Musterlösung zur Einsendearbeit zum Kurs 00695, Steuerwirkungslehre II, KE 1, Wintersemester 2007/08

a)

Der im Sektor M gezahlte Bruttolohn w_B beträgt

$$w_B = (1 + t_0) w$$

wobei *w* der Nettolohn und t_0 der Steuersatz in der Ausgangssituation ist. Daraus erhält man

$$dw_B = (1 + t_0) dw + w dt_0$$

und

$$\frac{dw_B}{w_B} = \frac{dw}{w} + \frac{dt_0}{1 + t_0}$$

Bei Einführung der Steuer gilt $t_0 = 0$ und $dt_0 = t$, so daß folgt:

$$\hat{w}_B = \hat{w} + t$$ 5 Punkte

Die Unternehmen im Sektor *M* orientieren sich am Verhältnis der Bruttofaktorpreise. Entsprechend wird die relative Änderung des Faktoreinsatzverhältnisses a_{KM}/a_{LM} im Sektor *M* angegeben durch

$$\hat{a}_{KM} - \hat{a}_{LM} = \sigma_M (\hat{w} + t - \hat{r})$$

Weiterhin gilt:

$$\theta_{LM} \hat{a}_{LM} + \theta_{KM} \hat{a}_{KM} = 0$$

Auflösen der ersten Gleichung nach $\hat{a}_{KM}$ und Einsetzen in die zweite Gleichung ergibt

$$\hat{a}_{LM} = -\theta_{KM} \sigma_M (\hat{w} - \hat{r}) - \theta_{KM} \sigma_M t$$ 5 Punkte

Einsetzen dieses Ausdrucks in $\hat{a}_{KM} = -(\theta_{LM}/\theta_{KM}) \hat{a}_{LM}$ führt zu

$$\hat{a}_{KM} = \theta_{LM} \sigma_M (\hat{w} - \hat{r}) + \theta_{LM} \sigma_M t$$ 5 Punkte

Da die Steuer nur im Sektor M erhoben wird, ändert sich an den Ausdrücken für $\hat{a}_{LF}$ und $\hat{a}_{KF}$ nichts.

Bei konstanten Faktorbeständen $\left(\hat{L} = \hat{K} = 0\right)$ gilt:

$$\lambda_{LM}\,\hat{M} + \lambda_{LF}\,\hat{F} + \lambda_{LM}\,\hat{a}_{LM} + \lambda_{LF}\hat{a}_{LF} = 0$$

$$\lambda_{KM}\,\hat{M} + \lambda_{KF}\,\hat{F} + \lambda_{KM}\,\hat{a}_{KM} + \lambda_{KF}\,\hat{a}_{KF} = 0$$

Nach Einsetzen der Ausdrücke für $\hat{a}_{ij}\,(i = L, K;\; j = M, F)$ erhält man

$$\lambda_{LM}\,\hat{M} + \lambda_{LF}\,\hat{F} - \delta_L\left(\hat{w} - \hat{r}\right) = \lambda_{LM}\,\theta_{KM}\,\sigma_M\,t$$

5 Punkte

$$\lambda_{KM}\,\hat{M} + \lambda_{KF}\,\hat{F} + \delta_K\left(\hat{w} - \hat{r}\right) = -\lambda_{KM}\,\theta_{LM}\,\sigma_M\,t$$

Die differenzierten Preisgleichungen mit Steuer lauten:

$$\hat{p}_M = \theta_{LM}\left(\hat{w} + t\right) + \theta_{KM}\,\hat{r}$$

5 Punkte

$$\hat{p}_F = \theta_{LF}\,\hat{w} + \theta_{KF}\,\hat{r}$$

Subtraktion der zweiten von der ersten Gleichung führt zu

$$\hat{p}_M - \hat{p}_F - \left|\theta\right|\left(\hat{w} - \hat{r}\right) = \theta_{LM}\,t$$

