

Einsendearbeit zum Kurs 0693, KE 1, „Theorie der Kollektivgüter II“, Sommersemester 2006

Ein Land bestehe aus zwei wirtschaftspolitisch selbständigen Gebietskörperschaften $i = 1, 2$.

Der insgesamt in der Modellwirtschaft vorhandene Kapitalbestand sei fix vorgegeben und zwischen den beiden Gebietskörperschaften völlig *mobil* - es gilt mithin $\bar{K} = K_1 + K_2$. In jeder der Gebietskörperschaften leben L_i Einwohner. Diese bieten dort, wo sie wohnen, jeweils *eine Einheit* Arbeit an. Wanderungen zwischen den Gebietskörperschaften seien ausgeschlossen, so daß $L_i = \bar{L}_i$ gilt.

Die *Produktionsbedingungen* der Modellökonomie mögen sich wie folgt beschreiben lassen: In beiden Gebietskörperschaften werde das Gut X hergestellt, das sich sowohl als Konsumgut C als auch als öffentliches Zwischenprodukt B verwenden lasse. Der Einfachheit halber sei angenommen, dass sich aus *einer* Einheit des universell verwendbaren Gutes X immer *eine* Einheit des öffentlichen Zwischenproduktes oder *eine* Einheit des Konsumgutes C gewinnen lasse - die Grenzrate der Transformation zwischen dem Gut X und dem Zwischenprodukt B beträgt dann eins:

$$-\frac{dX}{dB_i} = 1 \quad i = 1, 2$$

Die Branchenproduktionsfunktion des Gutes X

$$(2.1) \quad X_i = F(K_i, B_i, \bar{L}_i) \quad i = 1, 2$$

sei linear-homogen in den privaten Inputs K_i und L_i - sie weist mithin steigende Skalenerträge in allen Inputs auf. Es gilt dann:

$$(2.2) \quad F(K_i, B_i, \bar{L}_i) = F_i^L \cdot \bar{L}_i + F_i^K \cdot K_i \quad i = 1, 2$$

mit $\partial F / \partial K_i \equiv F_i^K > 0$, $\partial F / \partial B_i \equiv F_i^B > 0$, $\partial F / \partial L_i \equiv F_i^L > 0$

und $\partial^2 F / \partial K_i^2 \equiv F_i^{KK} < 0$, $\partial^2 F / \partial K_i \partial B_i \equiv F_i^{KB} > 0$

Diese Art der Modellierung ist adäquat, wenn B_i ein *rein* öffentliches Zwischenprodukt ist.

Die *Unternehmen* in den beiden Gebietskörperschaften mögen bei den für sie von den Märkten vorgegebenen Faktorpreisen w^i und r sowie bei dem ebenfalls als konstant angesehenen Güterpreis p_x ihren Gewinn maximieren. Setzt man zur Vereinfachung der Schreibweise den Preis p_x des universell verwendbaren Gutes gleich eins, so gelten in den Gewinnmaxima die folgenden Bedingungen:

$$(2.3) \quad F_i^L = w_i \quad i = 1,2$$

$$(2.4) \quad F_i^K = r \quad i = 1,2$$

Das Eigentum an dem gegebenen Kapitalbestand \bar{K} der Gesamtökonomie sei gleichmäßig auf die *Einwohner* des Landes verteilt. Bei gleichem Arbeitseinkommen w_i der Bewohner einer Gebietskörperschaft und gleichem Kapitaleinkommen $r \cdot (\bar{K} / \bar{L})$ aller Bewohner der Modellökonomie lauten die jeweils identischen Einkommensbeschränkungen:

$$(2.5) \quad E_i = w_i + r \frac{\bar{K}}{\bar{L}} - T_i \quad i = 1,2$$

mit $\bar{L} = \bar{L}_1 + \bar{L}_2$,

und $T_i = \text{Kopfsteuer}$.

Alle Einwohner der Modellökonomie mögen darüber hinaus dieselben Nutzenfunktionen haben, in denen als einziges Argument die Menge des Konsumgutes C stehe. Streben sie nach Nutzenmaximierung, so werden sie ihr gesamtes (Netto-) Einkommen für den Kauf dieses Gutes verwenden:

$$(2.6) \quad E_i = C_i \quad i = 1,2$$

In beiden Gebietskörperschaften gebe es jeweils eine lokale *Regierung*, die ausschließlich für die in ihren Grenzen ansässigen Unternehmen das öffentliche Zwischenprodukt bereitstellt. Diese Regierungen finanzieren die Kosten der Bereitstellung allein durch die Erhebung der Kopfsteuer. Die Budgetbeschränkungen der Regierungen lauten:

