FernUniversität in Hagen

LOTSE

Musterlösungen zur Klausur zum

Modul 2.1 im BA-Studiengang „Politik- und Verwaltungswissenschaft“

und zum

Modul 3 im BA-Studiengang „Soziologie“

Termin: 14. September 2009, 14.00 - 18.00 Uhr

Prüfer: apl. Prof. Dr. H.-J. Mittag

Aufgabe 1 (Aussagenlogik) (5 Punkte)

In der nachstehenden Wahrheitstabelle stehen oberhalb der ersten beiden Spalten im Tabellenkopf zwei Ausagen a und b, die wahr (w) oder falsch (f) sind. In den beiden ersten Spalten sind die vier möglichen Fälle bezüglich des Wahrheitsgehalts der beiden Aussagen angegeben (beide Aussagen „w“, nur eine Aussage „w“, beide Aussagen „f“).

a	b	P1: $a \wedge b$	P2: $\neg b$	K: $(a \wedge b) \vee (\neg b)$
w	w			
w	f			
f	w			
f	f			

Bei den anderen Spalten ist nur der Tabellenkopf ausgefüllt. Hier sind zwei Prämissen $P1$ und $P2$ angegeben, die sich aus a und b ableiten. Im Kopf der letzten Spalte steht ein aus den Prämissen abgeleiteter logischer Schluss K, der allerdings noch auf seinen Wahrheitsgehalt zu überprüfen ist. Das Zeichen $\neg$ bedeutet die Negation einer Aussage, $\wedge$ (Konjunktion) beinhaltet ein logisches „und“ (zwei Aussagen gelten gleichzeitig), während das Zeichen $\vee$ (Disjunktion) ein logisches „oder“ darstellt (von zwei Aussagen gilt mindestens eine).

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (x aus 5)

A) Wenn die Aussagen a und b beide wahr sind, sind auch die Prämissen $P1$ und $P2$ erfüllt, also beide wahr.

B) Wenn die Aussage a wahr und b falsch ist, ist $P2$ erfüllt, nicht aber $P1$.

C) Wenn die Aussage a falsch und b wahr ist, ist $P2$ erfüllt, nicht aber $P1$.

D) Wenn die Aussagen a und b beide falsch sind, sind sowohl $P1$ als auch $P2$ nicht erfüllt.

E) Wenn eine der beiden Prämissen $P1$ und $P2$ erfüllt ist, ist auch K wahr, d. h. die Konklusion ist dann korrekt.

Hinweis: Ergänzen Sie am besten zunächst die 12 fehlenden Werte der obigen Tabelle, d. h., setzen sie jeweils w oder f ein. Die ausgefüllte Tabelle geht zwar nicht in die maschinelle Bewertung ein, erleichtert es Ihnen aber, die zutreffenden der fünf vorgegebenen Antwortalternativen zu finden.

Lösung: B, E – vgl. zu dieser Aufgabe auch den Abschnitt 5.1.3 in Kurs 33210, insbesondere die letzte der dort wiedergegebenen beiden Wahrheitstabellen.

Kommentar: In den vier Tabellenzeilen sind die drei Werte in den letzten drei Spalten wie folgt zu ergänzen: Zeile 1: w, f, w; Zeile 2: f, w, w;Zeile 3: f, f, f; Zeile 4: f, w, w

Aufgabe 2 (Definitionen, Operationalisierung) (5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen, die sich auf Nominal - und Realdefinitionen beziehen, sind zutreffend? (x aus 5)

A) Nominaldefinitionen sind Worterklärungen, die festlegen, dass ein bestimmter Begriff (das Definiendum) mit einem anderen Begriff (dem Definiens) gleichbedeutend ist.

B) Eine Nominaldefinition ist entweder richtig oder falsch.

C) Realdefinitionen sind Worterklärungen, die – im Gegensatz zu Nominaldefinitionen – das Definiendum durch bestimmte Eigenschaften charakterisieren.

D) Eine Realdefinition umfasst alle Eigenschaften des Definiendums.

E) Wenn man theoretische Konstrukte – z. B. „Intelligenz“ oder „Berufserfolg“ – empirisch erfassen will, muss man Handlungsanweisungen spezifizieren, die es erlauben, die Variablen zu messen. Man spricht in diesem Zusammenhang von Operationalisierung.

Lösung: A, C, E.

zu A: Kromrey, Abschnitt 3.5.1;
Zu B: Kromrey, Abschnitt 3.5.3;
Zu C: Kromrey, Abschnitt 3.5.4;
zu D: Kromrey, Abschnitt 3.5.4;
zu E: Kromrey, Abschnitt 4.3.

Aufgabe 3 (Messen / Stichprobenverfahren) (5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig ? (x aus 5)

A) Ein Gütekriterium für Messungen ist die Reliabilität (Zuverlässigkeit). Diese charakterisiert, inwieweit ein Messinstrument bei wiederholter Messung die gleichen Messwerte liefert.

B) Ein anderes Gütekriterium, das im Zusammenhang mit der Gewinnung von Daten bedeutsam ist, ist die Validität (Gültigkeit). Diese charakterisiert, inwieweit wirklich das gemessen wird, was gemessen werden soll.

C) Das Quotenauswahlverfahren ist ein Verfahren der Zufallsauswahl von Stichprobenelementen, bei dem für Teilmengen einer Grundgesamtheit der Anteil der zu ziehenden Stichprobenelemente vorab festgelegt wird.

D) Die Klumpenauswahl von Stichprobenelementen ist ein zweistufiges Verfahren, bei der man in der ersten Stufe Teilmengen einer Grundgesamtheit (sog. Klumpen) zufällig auswählt.

E) Bei einer geschichteten Auswahl von Stichprobenelementen wird die Grundgesamtheit zunächst in Teilgesamtheiten (Schichten) zerlegt, die in sich möglichst homogen sind, und danach zieht man aus diesen Teilgesamtheiten Zufallsstichproben.

Lösung: A, B, D, E.

Zu A: Kromrey, Abschnitt 5.7, und Schnell / Hill / Esser, Abschnitt 4.3.
zu B: Kromrey, Abschnitt 4.3, und Schnell / Hill / Esser, Abschnitt 4.3.
zu C: Das Quotenauswahlverfahren ist kein zufallsgesteuertes Verfahren der Stichprobenziehung – vgl. auch Kromrey, Abschnitte 6.3 - 6.4, und Kurs 33209, Abschnitt 3.2.
zu D: Kromrey, Abschnitt 6.5, und Kurs 33209, Abschnitt 3.2.
zu E: Kromrey, Abschnitt 6.5, und Kurs 33209, Abschnitt 3.2.

Aufgabe 4 (Datenerhebung) (5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig ? (x aus 5)

A) Under- und Overcoverage sind Probleme, die nur bei systematischen Verfahren der Stichprobenziehung auftreten können.