Die vierte Gleichung des in der Aufgabe angegebenen Gleichungssystems bleibt unverändert gültig. Das gesamte Gleichungssystem mit Steuer in den Variablen $\hat{M}$, $\hat{F}$, $\hat{p}_M - \hat{p}_F$ und $\hat{w} - \hat{r}$ lautet in Matrixform:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{LM} & \lambda_{LF} & -\delta_L & 0 \\ \lambda_{KM} & \lambda_{KF} & \delta_K & 0 \\ 0 & 0 & -\left|\theta\right| & 1 \\ 1 & -1 & 0 & \sigma_D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{M} \\ \hat{F} \\ \hat{w} - \hat{r} \\ \hat{p}_M - \hat{p}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{LM}\,\theta_{KM}\,\sigma_M\,t \\ -\lambda_{KM}\,\theta_{LM}\,\sigma_M\,t \\ \theta_{LM}\,t \\ 0 \end{bmatrix}$$

5 Punkte

b)

Änderung des Faktorpreisverhältnisses

Durch Anwendung der Cramerschen Regel erhält man

$$\hat{w} - \hat{r} = \frac{\left|D_3\right|}{\left|D\right|}$$

Dabei ist $|D|$ die Determinante der Koeffizientenmatrix und $|D_3|$ die Determinante der Matrix, die sich ergibt, wenn in der Koeffizientenmatrix die dritte Spalte durch den Vektor auf der rechten Seite der Matrixgleichung ersetzt wird.

$$|D| = -\left(\delta_L + \delta_K + |\theta||\lambda|\sigma_D\right) < 0$$

$$|D_3| = \left[(\lambda_{KM}\,\theta_{LM} + \lambda_{LM}\,\theta_{KM})\sigma_M + \theta_{LM}\,|\lambda|\sigma_D\right]t$$

Das Vorzeichen von $|D_3|$ und damit von $\hat{w} - \hat{r}$ hängt vom Vorzeichen von $|\lambda|$ ab. Falls $|\lambda| > 0$, d.h. falls der Sektor M relativ arbeitsintensiv produziert, ist $\hat{w} - \hat{r} < 0$ für $t > 0$. Wenn dagegen der Sektor M relativ kapitalintensiv produziert $(|\lambda| < 0)$, ist das Vorzeichen von $\hat{w} - \hat{r}$ unbestimmt. In welche Richtung sich das Faktorpreisverhältnis verändert, hängt dann von der relativen Stärke zweier gegenläufiger Teileffekte ab (siehe Interpretation). 10 Punkte

Änderung des Güterpreisverhältnisses

$$\hat{p}_M - \hat{p}_F = \frac{|D_4|}{|D|}$$

Dabei ist $|D_4|$ die Determinante der Matrix, die sich ergibt, wenn in der Koeffizientenmatrix die vierte Spalte durch den Vektor auf der rechten Seite der Matrixgleichung ersetzt wird. Nach Zusammenfassung einiger Terme erhält man

$$|D_4| = -\theta_{LM}\,t\,(\delta_L + \delta_K)$$

$$+|\theta|t\,(\lambda_{KM}\,\theta_{LM}\,\sigma_M + \lambda_{LM}\,\theta_{KM}\,\sigma_M)$$

$$= -t\left[\theta_{LM}\sigma_F\,(\lambda_{LF}\,\theta_{KF} + \lambda_{KF}\,\theta_{LF}) + \theta_{LF}\,\sigma_M\,(\lambda_{LM}\,\theta_{KM} + \lambda_{KM}\,\theta_{LM})\right] < 0$$

Mit $|D| < 0$ folgt $\hat{p}_M - \hat{p}_F > 0$ für $t > 0$. Das heißt, die Steuer auf den Faktor Arbeit im Sektor „Industrie“ bewirkt, daß der Preis der Industriegüter im Verhältnis zum Preis der Agrargüter steigt. 10 Punkte

