# Musterlösung zur Einsendearbeit zur Erlangung der Teilnahmeberechtigung an der Abschlussklausur zum

## Modul 32511 „Steuern und ökonomische Anreize“

## Kurs 00695 „Steuerwirkungslehre II“, KE1

## Wintersemester 2008/09

## Aufgabe

Eine geschlossene Wirtschaft (ohne Steuern) werde durch das folgende Gleichungssystem beschrieben:

$$\theta_{LM}\,\hat{w} + \theta_{KM}\,\hat{r} = \hat{p}_M \qquad (1)$$

$$\theta_{LF}\,\hat{w} + \theta_{KF}\,\hat{r} = \hat{p}_F \qquad (2)$$

$$\lambda_{LM}\,\widehat{M} + \lambda_{LF}\,\widehat{F} + \lambda_{LM}\,\hat{a}_{LM} + \lambda_{LF}\,\hat{a}_{LF} = 0 \qquad (3)$$

$$\lambda_{KM}\,\widehat{M} + \lambda_{KF}\,\widehat{F} + \lambda_{KM}\,\hat{a}_{KM} + \lambda_{KF}\,\hat{a}_{KF} = 0 \qquad (4)$$

$$\widehat{M} - \widehat{F} = -\sigma_D\left(\hat{p}_M - \hat{p}_F\right) \qquad (5)$$

Beachten Sie:

$$\delta_L := \lambda_{LM}\theta_{KM}\sigma_M + \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F$$

$$\delta_K := \lambda_{KM}\theta_{LM}\sigma_M + \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F$$

Der Index *M* steht für den Sektor „Industrie“ und *F* für „Landwirtschaft“. Das Symbol „ ^ “ bezeichnet die relative Änderung einer Variablen.

1. Wieso können die Unternehmen durch eine Kostenminimierung ihre Gewinne maximieren?

   Welche Bedingungen lassen sich aus der Kostenminimierung ableiten? 15 Punkte

Durch die Annahme eines vollkommenen Marktes entziehen sich die Preise und Absatzmengen der Kontrolle der Unternehmen. Daher sind die Umsätze vorgegeben. Eine Gewinnmaximierung entspricht dann einer Kostenminimierung.

Folgende Bedingungen ergeben sich:

$$M \cdot c = wL_M + rK_M \qquad \Big| c = Stückkosten$$

$$\Leftrightarrow \quad c = w\, a_{LM} + r\, a_{KM}$$

$$\Rightarrow dc = w\, da_{LM} + r\, da_{KM} = 0$$

$$\Leftrightarrow w \frac{L_M}{M} \hat{a}_{LM} + r \frac{K_M}{M} \hat{a}_{KM} = 0 \qquad \Big| : p_M$$

$$\Leftrightarrow \theta_{LM} \hat{a}_{LM} + \theta_{KM} \hat{a}_{KM} = 0 \tag{8}$$

analog für den Sektor F:

15 Punkte

$$\theta_{LF} \hat{a}_{LF} + \theta_{KF} \hat{a}_{KF} = 0 \tag{9}$$

2. Die Regierung plant eine für beide Sektoren gleich hohe Wertsteuer auf den Faktor Kapital einzuführen. Fügen Sie die Steuer ins Modell ein.

Beachten Sie:

$$\hat{a}_{KM} - \hat{a}_{LM} = \sigma_M \left( \hat{w} - \hat{r} \right) \tag{6}$$

$$\hat{a}_{KF} - \hat{a}_{LF} = \sigma_F \left( \hat{w} - \hat{r} \right) \tag{7}$$

35 Punkte

(Hinweis: Eliminieren Sie alle $\hat{a}_{ij}$.)

$$r^b = (1+t)\, r \qquad \Big| t = Steuersatz$$

$$\Rightarrow dr^b = d(1+t)\; r + \left(1+t^0\right) dr \qquad \Big| t^0 = 0$$

$$= dt \cdot r + dr \qquad \Big| r^{b^0} = \left(1+t^0\right) r = r$$

$$\Leftrightarrow \widehat{r^b} = dt + \hat{r}$$

Ersetze in (1) $\hat{r}$ durch $\widehat{r^b}$:

$$\theta_{LM} \hat{w} + \theta_{KM}\; \hat{r} + \theta_{KM}\; dt = \hat{p}_M \tag{1'}$$