B) Wenn man Bevölkerungsumfragen mit offenen Online-Befragungen (freiwillige Teilnehmer) durchführt, ist mit Ergebnissen zu rechnen, die systematisch verzerrt sind, also für die zu untersuchende Grundgesamtheit nicht repräsentativ sind.

C) Stichprobenbasierte Erhebungen haben gegenüber einer Vollerhebung den Vorteil, dass sie weniger aufwändig und kostengünstiger sind.

D) Bei Interviews sind Antwortverzerrungen möglich, die z. B. in der Art der Frageformulierung begründet sein können.

E) Das narrative Interview ist eine qualitative Methode der empirischen Sozialforschung.

Lösung: B, C, D, E

zu A: Diekmann, Kapitel X, Abschnitt 11, S. 526.
Zu B: Diekmann, Kapitel X, Abschnitt 11, S. 521;
zu C: Kromrey, Kap. 6. S. 197;
zu D: Diekmann, Kapitel X, Abschnitt 4, S. 447;
zu E: Diekmann, Kapitel X, Abschnitt 12.

Aufgabe 5 (Merkmalsklassifikationen) (5 Punkte)

In etlichen Städten werden Mietspiegel erstellt, die für Mieter und Vermieter eine Übersicht für den lokalen Wohnungsmarkt liefern. In solchen Mietspiegeln werden u. a. folgende Merkmale erfasst:

1 Größe der Wohnung in m^2

2 Baujahr des Gebäudes

3 Miethöhe für die Wohnung einschließlich Nebenkosten in Euro

4 Wohnlage (fünf Kategorien von „Toplage = 1“ bis „Problemlage = 5“)

5 Art der Heizung (Gas, Elektro, Öl, Solar)

6 Anzahl der Zimmer

7 Art des Mietvertrags (Zeitvertrag oder unbefristeter Vertrag).

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (x aus 5)

A) Die Merkmale 1 – 3 sind metrisch skaliert.

B) Die Merkmale 4 und 5 sind ordinalskaliert.

C) Merkmal 7 ist nominalskaliert.

D) Bei einem nominalskalierten Merkmal kann man keine Differenzen aus den Merkmalsausprägungen bilden, wohl aber eine Rangordnung herstellen.

E) Die Merkmale 1 und 6 sind Beispiele für diskrete Merkmale.

Hinweis: Der Begriff „metrische Skala“ wird als Oberbegriff für „Intervallskala“, „Verhältnisskala“ und „Absolutskala“ verwendet.

Lösung: A, C, E.

Zu B: Das Merkmal 5 ist nominalskaliert.
Zu D: Die Aussage wäre für ordinalskalierte Merkmal zutreffend; vgl. Kurs 33209, Tabelle 2.1.

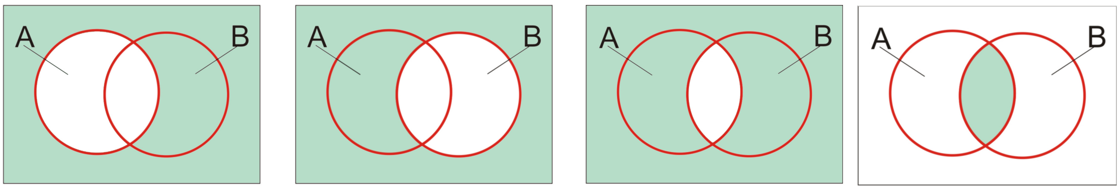
Anmerkung:

Aussage E trifft nicht zu, denn sie trifft nicht für Merkmal 1 zu. Dennoch wurde bei dieser Aussage generell ein Punkt vergeben, weil das Merkmal 1 missverstanden werden konnte als „Größe der Wohnung in vollen m^2“. Merkmale, die sich auf Längen oder Flächeninhalte beziehen, sind jedenfalls stetig. Die Körpergröße ist z. B. stetig, obwohl sie im Pass nur auf Zentimeter genau ausgewiesen wird. Eine analoge Aussage gilt für die Wohnungsgröße, die in Mietspiegeln meist auf volle Quadratmeter gerundet angegeben wird.

Aufgabe 6 (Venn-Diagramme) (5 Punkte)

Zur Veranschaulichung von Ereignissen oder von Mengen lassen sich Venn-Diagramme heranziehen. Diese bestehen aus einem Rechteck, in dem die Ereignisse als Kreise oder Ellipsen dargestellt sind. Das Rechteck repräsentiert eine Grundgesamtheit, von der die eingezeichneten Mengen Teilmengen sind. Es bezeichnen $\overline{A}$ und $\overline{B}$ die Komplementärmengen von A und B, $A \cap B$ deren Schnittmenge und $A \cup B$ die Vereinigungsmenge von von A und B.

Nachstehend sind vier Venn-Diagramme abgebildet, die sich auf die Verknüpfung zweier Ereignisse oder Mengen A und B beziehen.



Welche der folgenden Aussagen, von denen sich einige auf die obigen Diagramme beziehen, sind richtig? (x aus 5)

A) Das erste und zweite Venn-Diagramm veranschaulicht anhand der dunkler gefärbten Flächen die Komplementärmenge $\overline{A}$ von A (erstes Diagramm) bzw. die Komplementärmenge $\overline{B}$ von B (zweites Diagramm).

B) Im dritten Venn-Digramm ist durch die dunkler gefärbte Fläche die Schnittmenge der Komplementärmengen von A und B dargestellt, also $\overline{A} \cap \overline{B}$.

C) Die dunkel gefärbte Fläche im vierten Venn-Diagramm stellt die Schnittmenge von A und B dar, also $A \cap B$.

D) Die Vereinigung der beiden Schnittmengen $A \cap B$ und $A \cap \overline{B}$ liefert A.

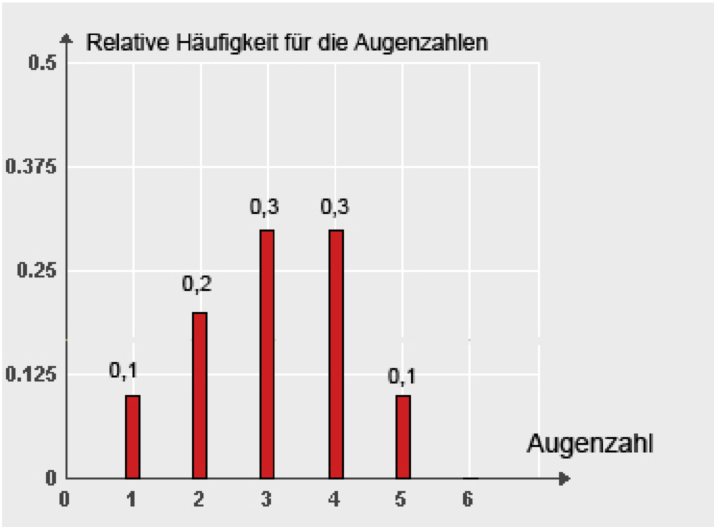
E) Die Wahrscheinlichkeiten für ein Ereignis A, das sich aus zwei disjunkten Ereignissen zusammensetzt, ergibt sich als Summe der Wahrscheinlichkeiten der beiden disjunkten Ereignisse.