Änderung der Produktionsmengen

$$\hat{M} = \frac{|D_1|}{|D|}$$

Dabei ist D_1 die Matrix, die man erhält, wenn in der Koeffizientenmatrix die erste Spalte durch den Vektor auf der rechten Seite der Matrixgleichung ersetzt wird.

$$|D_1| = -\sigma_M\, t\,(\delta_K\, \lambda_{LM}\, \theta_{KM} - \delta_L\, \lambda_{KM}\, \theta_{LM})$$

$$+\sigma_D\ [\theta_{LM}\, t\,(\lambda_{LF}\, \delta_K + \lambda_{KF}\, \delta_L)$$

$$-|\theta|\ \sigma_M\, t(\ \lambda_{KF}\, \lambda_{LM}\, \theta_{KM} + \lambda_{LF}\, \lambda_{KM}\, \theta_{LM})]$$

Durch Einsetzen der Ausdrücke für δ_K und δ_L lässt sich zeigen, daß der Klammerausdruck im ersten Term auf der rechten Seite der Gleichung gleich Null ist:

$$\delta_K\, \lambda_{LM}\, \theta_{KM} - \delta_L\, \lambda_{KM}\, \theta_{LM}$$

$$= \lambda_{KM}\, \theta_{LM}\, \sigma_M\, \lambda_{LM}\, \theta_{KM} + \lambda_{KF}\, \theta_{LF}\, \sigma_F\, \lambda_{LM}\, \theta_{KM}$$

$$-\lambda_{LM}\, \theta_{KM}\, \sigma_M\, \lambda_{KM}\, \theta_{LM} - \lambda_{LF}\, \theta_{KF}\, \sigma_F\, \lambda_{KM}\, \theta_{LM}$$

$$= \sigma_F\, (\lambda_{KF}\, \lambda_{LM}\, \theta_{LF}\, \theta_{KM} - \lambda_{LF}\, \lambda_{KM}\, \theta_{KF}\, \theta_{LM})$$

$$= \frac{\sigma_F\ wrLK}{p_M\ M\ p_F\ F}\,(\lambda_{KF}\, \lambda_{LM}\, \lambda_{LF}\, \lambda_{KM} - \lambda_{LF}\, \lambda_{KM}\, \lambda_{KF}\, \lambda_{LM}) = 0$$

Einsetzen von $|\theta| = \theta_{LM} - \theta_{LF}$ sowie der Ausdruck für δ_K und δ_L in den zweiten Term der Gleichung für $|D_1|$ ergibt

$$|D_1| = \sigma_D\, t\left[\lambda_{LF}\, \lambda_{KF}\, \theta_{LM}\, \sigma_F + (\lambda_{KF}\, \lambda_{LM}\, \theta_{KM} + \lambda_{LF}\, \lambda_{KM}\, \theta_{LM})\theta_{LF}\, \sigma_M\right]$$

10 Punkte Somit folgt $|D_1| > 0$ und mit $|D| < 0 : \hat{M} < 0$.

$$\hat{F} = \frac{|D_2|}{|D|}$$

$$|D_2| = -\sigma_M\, t\,(\delta_K\, \lambda_{LM}\, \theta_{KM} - \delta_L\, \lambda_{KM}\, \theta_{LM})$$

$$+\sigma_D\, [-\theta_{LM}\, t\,(\lambda_{LM}\, \delta_K + \lambda_{KM}\, \delta_F)$$

$$+|\theta|\sigma_M\, t\,(\lambda_{LM}\, \lambda_{KM}\, \theta_{LM} + \lambda_{KM}\, \lambda_{LM}\, \theta_{KM})]$$

Wie oben gezeigt, ist der erste Term auf der rechten Seite gleich Null. Nach Umformungen des zweiten Terms (analog zu denen für $|D_1|$) erhält man

$$\left| D_2 \right| = -\sigma_D \, t \, [(\lambda_{LM} \, \lambda_{KF} \, \theta_{LF} + \lambda_{KM} \, \lambda_{LF} \, \theta_{KF}) \theta_{LM} \, \sigma_F$$

$$+ \lambda_{LM} \, \lambda_{KM} \, \theta_{LF} \, \sigma_M \,] < 0$$

Aus $\left| D_2 \right| < 0$ und $\left| D \right| < 0$ folgt: $\hat{F} > 0$. 10 Punkte

Damit ist gezeigt, daß die Steuer die Produktion im Sektor *F* erhöht und die Produktion im Sektor *M* reduziert.