$$(2.7) \quad B_i = T_i \cdot \bar{L}_i \quad i = 1,2$$

Ziel der Regierungen sei die Maximierung des Nutzens ihrer jeweiligen Einwohner, was in dem beschriebenen Modellrahmen äquivalent zur Maximierung der Summe der jeweiligen (Netto-) Einkommen $\bar{L}_i \cdot E_i$ ist. Da die Budgets stets ausgeglichen sein sollen, können die Regierungen von den beiden Variablen B_i und T_i nur eine als Politikinstrument wählen. Im folgenden wird

unterstellt, dass dies die Menge des öffentlichen Zwischenproduktes ist. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass die jeweils andere Regierung auf Änderungen des eigenen Politikinstrumentes nicht reagiere.

Auf den *Arbeitsmärkten* in den beiden Gebietskörperschaften sorgen die Lohnsätze w_i ($i=1,2$) dafür, dass sich Arbeitsangebot und Arbeitsnachfrage jeweils ausgleichen. Der vollkommene *Kapitalmarkt* der Gesamtwirtschaft werde stets durch den Zinssatz r geräumt. Wegen (2.4) kann man das Kapitalmarktgleichgewicht durch

$$(2.8) \quad F_i^K (K_i, B_i, \bar{L}_i) = F_j^K (\bar{K} - K_i, B_j, \bar{L}_j) \quad i = 1, 2 ; i \neq j$$

beschreiben. Der Kapitaleinsatz in den beiden Gebietskörperschaften hängt damit von den bereitgestellten Mengen des öffentlichen Zwischenproduktes ab:

$$(2.9) \quad K_i = K_i (B_i, B_j) \quad i = 1, 2 ; i \neq j$$

- a) Wenden Sie auf (2.8) die Regel für das Differenzieren impliziter Funktionen an, um das Vorzeichen von $\partial K_i / \partial B_i$ zu ermitteln.

5 Punkte

Setzt man (2.9) in (2.4), so erhält man:

$$(2.12) \quad F_i^K [K_i (B_i, B_j), B_i, \bar{L}_i] = r \quad i = 1, 2 ; i \neq j$$

bzw.

$$(2.13) \quad r = r (B_i, B_j) \quad i = 1, 2 ; i \neq j$$

- b) Wenden Sie auf (2.12) die Regel für das Differenzieren impliziter Funktionen an und berücksichtigen Sie dabei ihr Ergebnis aus a), um das Vorzeichen von $\partial r / \partial B_i$ zu ermitteln. *Interpretieren* Sie Ihre Ergebnisse zu a) und b).

15 Punkte

c) Leiten Sie für diese Modellwirtschaft die folgenden Bedingungen für eine effiziente Produktion ab:

$$(3.1) \quad F_i^K = F_j^K \quad i = 1,2 ; i \neq j$$

$$(3.2) \quad F_i^B = 1 = \left(- \frac{dX_i}{dB_i} \right) \quad i = 1,2$$

Interpretieren Sie diese Bedingungen.

25 Punkte

Jede der beiden Regierungen maximiert annahmegemäß $\bar{L}_i \cdot E_i$.

d) Leiten Sie die folgenden Bedingungen (4.1.1) ab, die in dem Cournot-Nash-Gleichgewicht des unterstellten Spiels erfüllt sein müssen.

$$(4.1.1) \quad F_i^B = 1 - \frac{\partial r}{\partial B_i} \left(\bar{L}_i \frac{\bar{K}}{\bar{L}} - K_i \right) \quad i = 1,2$$

Setzen Sie zu diesem Zweck zunächst (2.3) und (2.4) in (2.2) ein. Nutzen Sie die so gewonnenen Bedingungen, um in der mit \bar{L}_i multiplizierten Einkommensbeschränkung (2.5) $w_i \bar{L}_i$ zu eliminieren. Beachten sie sodann (2.9), (2.13) und (2.7).

10 Punkte

Es gelte:

$$\bar{L}_1 \frac{\bar{K}}{\bar{L}} - K_1 < 0 \quad \text{und} \quad \bar{L}_2 \frac{\bar{K}}{\bar{L}} - K_2 > 0$$

d.h. in die Gebietskörperschaft eins werde Kapital importiert und aus der Gebietskörperschaft zwei werde Kapital exportiert.

- e) Welche der beiden Effizienzbedingungen ist dann nicht mehr erfüllt? In welcher Gebietskörperschaft kommt es zu einer Unter- und welcher zu einer Überversorgung mit dem öffentlichen Zwischenprodukt? 20 Punkte
- f) Erklären Sie die von Ihnen aufgedeckten Ineffizienzen ökonomisch. 25 Punkte