Lösung: A, C, D, E – vgl. hierzu auch Aufgabe 10.1 in Kurs 33209.

Zu B: Die dunkler gefärbte Fläche stellt die Vereingungsmenge der Komplementärmengen von A und B dar, also $\overline{A} \cup \overline{B}$.

Aufgabe 7 (Häufigkeitsverteilungen) (5 Punkte)

Die nachstehende Abbildung zeigt anhand eines Säulendiagramms die relative Häufigkeitsverteilung für einen 10 Werte umfassenden Datensatz, der durch ein Würfelexperiment zustande kam (10-maliges Würfeln mit einem Würfel). Die relativen Häufigkeiten sind im Säulendiagramm auch numerisch ausgewiesen.



Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (x aus 5)

A) Bei den 10 Würfen trat 4-mal eine Augenzahl auf, die größer als 3 war.

B) Median und Mittelwert des Datensatzes stimmen hier überein.

C) Die Spannweite des durch die Grafik definierten Datensatzes hat den Wert 5.

D) Wenn noch einmal gewürfelt wird und dabei die Augenzahl 6 erzielt wird, bleibt der Wert des Medians unverändert.

E) Wenn man nicht 10-mal, sondern n-mal würfelte (n groß) und die relativen Häufigkeiten für die Augenzahlen anhand eines Säulendiagramms darstellte, erhielte man man eine Häufigkeitsverteilung, die sich mit zunehmendem n tendenziell der Wahrscheinlichkeitsfunktion der diskreten Gleichverteilung mit Parameter $p = \frac{1}{6}$ annähert.

Lösung: A, D, E

Zu A: Durch die Grafik ist der Datensatz $1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5$ definiert. Vier dieser Werte sind größer als 3.
Zu B: Der Median ist hier ($n = 10$) das arithmetische Mittel aus dem fünften und sechsten Wert des obigen geordneten Datensatzes, die beide den Wert 3 haben. Für den Mittelwert errechnet man aus den 10 Werten $3,1$.

Zu C: Die Spannweite ist durch $5 - 1 = 4$ gegeben.
Zu D: Wenn an den obigen geordneten Datensatz noch das Element 6 angehängt wird, ist der Median der sechste Wert des erweiterten Datensatzes. Dieser ist 3.
Zu E: Vgl. hierzu die Abbildungen 11.2 und 11.3 in Kurs 33209.

Aufgabe 8 (Weitere empirische Verteilungen) (5 Punkte)

Gegeben sei der folgende Datensatz mit 20 Werten für ein Merkmal X:

$$\begin{array}{cccccccccc} 2,8 & 2,9 & 3,3 & 3,9 & 4,2 & 4,2 & 4,6 & 5,3 & 5,4 & 5,8 \\ 6,0 & 6,0 & 6,4 & 6,5 & 6,6 & 6,6 & 6,7 & 6,9 & 6,9 & 7,0. \end{array}$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig ? (x aus 5)

A) Der Datensatz hat einen eindeutig bestimmten Modalwert.

B) Die Bestimmung des Modalwertes für einen Datensatz für ein Merkmal X setzt voraus, dass das Merkmal zumindest ordinalskaliert ist.

C) Wenn der obige Datensatz um 100 Werte ergänzt würde, die alle positiv sind und unter $10,0$ liegen, könnte man die Daten zu Klassen zusammenfassen (z. B. Gruppierung aller Werte von 0 bis ausschließlich 1, von 1 bis ausschließlich 2, usw.) und die relativen oder absoluten Klassenbesetzungshäufigkeiten anhand eines Histogramms darstellen.

D) Ein Nachteil von Histogrammen ist darin zu sehen, dass der optische Eindruck, den ein Histogramm erzeugt, von der gewählten Klassenbreite abhängt.

E) Wenn man die Daten eines größeren Datensatzes gruppiert und zwecks Erhöhung der Übersichtlichkeit nur die gruppierten Daten präsentiert, nimmt man einen Informationsverlust gegenüber dem orginären Datensatz in Kauf.

Lösung: C, D, E.

Zu A: Der Datensatz hat vier Modalwerte, nämlich $4,2$, $6,0$, $6,6$ und $6,9$.
Zu B: Der Modalwert lässt sich auch bei Datensätzen für nominalskalierte Merkmale bestimmen.
Zu E: Verloren geht die Information, wie die Daten innerhalb einer Klasse verteilt sind.

Aufgabe 9 (Korrelationsmessung, lineares Regressionsmodell) (5 Punkte)

In der nachstehende Tabelle sind für zwei Merkmale X und Y Beobachtungsdaten $(x_i; y_i)$ wiedergegeben $(i = 1, 2, ..., 8)$.

i	x_i	y_i
1	1,9	3,0
2	2,7	2,5
3	3,1	4,5
4	4,0	3,5
5	3,9	4,0
6	3,4	3,0
7	2,9	4,0
8	2,1	3,5

Aus diesen Daten errechnet man $\overline{x} = 3,0$ sowie $\overline{y} = 3,5$. Für die empirischen Varianzen s_x^2 und s_y^2 erhält man bei Berücksichtigung von vier Dezimalstellen die Werte $s_x^2 = 0,5175$ resp. $s_y^2 = 0,3750$ und für die empirische Kovarianz $s_{xy} = 0,1438$. Diese fünf Werte können hier ungeprüft übernommen werden.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (x aus 5)

A) Für den obigen Datensatz errechnet man für den Korrelationskoeffizienten nach Bravais-Pearson einen Wert zwischen $0,25$ und $0,30$ (schwach positive Korrelation).

B) Wenn man für obige Daten $(x_i; y_i)$ das lineare Regressionsmodell $y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$ heranzieht $(i = 1, 2, ..., 8)$, kann man die Regressionskoeffizienten nach der Methode der kleinsten Quadrate schätzen. Erhält man dabei für β den Schätzwert $\widehat{\beta} = 0,281$, beinhaltet dieses Ergebnis, dass bei einer Erhöhung von X um eine Einheit mit einer Änderung des Wertes für das Merkmal Y um $0,281$ Einheiten zu rechnen ist.

C) Ist $\widehat{\beta} = 0,281$ der Wert der Kleinst-Quadrat-Schätzung für β, resultiert für die Kleinst-Quadrat-Schätzung von α hier ein Wert $\widehat{\alpha}$, der zwischen $2,4$ und $2,5$ liegt.

