Modell.
2. Satz : X Teilmenge von PF in SkolemNF und Inst(X) erfüllbar gdw. es ein Modell besitzt.
Abschluß : Übergang zur aussagenlogischen Interpretation der prädikatenlogischen Formeln mittels I_Φ^{-1}.

Nachfragen zu Inst(X) und dem Übergang zur Aussagenlogik. Wieso geht das ?
◊ Angabe der Herbrand-Struktur H=($U\tau$,Q,f) mit $U\tau$={t e Tmτ I Vk(t)=o} und $g_f(t_1,\ldots,t_{\mu(f)}) = f(t_1,\ldots,t_{\mu(f)})$, d.h. Gleichschaltung von Syntax und Semantik. Der Übergang zur Aussagenlogik ist dann möglich, da alle Quantoren und Variablen ersetzt worden sind.

Wie ist der Zusammenhang der PL mit Gleichheit und der PL ohne Gleichheit ?
◊ Kongruenz von Elementen, Formelmenge Kτ, faktorisieren liefert (τ,=)-Struktur. Deren Trägermenge sind die Äquivalenzklassen. In PL mit Gleichheit ist Charakterisierung der Strukturen bis auf Isomorphie möglich. In PL ohne Gleichheit ist lediglich Charakterisierung der Äquivalenzklassen der Trägermenge möglich.

Was sind Theorien ?
◊ Aufschreiben der Eigenschaften 'widerspruchsfrei und konsistent'.

Wie kann man Theorien erzeugen ?
◊ Als Menge der Konsequenzen
◊ Durch Angabe einer Struktur und resultierender Konsequenzenmenge

Sind Strukturen durch eine Theorie festzulegen ?
◊ Nein. Angabe des Nicht-Standardmodells der Arithmetik

Warum hat denn Th(N) ∪ Y auch ein Modell ?
◊ Argumentation mittels des Kompaktheitssatzes der PL.

Die Prüfung verlief in einer guten Atmosphäre. Dies war meine vierte mündliche Prüfung bei Prof. Weihrauch und ich habe Ihn stets als sehr genau aber auch fair empfunden. Den Kurs selbst habe ich als anspruchsvoll in Erinnerung

Diplomprüfung Logik für Informatiker

Kurs 1825

Datum:25.3.98

Prüfer: Prof. Dr. Weihrauch

Note:1.0

Dauer:

- Aussagenlogik
- Syntax 2.1.1
- Belegung: Funktion von AS nach der menge {0,1} 2.2.3 (1)
- Auswertfunktion: Funktion von AF nach {0,1} 2.2.3 (2)
- Formel gültig: Gilt unter jeder Belegung 2.3.2 (1)
- Formel erfüllbar: Es existiert eine Belegung .. 2.3.2 (2)
- Entscheidbarkeit Tautologie oder Erfüllbarkeit: Wahrheitstafelmethode
- Kompaktheitssatz: 2.4.8
- Prädikatenlogik
- Syntax: 3.2.1
- Was ist eine Relation
- Typ: 3.2.2
- Term: 3.2.3
- Formel: 3.2.4
- Struktur: 3.3.1
- Belegung: Funktion von Var nach S 3.3.2
- Semantik 3.3.3
- Wichtig! Ws:Tm-(BEL-S) und WWs:PF-(BEL-{0,1})
- Gültigkeit, Allgemeingültigkeit in Formelschreibweise: 3.3.7 3.3.16
- Unentscheidbarkeit der PL: 3.7.4
- Semi-Entscheidbarkeit der PL: 3.6.11
- Negation, wieso
- Allabschluss, wieso
- pränexe Normalform, wieso
- Skolemisierung, Äquivalenz der Erfüllbarkeit
- Herbrand Universum,Struktur,wieso
- Instanzen,Instanzierung
- Kompaktheitssatz der PL
- Theorien

Gedächtnisprotokoll zur Diplomprüfung Theoretische Informatik

Kurs: Logik für Informatiker (1825)

Datum: 15.4.1998

Prüfer: Prof. Weihrauch

Note: 1,0

- Wie sind die aussagenlogischen Formeln definiert?
- Was ist eine Belegung?
- Wie ist die Auswertungsfunktion definiert?
- Ich hatte die Klammern bei den aussagenlogischen Formeln vergessen.

