

# Roundoff error analysis of fast DCT algorithms in fixed point arithmetic

KATJA IHSBERNER<sup>1</sup>

*Institut für Mathematik, Universität Rostock, D-18051 Rostock*

Diskrete Kosinustransformationen [4] – als reellwertige Varianten der diskreten Fouriertransformation – sind wichtige Werkzeuge sowohl innerhalb der numerischen Analysis als auch in der digitalen Signal- und Bildverarbeitung. Beispielsweise ist die DCT-II in den allgemein bekannten JPEG-Standard [1] integriert. Entsprechende Prozessoren in der digitalen Signalverarbeitung verwenden häufig Festkomma-Arithmetik.

Wir befassen uns mit der numerischen Stabilität von schnellen DCT-Algorithmen in Festkomma-Arithmetik. Dabei beruhen die schnellen DCT-Algorithmen auf bekannten Faktorisierungen [3] der entsprechenden Kosinusmatrizen in Produkte von dünnbesetzten, orthogonalen Matrizen einfacher Struktur. Diese Algorithmen sind vollständig rekursiv und einfach zu implementieren. Desweiteren verwenden sie nur Permutationen, Skalierungen, sog. Butterfly-Operationen sowie ebene Drehungen/Dreh-Spiegelungen. Im Vergleich mit anderen schnellen DCT-Algorithmen besitzen diese Algorithmen geringe arithmetische Kosten [3].

Unter Verwendung des von-Neumann-Goldstine-Modells für die Festkomma-Arithmetik [2] führen wir eine detaillierte Rundungsfehler-Analyse für den in [3] angegebenen DCT-II-Algorithmus in Festkomma-Arithmetik durch. Mit Hilfe numerischer Testrechnungen, welche in MATLAB durchgeführt worden sind, belegen wir die Plausibilität unserer Ergebnisse.

## Literatur

- [1] R. Ansari & N. Memon. *The JPEG lossy image compression standard*. Handbook of Image and Video Processing, Academic Press, New York, 2000, 513 – 526.
- [2] J. von Neumann & H.H. Goldstine. *Numerical inverting of matrices of high order*. Bull. Amer. Math. Soc. **53** (1947), 1021 – 1099.
- [3] G. Plonka & M. Tasche. *Fast and numerically stable algorithms for discrete cosine transforms*. Linear Algebra Appl. **394** (2005), 309 – 345.
- [4] K. R. Rao and P. Yip, *Discrete Cosine Transform: Algorithms, Advantages, Applications*, Academic Press, Boston, 1990.

---

<sup>1</sup>e-mail: katja.ihsberner@uni-rostock.de