Kurs: 1828 - Grundlagen, Systeme und Anwendungen der Wissenslogik
Version: SoSe 2006
Datum: 28.08.2006
Prüfer: Prof. Dr. Heinemann
Beisitzerin: Dipl.-Math. Grubba
Dauer: ca. 30 Minuten
Note: 1.0

Prof. Heinemann führt kurz ein, daß im Kurs die modale Logik als Grundlage der Wissenslogik behandelt wird, und zwar als Erweiterung der aussagenlogischen Sprache um den Box-Operator. Wie kann nun eine Formel box alpha interpretiert werden?

Ich entwickle modallogisches Modell: nicht-leerer Träger S und Erreichbarkeitsrelation R bilden einen Rahmen F=(S, R), Belegung wird i.Ggs. zur Aussagenlogik jetzt relativ zu den Referenzpunkten definiert als V: S x AS -> {0, 1}. In diesem Modell M = (S, R, V) ist die Semantik von box alpha gegeben durch (M,s) != box alpha :<=> für alle t in S (sRt => (M,t) != alpha).

Prof. Heinemann fragt nach "dem anderen" Operator.

Ich erkläre den Diamond-Operator als Kurzschreibweise für nicht-Box-nicht und erläutere, daß dieser existenz- und jener allquantifizierend ist.

Prof. Heinemann fragt nach den "Inhalten" des minimalen Kalküls.

Ich zähle auf: als Axiome Instanzen aussagenlogischer Tautologien und die Distribution des Box-Operators über die Implikation, als Regeln die
Modus-ponens- und die Necessitationsregel.

Prof. Heinemann fragt nach einem Beispiel für Rahmenklassen, die axiomatisch charakterisiert werden können.

Ich erwähne die Reflexivität: R ist genau dann reflexiv, wenn in jedem Modell in jedem Referenzpunkt für jedes alpha in MOF die Formel Box alpha impl. alpha gültig ist.

Prof. Heinemann wirft ein, daß man das ja nicht unbedingt so einfach sehen kann.

Ich widerspreche, daß die Richtung von links nach rechts oft gut einsichtig ist (erkläre das kurz für diesen Fall), und daß der Beweis von rechts nach links kontradiktorisch mit einer geeigneten Belegung erfolgt.

Prof. Heinemann steuert auf das Axiomensystem zu, das für die Wissenslogik besonders wichtig ist.

Ich zähle die Axiome und die Relationseigenschaften für S5 auf:
Reflexivität, Transitivität und als drittes Symmetrie oder Euklidizität, zeige anhand der Axiome für eine Richtung, wie man das eine aus dem anderen ableiten kann.

Prof. Heinemann kommt auf die Korrektheit von Kalkülen zu sprechen, die oft einfacher als eine andere Eigenschaft zu zeigen ist.

Ich gehe auf die Vollständigkeit ein [wie wird sie gezeigt?], will direkt auf den Tableau-Algorithmus kommen [nein, da sind wir schon bei der Entscheidbarkeit], ich komme gerade noch rechtzeitig auf das kanonische Modell, erkläre Konsistenz und daß aufgrund des Zornschen Lemma maximal konsistente Mengen existieren, diese bilden den Träger des kanonischen Modells, konstruiere dazu die Erreichbarkeitsrelation und die Belegung. Im Gespräch kommen wir noch darauf, daß die Vollständigkeit des Kalküls durch die Gültigkeit des Negats einer nicht ableitbaren Formel in einem Punkt des kanonischen Modells gezeigt wird.

Prof. Heinemann fragt nach Vollständigkeit, Entscheidbarkeit und Komplexität von S5.

Ich erkläre die Reduktion auf ein erzeugtes Modell, vergesse dabei, daß die Relation des kanonischen Modells zum S5-Kalkül eine Äquivalenzrelation sein muß, Prof. Heinemann führte dann im Gespräch dorthin. Ich mache aber beim erzeugten Modell weiter: dessen Relation ist universell, und durch geschickte Auswahl aus dem Träger kann man das erfüllende Modell so klein machen, daß S5 in NP ist, und weil eine Obermenge der Aussagenlogik, ist's dann NP-vollständig.

Prof. Heinemann fragt, wie wir nun zur eigentlichen Wissenlogik kommen.

Ich erkläre zuerst kurz die polymodale Logik und führe dann die wissenlogischen Rahmen und Modelle als m-fache Kombination von S5-Logiken mit ihren m Erreichbarkeitsrelationen R_i und Wissensoperatoren K_i ein, dazu die Semantik.

Prof. Heinemann fragt nach der Verwendbarkeit der vorherigen Ergebnisse.

Ich sage, daß die Korrektheit, Vollständigkeit und Entscheidbarkeit sich übertragen, aber die Komplexität von NP auf PSPACE springt.

Prof. Heinemann fordert mich auf, Common Logic hinzuzunehmen.

Ich konstruiere die zugehörige Erreichbarkeitsrelation, schreibe das C hin, will zu Axiom und Regel kommen, aber

Prof. Heinemann möchte lieber die Semantik hingeschrieben haben,

was ich dann auch tue.

Prof. Heinemann fragt abschließend nach Multi-Agenten-Systemen.

Ich bitte um kurze Nachdenkzeit, weil ich mich auf diesem Gebiet am wenigsten wohl fühle. Dann entwickle ich die lokalen Zustände der Agenten, den Zustand der Systemumgebung, die globale Zustandsmenge als kartesisches Produkt der genannten, die Verläufe, das MAS und schließlich die Trägermenge P=(GxN), weiter die Erreichbarkeitsrelationen als Ununterscheidbarkeit, fange die Belegung noch an. An

dieser Stelle wußte ich nicht mehr, daß die Belegung im MAS nur von den Zustandstupeln und nicht von der Zeit abhängt, auf Nachfrage sage ich noch: ich weiß es nicht, spontan würde ich sagen, daß sie unabhängig ist, weil das für Systemmodellierungen sinnvoll zu sein scheint.

Und dann war die Zeit um.

In der Nachbesprechung sagte Prof. Heinemann noch, daß beim Schwanken zwischen 1.0 und 1.3 den Ausschlag gab, daß ich viele Details am Rande eingeflochten hatte.

Prof. Heinemann war für mich ein sehr angenehmer Prüfer; man merkt ihm an, daß er nicht in die Prüfung geht mit dem Ziel, den Prüfling durchfallen zu lassen. Ich habe den Eindruck, daß er sich freut, wenn die andere Seite im Gespräch initiativ wird, ich habe ihn auch bei Studientagen schon so erlebt.

Eine Anmerkung am Schluß: in dieser Prüfung kamen zwei wesentliche Gebiete überhaupt nicht zur Sprache, nämlich temporale Logik und topologische Wissenslogik. Es sollte sich aber niemand darauf verlassen, daß das typisch ist. Besonders das Weglassen der topologischen Wissenslogik hat mich sehr überrascht, denn das ist Prof. Heinemanns Spezialgebiet.