D) Der nach der Kleinst-Quadrat-Methode errechnete Wert $\widehat{\alpha}$ kennzeichnet den Schnittpunkt der Regressionsgeraden mit der y-Achse.

E) Die Güte der Anpassung der mit der Kleinst-Quadrat-Methode erhaltenen Regressionsgeraden an den Datensatz lässt sich anhand des Bestimmtheitsmaßes bewerten. Wenn das Bestimmtheitsmaß z. B. den Wert $0,25$ annimmt, bedeutet dies, dass 25 % der Gesamtvariation des Datensatzes durch das verwendete Regressionsmodell erklärt wird.

Lösung: B, D, E – vgl. auch Aufgabe 16.2 in Kurs 33209.

Zu A:

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x \cdot s_y} = \frac{0,1438}{\sqrt{0,5175} \cdot \sqrt{0,3750}} \approx 0,326.$$

Zu C:

$$\widehat{\alpha} = \overline{y} - \widehat{\beta} \cdot \overline{x} = \widehat{\alpha} \approx 3,5 - 0,281 \cdot 3,0 = 3,5 - 0,843 \approx 2,657.$$

Aufgabe 10 (Kontingenztafeln; Randverteilungen) (5 Punkte)

In der nachstehenden Kontingenztabelle für absolute Häufigkeiten sind Ergebnisse der Befragung einer Wählerstichprobe wiedergegeben (ältere Daten des ZDF-Politbarometers). Die Häufigkeiten beziehen sich auf $n = 931$ befragte Personen, die ihre Parteipräferenz für den Fall einer am nächsten Sonntag bevorstehenden Bundestagswahl geäußert hatten. Die Tabelle zeigt die Ergebnisse differenziert nach Geschlecht und jeweils mit Angabe der Randverteilungen für die Merkmale „Parteipräferenz X“ und „Geschlecht Y“.

		Ausprägungen von Y: b_1	b_2	Zeilensummen ↓ (Randverteilung von X)
Ausprägungen von X	CDU CSU a_1	142	203	345
	SPD a_2	194	160	354
	GRÜNE a_3	40	53	93
	PDS a_4	35	20	55
	F.D.P. Die Liberalen a_5	14	23	37
	sonstige a_6	20	27	47
	Spaltensummen → (Randverteilung von Y)	445	486	931

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (x aus 5)

A) Der Tabelle entnimmt man, dass von den 931 Befragten 14 Männer und 23 Frauen die FDP präferierten.

B) Aus der Tabelle ergibt sich ferner, dass von den 931 Befragten 486 Frauen waren.

C) Wenn man die bedingten relativen Häufigkeiten für das Merkmal „Parteipräferenz X“ unter der Bedingung $Y = b_2$ (Geschlecht Y hat die Ausprägung „weiblich“) berechnen will, benötigt man die Randverteilung des Merkmals X.

D) Aus den Werten in der obigen Tabelle (Kontingenztabelle mit Randverteilungen) lässt sich u. a. ableiten, dass von den an der Befragung beteiligten Personen, die weiblichen Geschlechts waren (Bedingung $Y = b_2$), ca. $32,9$ % die SPD präferierten.

E) Wenn man die in der obigen Tabelle wiedergegebenen absoluten Häufigkeiten und Randhäufigkeiten durch n dividiert, hier also durch 931, resultieren relative Häufigkeiten bzw. relative Randhäufigkeiten.

Lösung: A, B, D, E - vgl. auch die Beispiele 8.1 und 8.2 in Kurs 8.2.

Zu C: Man benötigt zur Bestimmung der genannten bedingten relativen Häufigkeiten für das Merkmal die Elemente der Randverteilung von Y – vgl. den zweiten Teil von Beispiel 8.2 in Kurs 33209.
Zu D: Der Wert ist korrekt; man erhält für die in Rede stehende bedingte relative Häufigkeit $f_X(a_2|b_2)$ als $f_X(a_2|b_2) = \frac{160}{486} \approx 0,329$. Dies entspricht $32,9$ %.

Aufgabe 11 (Kombinatorik / diskrete Verteilungen) (5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (x aus 5)

A) Beim Würfeln mit zwei Würfeln liegt die Wahrscheinlichkeit dafür, eine Augensumme zu erhalten, die größer als 10 ist, zwischen $0,05$ und $0,07$.

B) Wenn man eine „faire“ Münze, also eine Münze mit gleichen Eintrittswahrscheinlichkeiten für „Kopf“ und „Zahl“, 4-mal wirft und die Anzahl X der Ausgänge mit „Zahl“ feststellt, ist die Wahrscheinlichkeit dafür *höchstens* zweimal „Zahl“ zu erhalten, größer als $0,65$.

C) Die Wahrscheinlichkeit dafür, bei dem 4−maligem Münzwurf aus Aufgabenteil B *genau* dreimal „Zahl“ zu erhalten, ist $0,25$.

D) Aus einer Lostrommel, in der jedes fünfte Los einen Gewinn repräsentiert, werden nacheinander 3 Lose *mit* Zurücklegen gezogen. Die Wahrscheinlichkeit dafür, nach den 3 Ziehungen keinen Gewinn gezogen zu haben, ist nicht größer als $0,5$.

E) Aus einer Lostrommel mit 200 Losen, von denen 40 Gewinne sind, werden nacheinander 5 Lose *ohne* Zurücklegen gezogen. Der Erwartungswert $\mu = E(X)$ für die Anzahl X der nach den 5 Ziehungen erhaltenen Gewinne hat den Wert 1.

Lösung: B, C, E.

Zu A: Vgl. hierzu die letzten Zeilen von Beispiel 10.1 in Kurs 33209. Von den 36 Elementarereignissen, die den Ereignisraum Ω beim Würfeln mit zwei Würfeln definieren, führen nur 3 Elementarereignisse, nämlich die Ausgänge $(5;6)$, $(6;5)$ und $(6;6)$, zu einer Augensumme oberhalb von 10. Die Wahrscheinlichkeit P für die Erzielung einer Augensumme, die größer als 10 ist, hat somit den Wert $P = \frac{1}{12} \approx 0,083$.

Zu B: Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist durch den Wert der Verteilungsfunktion $F(x)$ der Binomialverteilung mit $n = 4$ und $p = 0,5$ an der Stelle $x = 2$ gegeben, nach

Tabelle 19.1 also durch $F(2) = 0,6875$.

Zu C: Die Wahrscheinlichkeit dafür, genau dreimal „Zahl" zu erhalten, ergibt sich als Differenz der Werte $F(3)$ und $F(2)$ der Verteilungsfunktion der Binomialverteilung mit $n = 4$ und $p = 0,5$, also nach Tabelle 19.1 als $F(3) - F(2) = 0,0,9375 - 0,6875 = 0,25$.