  Daher kam die Nachfrage: Was liefert <(a b c)?

- Der Ausdruck ist nicht definiert, da wir keine Prioritätenregelung besitzen. Man muß klammern.
- Wann heißt eine Formel erfüllbar?
- Wie kann man die Erfüllbarkeit einer Formel prüfen?
- Mit der Wahrheitstafelmethode.
- Wie lange dauert dies?
- Die Methode benötigt mindestens (n-1)*2^n elementare Operationen.
- Kann man es schneller berechnen?
- Das weiß man nicht, denn das Erfüllbarkeitsproblem ist NP-vollständig.
- Nennen Sie eine Version des Kompaktheitssatzes der Aussagenlogik.
- Ich nannte die positive Variante, woraufhin ich auch noch nach der negativen gefragt wurde.
- Prof. Weihrauch erläuterte die Definition der prädikatenlogischen Terme, Atome und Formeln und fragte, was wir für die Semantik der Prädikatenlogik brauchen.
- Struktur, Termauswertungsfunktion und Wahrheitswertefunktion.

Alle drei mußte ich erläutern, bei den Funktionen war aber die Abbildungsvorschrift das Wichtigste. Die Definition der Funktionen habe ich nur angedeutet.

- Was bedeuten die Ausdrücke S a(), S a, a?
- Hierbei sollte ich die Bedeutung mit Hilfe der Funktion WW ausdrücken.
- Was bedeutet "t frei für y in a"?
- Was ist ein Herbrand-Universum, eine Herbrand-Struktur?
- Wie lautet der Satz von Löwenheim-Skolem?
- Können Sie dies beweisen?
- Sind die allgemeingültigen PF entscheidbar, beweisbar, ...?
- Wir entwickelten gemeinsam einen Beweis zur Beweisbarkeit der allgemeingültigen

Formeln, wobei ich die Bildung der Pränexnormalform verbal erläutern und eine Skolemisierung an einem kleinen Beispiel zeigen mußte.

- Zum Begriff der Theorie wurde ich folgendes gefragt: Definition, Beispiele, Berechnungsmethoden (über Struktur oder Formelmenge).
- Prof. Weihrauch machte einige Bemerkungen zu Nicht-Standard-Modellen.
- Legt eine Theorie die zugehörige Struktur eindeutig fest?
- Nein, wie aus dem Beweis von Löwenheim-Skolem für unendliche Strukturen ersichtlich ist.

Die Prüfung verlief in einer sehr entspannten und ruhigen Atmosphäre.

- Definition 3.9.1
- Erzeugung von Theorien 3.9.2(2) und 3.9.2(3)
- Beispiele: Th(N) und GrTh
- Sind Theorien ausreichend um Strukturen festzulegen: Nicht-Standard-Modell der Arithmetik

Die Prüfung bei Prof. Weihrauch war angenehm und locker. Prof. Weihrauch hat stark unterstützt, sodas man außer den Definitionen nichts auswendig können mußte. Die Algorithmen und der Formalismus sollten aber sitzen. Vor Beginn der Prüfung unterhielten wir uns kurz darüber, das meine Prüfung als Versuch angemeldet war. Ich nehme an, das der Versuch sich positiv auf meine Benotung ausgewirkt hat.

Wer Gedächtnisprotokolle nutzt, sollte selbst welche schreiben!

Diplomprüfung Kurs 1825: Logik für Informatiker

Datum: März 1999

Prüfer: Prof. Weihrauch

Dauer: 25 Min.