Die Berechnung von $\hat{M}$ und $\hat{F}$ *und die Bestimmung von deren Vorzeichen sind, wie gerade demonstriert, relativ aufwendig. Wesentlich einfacher läßt sich die Änderung der Produktionsstruktur* M/F *ermitteln. Aus* $\hat{M} - \hat{F} = -\sigma_D \left(\hat{p}_M - \hat{p}_F \right)$ *in Verbindung mit der oben abgeleiteten Formel für* $\hat{p}_M - \hat{p}_F$ *erhält man:*

$$\hat{M} - \hat{F} = \frac{-\sigma_D \left| D_4 \right|}{\left| D \right|}$$

Wegen $\left| D_4 \right| < 0$ *folgt:* $\hat{M} - \hat{F} < 0$.

Zwar war in der Aufgabe nach der Änderung von M und F gefragt. Die volle Punktzahl kann jedoch auch erreicht werden, wenn stattdessen $\hat{M} - \hat{F}$ *berechnet und das Vorzeichen von* $\hat{M} - \hat{F}$ *korrekt hergeleitet wurde.*

c)

Die Besteuerung des Faktors Arbeit im Sektor *M* erhöht die Stückkosten der Produktion dieses Gutes und damit seinen Preis. Es steigt damit auch das Preisverhältnis p_M / p_F. Dies führt dazu, daß im Verhältnis zu Gut *F* weniger von Gut *M* nachgefragt wird. In einer geschlossenen Wirtschaft paßt sich die Produktionsstruktur an die veränderte Nachfragestruktur an, d.h. die Produktionsstruktur verändert sich zugunsten des Gutes *F*. (Tatsächlich, wie oben gezeigt, nimmt die Produktion des Gutes *M* ab, während die Produktion des Gutes *F* steigt.) Dadurch ändert sich das Knappheitsverhältnis der Faktoren: produziert Sektor *F* relativ kapitalintensiv $\left(\left| \lambda \right| > 0 \right)$, dann wird im expandierenden Sektor *F* relativ mehr Kapital nachgefragt als im schrumpfenden Sektor *M* freigesetzt wird. Dies wirkt auf ein Absinken des Lohn-Zins-Verhältnisses hin. Umgekehrt verhält es sich, wenn Sektor *F* relativ arbeitsintensiv produziert $\left(\left| \lambda \right| < 0 \right)$.

5 Punkte

10 Punkte

Daneben tritt ein Faktorsubstitutionseffekt im Sektor *M* auf. Die Steuer führt zu einer relativen Verteuerung des Faktors Arbeit im Sektor *M*. Dadurch werden die Produzenten in diesem Sektor veranlaßt, Arbeit durch Kapital zu substituieren. Es wird insgesamt relativ mehr Kapital und relativ weniger Arbeit nachgefragt, und dies wirkt auf eine Verringerung des Lohn-Zins-Verhältnisses hin. Produziert Sektor F relativ kapitalintensiv $\left(|\lambda|>0\right)$, dann wirkt der oben beschriebene Produktionsmengeneffekt auf den Faktormärkten in die gleiche Richtung wie der Faktorsubstitutionseffekt. Dies erklärt, daß in diesem Fall w/r eindeutig sinkt. Produziert F dagegen relativ arbeitsintensiv $\left(|\lambda|<0\right)$, so wirken Faktorsubstitutionseffekt und Produktionsmengeneffekt in gegenläufige Richtungen: der Gesamteffekt auf das Faktorpreisverhältnis ist unbestimmt.

15 Punkte