Zu D: Die gesuchte Wahrscheinlichkeit ist hier durch den Wert $F(0)$ der Verteilungsfunktion $F(x)$ der Binomialverteilung mit $n = 3$ und $p = 0,2$ gegeben, nach Tabelle 19.1 also durch $0,512$.

Zu E: Es ist der Erwartungswert μ der hypergeometrischen Verteilung mit $N = 200$, $M = 40$ und $n = 5$ zu bestimmen. Dieser errechnet sich nach Formel (11.24) aus Kurs 3209 zu $\mu = 1$.

Aufgabe 12 (Punkt- und Intervallschätzungen) (5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (x aus 5)

A) Gegeben seien n Stichprobendaten x_1, x_1, ... ,x_1, die als Ausprägungen unabhängiger Zufallsvariablen X_1, X_2, ... ,X_n interpretiert werden. Der aus den Daten gebildete Stichprobenmittelwert liefert eine unverzerrte (Punkt-) Schätzung für den Erwartungswert μ eines normalverteilten Merkmals.

B) Die Qualität einer Schätzfunktion hängt allein von der Größe der Verzerrung ab.

C) Man kann den Erwartungswert μ eines normalverteilten Merkmals auch durch Angabe eines Konfidenzintervalls schätzen. Letzteres ist ein Intervall, das μ mit einer Wahrscheinlichkeit von $1 - \alpha$ enthält, wobei α eine vorzugebende Irrtumswahrscheinlichkeit ist.

D) Die Grenzen des in Aufgabenteil C genannten Konfidenzintervalls für μ sind bei gegebenem α und gegebenem n fest, hängen also nicht von den Ausprägungen der Stichprobenvariablen X_1, X_2, ... ,X_n ab.

E) Die Länge des Konfidenzintervalls für μ zum Konfidenzniveau $1 - \alpha$ nimmt ab, wenn der Stichprobenumfang n reduziert wird.

Lösung: A, C.

Zu A: Vgl. hierzu in Kurs 33209 die Formel (14.6).
Zu B: Die Güte einer Schätzers wird auch von Varianz des Schätzers beeinflusst.
Zu D: Die Grenzen sind Ausprägungen von Zufallsvariablen; vgl. in Kurs 33209 die Formel (14.14) sowie die Abbildungen 14.2 - 14.3.

Zu E: Vgl. hierzu in Kurs 33209 die Formel (14.15) sowie erneut die Abbildungen 14.2 - 14.3.

Anmerkung:

Bei Aussage A war in der Formulierung ein kleiner Schreibfehler aufgetreten – die Ausprägungen der Zufallsvariablen X_1, X_2, ... ,X_n müssen natürlich mit x_1, x_2, ... ,x_n und nicht mit x_1, x_1, ... ,x_1 bezeichnet werden. Obwohl offenkundig ist, dass nur ein Schreibfehler vorliegt und die Frage nicht darauf abzielte, diesen zu entdecken, wurde hier generell ein Punkt vergeben.

Aufgabe 13 (Stetige Verteilungen) (5 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind richtig ? (x aus 5)

A) Es sei X eine stetige Zufallsvariable mit der Verteilungsfunktion $F(x)$. Es bezeichne $x_{0,95}$ das $0,95$-Quantil der Verteilung. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X eine Ausprägung x mit $x > x_{0,95}$ annimmt, beträgt $0,95$.

B) Es sei X eine χ^2-verteilte Zufallsvariable. Wenn man die Dichtefunktion $f(x)$ grafisch darstellt und auf der x-Achse das $0,95$-Quantil $x_{0,95}$ der Verteilung markiert, so hat der bis zum Punkt $x_{0,95}$ gerechnete Flächeninhalt unter der Dichtekurve den Wert $0,95$ (Flächeninhalt zwischen Dichtekurve und x-Achse bis zum $0,95$-Quantil).

C) Wenn X eine t-verteilte Zufallsvariable ist, dann liegen das $x_{0,05}$-Quantil und das $x_{0,95}$-Quantil der Verteilung gleich weit vom Nullpunkt entfernt, d. h. ihre Werte unterscheiden sich nur durch das Vorzeichen.

D) Die t-Verteilung und die Standardnormalverteilung sind stetige Verteilungen mit Dichtefunktionen, die bezüglich des Nullpunkts symmetrisch sind.

E) Die t-Verteilung lässt sich durch die Standardnormalverteilung approximieren, wobei die Güte der Approximation mit zunehmender Anzahl der Freiheitsgrade der t-Verteilung zunimmt.

Lösung: B, C, D, E.

Zu A: Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X eine Ausprägung x mit $x > x_{0,95}$ annimmt, beträgt $0,05$.
Zu B: Die Aussage ist korrekt und gilt nicht nur für die t-Verteilung, sondern auch für jede andere stetige Verteilung.
Zu C: Die Aussage gilt für jede t-Verteilung, also unabhängig von der Anzahl der Freiheitsgrade – vgl. Formel (12.29) oder Abbildung 12.4 in Kurs 33209.
Zu D: Vgl. hierzu in Kurs 33209 die Abbildung 12.6.
Zu E: Vgl. hierzu in Kurs 33209 die Abbildung 12.6 und auch Tabelle 12.1.

Aufgabe 14 (Testen, Fehler beim Testen) (5 Punkte)

Es seien n Beobachtungen für ein Merkmal gegeben. Die Werte werden als Realisationen unabhängig identisch normalverteilter Stichprobenvariablen $X_1, ..., X_n$ aufgefasst (Normalverteilung mit unbekanntem Erwartungswert μ und Varianz σ^2). Getestet werden soll

$$H_0: \ \mu \leq \mu_0 \qquad \text{gegen} \qquad H_1: \ \mu > \mu_0$$

und zwar zum Signifikanzniveau $\alpha = 0,01$. Wenn man die Varianz σ^2 als bekannt voraussetzt, kann man den standardisierten Stichprobenmittelwert $Z = (\overline{X} - \mu_0)/\sigma_{\overline{X}}$ als Prüfgröße für den Test heranziehen (Gauß-Test).

Welche der folgenden Aussagen sind richtig? (x aus 5)

A) Die Nullhypothese wird bei obigem Test verworfen, wenn die Prüfgröße den Wert $1,96$ überschreitet.

B) Wenn die Prüfgröße im Annahmebereich liegt, kann die Nullhypothese als statistisch „bewiesen" angesehen werden, in dem Sinne, dass ihre Gültigkeit mit einer maximalen Irrtumswahrscheinlichkeit von α als gesichert angenommen werden kann.

C) Die fälschliche Verwerfung der Nullhypothese H_0 wird als Fehler 1. Art bezeichnet. Die Wahrscheinlichkeit für den Eintritt eines Fehlers 1. Art beträgt bei dem hier betrachteten Test mit $\alpha = 0,01$ höchstens $0,01$.