Note: 1.0

AUSSAGENLOGIK:

- Definition der aussagenlogischen Formeln
  (Def. 2.1.1)
- Was versteht man unter einer Belegung?
  (Def. 2.2.3, auch Auswertungsfunktion genannt)
- Wann ist eine aussagenlogische Formel erfüllbar, wann allgemeingültig?
  (Def. 2.3.2)
- Ist die Allgemeingültigkeit der aussagenlogischen Formeln entscheidbar?
  (Ja, mit Hilfe der Wahlheitstafelmethode. Hier habe ich ungefragt noch den exponentiellen Aufwand hinzugefügt und die Anzahl Elementaroperationen (n-1* 2 ^n) abgeschätzt.)
- Können Sie sich ein schnelleres Verfahren vorstellen?
  (Erläuterung P- und NP-Klassen, die Menge SAT (Menge der erfüllbaren AF) ist NP-vollständig, ob sie auch in P liegt, weiss man nicht)
- Warum darf man die Wahrheitstafelmethode anwenden, wir haben doch unendlich viele Belegungen?
  (Das Koinzidenzlemma besagt, dass der Wert einer Formel nur von der Belegung der in ihr vorkommenden Aussagensymbolen abhängt. Anschließend genaue Definition begonnen, von Prof. Weihrauch aber nach dem korrekten Ansatz abgebrochen).
- Bei der Erfüllbarkeit von unendlichen Mengen, was machen wir denn da?
  (Def. 2.4.8 Kompaktheitssatz der Aussagenlogik)
- nachgehakt: Was ist eine Erfüllungsmenge?
  (Def. 2.4.6 (1))

PRÄDIKATENLOGIK

- Was gehört zur Syntax der Prädikatenlogik? (gemeinsame Auflistung von Prof. Weihrauch und mir)

  (Alphabet, Variablen-, Prädikats-, Funktionsbezeichner, prädikatenlogische Formeln, Terme)
- Was ist eine Struktur?
  (Also erstmal brauche ich dafür einen Typ...)
- Ja genau, definieren Sie mir zuerst einen Typ!
  (Def. 3.2.2, dann die Def. der Struktur Def. 3.3.1)
- Was gehört zur Semantik?
  (Def. 3.3.2 die Belegung, dann die Def. 3.3.3 begonnen, hier musste ich nur die Abbildungsvorschrift
  WWs: PF -> (Bel s -> {0,1}) nennen)
- Was ist $S \models \alpha$ (σ), $S \models \alpha$ und $\models \alpha$?
  (Def. 3.3.7)
- Ist die Menge der allgemeingültigen prädikatenlogischen Formeln rekursiv?

(Nein, sie ist aber rekursiv aufzählbar)

- Wie lautet der Beweis?
  (Eingabe in eine Maschine: a, Negation und Allabschluß, pränexe Normalform, Skolemsche NF, Überleitung zu Herbrand-Modellen, Instanzen, Terminierung, wenn eine endliche, nicht erfüllbare Instanz gefunden wurde)
  Zwischenfragen: genaue Definition einer pränexen NF?, genaue Definition einer Skolemschen NF? Wie ist eine Herbrand-Struktur definiert?)
- Wie lautet der Kompaktheitssatz der Prädikatenlogik?
  (Def. 3.6.10)
- Was ist der Zusammenhang zwischen PL mit Gleichheit und PL ohne Gleichheit?
  (Kongruenzrelation)
- Wo liegt der genaue Unterschied zwischen den beiden Logiken?
  (Hier wollte Prof. Weihrauch genau das Stichwort "Faktorisierung" hören.)

THEORIEN

- Wie ist die Theorie definiert?
  (Def. 3.9.1)
- Wie kann man Theorien gewinnen? Kennen Sie Beispiele?
  (Als Theorien von Strukturen (Arithmetik) oder als Konsequenzenmengen widerspruchsfreier Axiome (Gruppentheorie)

Die Prüfung war prima! Alle Fragen waren bekannt aus vorigen Protokollen. So gesehen hätte ich mir die Arbeit des Protokollschreibens sparen können, aber für Häufigkeitsanalysen ist auch ein im Inhalt bekanntes Protokoll nicht schlecht. Wichtig war Prof. Weihrauch der Formalismus!!! Die Definitionen sollten schon formal genau hingeschrieben werden. Bei vielen Fragen hat er beim richtigen Ansatz auch direkt selbst weitergemacht.

VIEL GLÜCK!!