D) Wenn man bei obigem Test die Varianz σ^2 resp. die Standardabweichung σ nicht als bekannt voraussetzen kann und eine Schätzung $\widehat{\sigma}$ heranzieht (Schätzung von σ durch die korrigierte Stichprobenstandardabweichung), ist die resultierende Prüfgröße t-verteilt mit $n-1$ Freiheitsgraden. Die Nullhypothese wird nun (bei unveränderter Wahl von $\alpha = 0,01$) verworfen, wenn die Prüfgröße größer als das $0,99$-Quantil der t-Verteilung mit $n-1$ Freiheitsgraden ist.

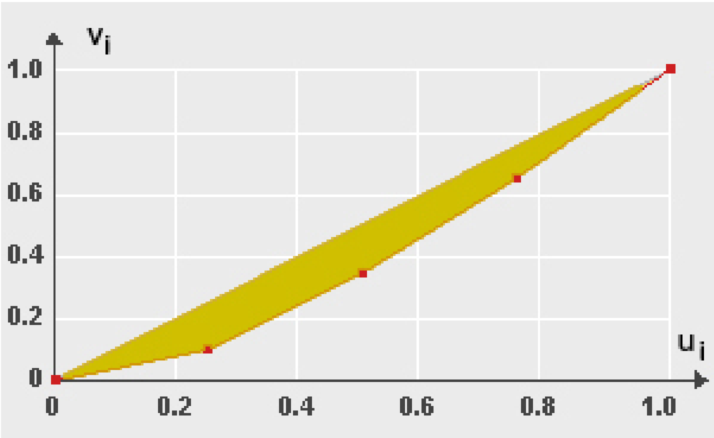
E) Man kann für die Testentscheidung (Verwerfung oder Beibehaltung der Nullhypothese) auch den p-Wert heranziehen. In diesem Falle basiert die Testentscheidung auf einem Vergleich des Signifikanzniveaus α mit dem p-Wert.

Lösung: C, D, E.

Zu A: Die Ablehnung der Nullhypothese erfolgt, wenn die Prüfgröße den Wert $z_{0,99}$ überschreitet. Letzterer hat nach Tabelle 19.3 in Kurs 33209 den Wert 2,3263.
Zu B: Wenn die Prüfgröße im Ablehnungsbereich liegt, kann die Alternativhypothese H_1 (nicht aber die Nullhypothese) als statistisch „bewiesen" angesehen werden, in dem Sinne, dass ihre Gültigkeit mit einer Irrtumswahrscheinlichkeit von höchstens α als gesichert angenommen werden kann.

Aufgabe 41 (Konzentrationsmessung) (4 Punkte)

Es seien $x_1 = 40$, $x_2 = 100$, $x_3 = 100$ und $x_4 = 160$ die Umsätze von vier konkurrierenden Baumärkten in 2008 (Umsätze jeweils in Millionen Euro). Die nachstehende Abbildung zeigt die auf der Basis dieser Umsatzdaten errechnete Lorenzkurve (Polygonzug). Die Stützpunkte (u_i, v_i) der Lorenzkurve sind in der Tabelle neben der Grafik schon z. T. wiedergegeben – nur die Werte für v_1, v_2 und v_3 sind noch aus den Daten zu errechnen.



i	u_i	v_i
0	0	0
1	0,25	v_1
2	0,50	v_2
3	0,75	v_3
4	1	1

Bestimmen Sie zunächst die drei fehlenden Ordinatenwerte v_1, v_2 und v_3 und berechnen Sie dann den Wert des (stets zwischen 0 und 1 liegenden) normierten Gini-Koeffizienten G^*. (Der Inhalt der in der Grafik betonten Fläche entspricht der Hälfte des unnormierten Gini-Koffizienten G.)

Geben Sie Ihre Lösung mit *drei* Nachkommastellen rechtsbündig in das Antwortfeld ein. Verwenden Sie für das **Dezimalkomma** unbedingt ein **eigenes Feld**. Vergessen Sie nicht, Ihre Antwort rechtzeitig vor Ende der Klausur auf den Markierungsbogen zu übertragen.

(numerisch) $G^* =$ | | | | | | |

Lösung : $0,300$.

Herleitung: Für die fehlenden Ordinatenwerte errechnet man zunächst $v_1 = 0,10$, $v_2 = 0,35$ und $v_3 = 0,60$. Der unnormierte Gini-Koeffizient G errechnet sich zu $G = 0,225$ – vgl. auch Formel (6.5) in Kurs 33209 mit $n = 4$, $p_4 = 400$ und $q_4 = 1180$. Der normierte Gini-Koeffizient $G^* = \frac{4}{4-1} \cdot G$ hat dann den Wert $0,3$.

Anmerkung: Das Ergebnis $0,3$ ist exakt. Dennoch wurde bei der maschinellen Auswertung jeder Wert aus dem Intervall $[0,299; 0,300]$ als richtig anerkannt, weil bei der Multiplikation des unnormierten Werts G mit $\frac{4}{3}$ kleinere rundungsbedingte Abweichungen nach unten möglich waren. Für den Wert $0,225$ wurde 1 Punkt vergeben.

Aufgabe 42 (Kombinatorik) (4 Punkte)

Aus einer Gruppe von 9 Personen P_1, P_2, ... , P_9 werden 3 Personen per Los ausgewählt. Wieviele Möglichkeiten der Zufallsauswahl gibt es hier, wenn die Reihenfolge, in der die 3 Personen bestimmt werden, hier unerheblich sei?

Tragen Sie Ihr Ergebnis rechtsbündig in das Antwortfeld ein. Übertragen Sie Ihr Ergebnis rechtzeitig vor Ende der Klausur auf den Markierungsbogen.

(numerisch)

Lösung : 84

Herleitung: In der Terminologie des Urnenmodells werden $n = 3$ Kugeln aus einer Urne mit $N = 9$ nummerierten Kugeln *ohne Zurücklegen* und *ohne Berücksichtigung der Anordnung* gezogen (vgl. Tabelle 10.1 in Kurs 33209). Die Anzahl der Möglichkeiten errechnet sich also gemäß

$$\binom{9}{3} = \frac{9!}{6! \cdot 3!} = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 84.$$

Aufgabe 43 (χ^2-Koeffizient) (4 Punkte)

Das folgende Beispiel ist adaptiert aus Toutenburg / Schomaker / Wissmann (2009, Abschnitt 4.2.5):

Bei einer medizinischen Studie wurde für $n = 72$ Personen erfasst, ob die Beteiligten regelmäßig einen deutlich erhöhten Alkoholkonsum hatten (Überschreitung eines gewissen Schwellenwerts, bezogen auf reinen Alkohol) und ob sie Leberfunktionsstörungen aufwiesen. Es sei X das Merkmal „Alkoholkonsum“ mit den Ausprägungen a_1 (oberhalb des Schwellenwerts) und a_2 (nicht oberhalb des Schwellenwerts) und Y das Merkmal „Leberstatus“ mit den Ausprägungen b_1 (Funktionsstörungen vorhanden) und b_2 (keine Funktionsstörungen nachweisbar).

	b_1	b_2
a_1	12	20
a_2	2	38

Berechnen Sie den χ^2-Koeffizienten auf der Basis der obigen (2 x 2)-Kontingenztabelle. Runden Sie das Ergebnis auf drei Stellen nach dem Dezimalkomma und tragen Sie Ihr Ergebnis rechtsbündig in das Antwortfeld ein. Das **Dezimalkomma** belegt wieder ein **eigenes Feld**. Vergessen Sie nicht, Ihre Antwort rechtzeitig vor dem Ende der Klausur auf den Markierungsbogen zu übertragen.

(numerisch) $\chi^2 =$ | | | | | | |

Hinweis: Ergänzen Sie die obige Vierfeldertafel zunächst um die Randverteilungen.

Lösung : 11,988

Herleitung: Wenn man die Vierfeldertafel um die beiden Randverteilungen ergänzt, erhält man

	b_1	b_2	Zeilensummen
a_1	12	20	32
a_2	2	38	40
Spaltensummen	14	58	72

Es folgt bei Anwendung von Formel (9.6) aus Kurs 33209 bei Beachtung von $n = 72$

$$\chi^2 = \frac{72 \cdot (12 \cdot 38 - 20 \cdot 2)^2}{32 \cdot 40 \cdot 14 \cdot 58} \approx 11,988.$$

Anmerkung: Bei der maschinellen Auswertung wurde jeder Wert aus dem Intervall von $[11,98; 12,00]$ als richtig anerkannt.

Aufgabe 44 (Rangkorrelationskoeffizient) (4 Punkte)

Zwei Banken beurteilen unabhängig voneinander und auf der Basis unterschiedlicher interner Bewertungsrichtlinien für vier mittelständische Unternehmen das mit der Vergabe eines Kredits verbundene Risiko. Bei beiden Banken wird die Risikobewertung anhand einer 10-stufigen Ratingskala vorgenommen, wobei die Punktzahl 10 die beste Bewertung repräsentiert. Die Ergebnisse der Bewertungen sind nachstehend ausgewiesen.

Unternehmen i	Bank A Bewertung x_i	Bank B Bewertung y_i
1	3	5
2	7	8
3	9	10
4	8	7

Untersuchen Sie anhand des Rangkorrelationskoeffizienten r_{SP} von Spearman, ob zwischen den Bewertungen der beiden Banken ein Zusammenhang besteht. Tragen Sie Ihr Ergebnis auf eine Stelle nach dem Dezimalkomma genau rechtsbündig in das Antwortfeld ein. Verwenden Sie für das **Dezimalkomma** ein **eigenes Feld**. Übertragen Sie Ihr Ergebnis rechtzeitig vor Ende der Klausur auf den Markierungsbogen.

(numerisch) $r_{SP} =$ | | | | | | |

Lösung: $0,8$ (ausgeprägt gleichsinnig monotoner Zusammenhang)

Herleitung: Wenn man den obigen Beurteilungen von Bank A und Bank B jeweils Ränge $rg(x_i)$ bzw. $rg(y_i)$ zuordnet und auch noch die Rangdifferenzen $d_i = rg(x_i) - rg(y_i)$ ausweist, erhält man die folgende erweiterte Tabelle:

	Bank A		Bank B		
Unternehmen i	Bewertung x_i	$rg(x_i)$	Bewertung y_i	$rg(y_i)$	d_i
1	3	4	4	4	0
2	7	3	8	2	1
3	9	1	10	1	0
4	8	2	7	3	-1

Bei der Zusammenhangsmessung anhand des Rangkorrelationskoeffizienten r_{SP} von Spearman kann anstelle von (9.14) aus Kurs 33209 die vereinfachte Formel (9.16) angewendet werden, weil die Bewertung sowohl bei Bank A als auch bei Bank B nicht mit der Mehrfachbelegung eines Rangplatzes verbunden ist. Mit (9.16) resultiert

$$r_{SP} = 1 - \frac{6 \cdot [0^2 + 1^2 + 0^2 + (-1)^2]}{4 \cdot (16 - 1)} = 1 - 0,2 = 0,8.$$

Aufgabe 45 (Boxplots) (3 Punkte)

Gegeben sei erneut der folgende Datensatz mit 20 Werten für ein Merkmal X:

$$\begin{array}{cccccccccc} 2,8 & 2,9 & 3,3 & 3,9 & 4,2 & 4,2 & 4,6 & 5,3 & 5,4 & 5,8 \\ 6,0 & 6,0 & 6,4 & 6,5 & 6,6 & 6,6 & 6,7 & 6,9 & 6,9 & 7,0. \end{array}$$

Diesen Datensatz kann man z. B. anhand eines Boxplots visualisieren. Dieser besteht aus einer Box, die dann noch mit den Extremwerten des Datensatzes durch Striche zu verbinden ist. Berechnen Sie die Länge der Box (Boxplot ohne die beiden Striche).

Tragen Sie Ihr Ergebnis auf eine Stelle nach dem Dezimalkomma genau rechtsbündig in das Antwortfeld ein. Verwenden Sie für das **Dezimalkomma** ein **eigenes Feld**. Übertragen Sie Ihr Ergebnis rechtzeitig vor Ende der Klausur auf den Markierungsbogen.

(numerisch)

Lösung: $2,4$

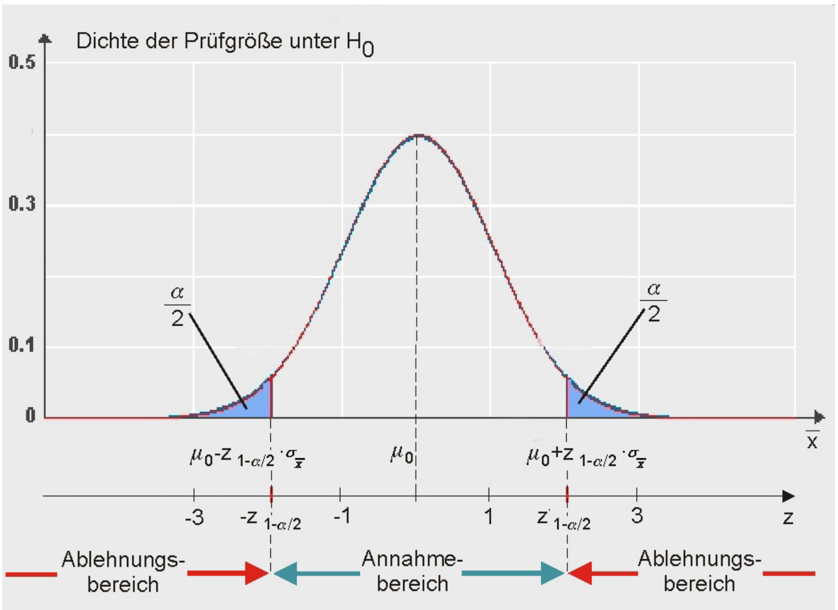
Herleitung: Die Länge der Box ergibt sich als Differenz aus dem oberen Quartil $x_{0,75} = 6,6$ und unteren Quartil $x_{0,25} = 4,2$, besitzt also den Wert $2,4$.

Aufgabe 46 (Gauß-Test) (3 Punkte)

Wenn man für den Erwartungswert μ eines normalverteilten Merkmals X, dessen Varianz σ^2 als bekannt vorausgesetzt werde, die Hypothesen

$$H_0: \ \mu = \mu_0 \qquad \text{gegen} \qquad H_1: \ \mu \neq \mu_0$$

testet, kann man als Prüfgröße entweder den Stichprobenmittelwert $\overline{X}$ direkt verwenden oder aber zweckmäßigerweise diesen zunächst standardisieren, um dann mit einer standardnormalverteilten Prüfgröße Z arbeiten zu können. Testet man zum Signifikanzniveau α, liegt die Prüfgröße bei zutreffender Nullhypothese H_0 mit Wahrscheinlichkeit $1 - \alpha$ in dem in der nachstehenden Abbildung wiedergegebenen Annahmebereich.



Wie groß darf bei Verwendung von $\alpha = 0,1$ der Betrag $|z|$ des aus den Daten errechneten Werts der standardisierten Prüfgröße Z höchstens sein, damit die Nullhypothese nicht verworfen wird? Geben Sie ihre Antwort auf vier Dezimalstellen nach dem Komma genau an. Verwenden Sie für das **Dezimalkomma** auch hier wieder ein **eigenes Feld**.

(numerisch)

Lösung : $1,6499$

Herleitung: Die Verwerfung der Nullhypothese erfolgt, wenn $|z|$ den Wert $z_{0,95}$ überschreitet. Nach Tabelle 19.3 in Kurs 33209 ist $z_{0,95} = 1,6499$.

Anmerkung: Bei der maschinellen Auswertung wurde anstelle von $1,6499$ auch jeder Wert aus dem Intervall von $[1,649; 1,651]$ anerkannt.

Aufgabe 47 (Wahrscheinlichkeiten bei Normalverteilung) (4 Punkte)

Das Geburtsgewicht X von Neugeborenen in einer Region sei in guter Näherung durch eine Normalverteilung mit Erwartungswert $\mu = 3050$ und Standardabweichung $\sigma = 125$ zu modellieren. Wie groß ist unter dieser Annahme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Neugeborenes ein Geburtsgewicht zwischen 3000 und 3200 Gramm aufweist?

Geben Sie das Ergebnis auf vier Stellen nach dem Dezimalkomma genau an. Verwenden Sie für das **Dezimalkomma** ein **eigenes Feld**. Falls Sie also z. B. „0,6934" errechnen, tragen Sie in die letzten sechs Felder „0,6934" ein. Vergessen Sie nicht, Ihre Antwort rechtzeitig vor dem Ende der Klausur auf den Markierungsbogen zu übertragen.

(numerisch) $P = \square\square\square\square\square\square$

Lösung: $0,5403$

Herleitung:

$$P(3000 \leq X \leq 3200) = \Phi\left(\frac{3200-3050}{125}\right) - \Phi\left(\frac{3000-3050}{125}\right) = \Phi(1,2) - \Phi(-0,4).$$

Rückgriff auf (12.20) und Tabelle 19.2 ergibt

$$\Phi(1,2) - \Phi(-0,4) = \Phi(1,2) - (1 - \Phi(0,4)) = 0,8849 - 1 + 0,6554 = 0,5403.$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Neugeborenes ein Geburtsgewicht zwischen 3000 Gramm und 3200 Gramm aufweist, beträgt also $0,5403$ (entspricht $54,03$ %).

Anmerkung: Bei der maschinellen Auswertung wurde jeder Wert im Intervall $[0,538; 0,542]$ als richtig anerkannt.

Aufgabe 48 (Kleinst-Quadrat-Schätzung) (4 Punkte)

In einem Ökonometrielehrbuch von von Auer (2007) findet man ein kleines Illustrationsbeispiel zur Kleinst-Quadrat-Schätzung. Das Beispiel bezieht sich auf $n = 3$ Restaurantbesucher, für die die Merkmale „Rechnungsbetrag X in Euro“ und „gezahltes Trinkgeld Y in Euro“ erfasst wurden. Es sei angenommen, dass $(25; 2)$, $(34; 4)$ und $(31; 3)$ die drei beobachteten Datenpaare (x_i, y_i) sind (i = 1, 2, 3) und dass die Höhe des Trinkgelds eine nur durch zufällige Störeinflüsse u_i überlagerte lineare Funktion des Rechnungsbetrags ist. Letzteres beinhaltet, dass man davon ausgeht, dass das einfache lineare Regressionsmodell

$$y_i = \alpha + \beta x_i + u_i$$

hier anwendbar ist. Berechnen Sie auf der Basis dieses Datensatzes nach der Methode der kleinsten Quadrate eine Schätzung $\widehat{\beta}$ für den Regressionskoeffizienten β.

Tragen Sie Ihr Ergebnis rechtsbündig und auf drei Stellen nach dem Dezimalkomma genau in das Antwortfeld ein. Sie benötigen also fünf Felder, wenn etwa „1,642“ Ihre Lösung wäre, denn das **Dezimalkomma** muss auch hier wieder ein **eigenes Feld** belegen. Vergessen Sie nicht, Ihre Antwort rechtzeitig vor dem Ende der Klausur auf den Markierungsbogen zu übertragen.

(numerisch) $\widehat{\beta} =$ | | | | | | |

Lösung : $0,214$

Herleitung: Die gesuchte Schätzung errechnet sich nach $\widehat{\beta} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$. Zur manuellen Berechnung kann man eine kleine Arbeitstabelle anlegen:

i	x_i	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$	y_i	$y_i - \overline{y}$	$(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})$
1	25	-5	25	2	-1	5
2	34	4	16	4	1	4
3	31	1	1	3	0	0
Summe	90		42	9		90
Kenngrößen	$\overline{x} = 30$		$s_x^2 = 14$	$\overline{y} = 3$		$s_{xy} = 3$

Für die KQ-Schätzung $\widehat{\beta}$ folgt dann $\widehat{\beta} = \frac{3}{14} \approx 0,214$.

Anmerkung: Bei der maschinellen Auswertung wurde jeder Wert aus dem Intervall von $[0,213; 0,215]$ anerkannt.