Analog in (2):

$$\theta_{LF}\,\widehat{w}+\theta_{KF}\,\hat{r}+\theta_{KF}\;dt=\widehat{p}_F \tag{2'}$$

Ersetze $\hat{r}$ durch $\widehat{r^b}$ in (6) und (7)

$$\hat{a}_{KM}-\hat{a}_{LM}=\sigma_M\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right) \tag{6'}$$

$$\hat{a}_{KF}-\hat{a}_{LF}=\sigma_F\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right) \tag{7'}$$

An den Bedingungen der Kostenminimierung ändert sich nichts.

aus (6’), bzw. (7’):

$$\hat{a}_{KM}=\sigma_M\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)+\hat{a}_{LM} \tag{6''}$$

in (8):

$$\theta_{LM}\,\hat{a}_{LM}+\theta_{KM}\sigma_M\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)+\theta_{KM}\,\hat{a}_{LM}=0 \qquad \left|\theta_{LM}+\theta_{KM}=1\right.$$

$$\Leftrightarrow \hat{a}_{LM}=-\theta_{KM}\sigma_M\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right) \tag{10}$$

$$\hat{a}_{KF}=\sigma_F\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)+\hat{a}_{LF} \tag{7''}$$

in (9):

$$\theta_{LF}\,\hat{a}_{LF}+\theta_{KF}\,\hat{a}_{LF}+\theta_{KF}\sigma_F\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \hat{a}_{LF}=-\theta_{KF}\sigma_F\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right) \tag{11}$$

(10) in (6’’):

$$\hat{a}_{KM}=\sigma_M\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)-\theta_{KM}\sigma_M\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)$$

$$=\theta_{LM}\sigma_M\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right) \tag{12}$$

(11) in (7’’):

$$\hat{a}_{KF}=\theta_{LF}\sigma_F\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right) \tag{13}$$

(10) bis (13) in (3):

$$\lambda_{LM}\widehat{M}+\lambda_{LF}\widehat{F}-\lambda_{LM}\theta_{KM}\sigma_{M}\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)-\theta_{KF}\lambda_{LF}\sigma_{F}\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{LM}\widehat{M}+\lambda_{LF}\widehat{F}-\delta_{L}\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{LM}\widehat{M}+\lambda_{LF}\widehat{F}-\delta_{L}\left(\widehat{w}-\hat{r}\right)=-\delta_{L}dt \qquad (3')$$

(10) bis (13) in (4):

$$\lambda_{KM}\widehat{M}+\lambda_{KF}\widehat{F}+\lambda_{KM}\theta_{LM}\sigma_{M}\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)+\lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_{F}\left(\widehat{w}-\hat{r}-dt\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \lambda_{KM}\widehat{M}+\lambda_{KF}\widehat{F}+\delta_{K}\left(\widehat{w}-\hat{r}\right)=\delta_{K}dt \qquad (4')$$

Gleichung (5) ändert sich nicht.

Damit ergibt sich das neue Gleichungssystem:

$$\theta_{LM}\widehat{w}+\theta_{KM}\hat{r}+\theta_{KM}dt=\widehat{p}_{M} \qquad (1')$$

$$\theta_{LF}\widehat{w}+\theta_{KF}\hat{r}+\theta_{KF}dt=\widehat{p}_{F} \qquad (2')$$

$$\lambda_{LM}\widehat{M}+\lambda_{LF}\widehat{F}-\delta_{L}\left(\widehat{w}-\hat{r}\right)=-\delta_{L}dt \qquad (3')$$

$$\lambda_{KM}\widehat{M}+\lambda_{KF}\widehat{F}+\delta_{K}\left(\widehat{w}-\hat{r}\right)=\delta_{K}dt \qquad (4')$$

$$\widehat{M}-\widehat{F}+\sigma_{D}\left(\widehat{p}_{M}-\widehat{p}_{F}\right)=0 \qquad (5)$$

35 Punkte

3.a. Ermitteln Sie die Wirkung der Steuereinführung auf:

- die Verteilungsrelation (Lohn-Zins-Verhältnis)
- das Güterpreisverhältnis
- die Produktionsstruktur
- das Bruttofaktorpreisverhältnis

System reduzieren:

„Variablen“ sollen sein $\left(\widehat{M}-\widehat{F}\right)$; $\left(\widehat{w}-\widehat{r}\right)$; $\left(\widehat{p}_M-\widehat{p}_F\right)$.

(1’) – (2’):

$$(\theta_{LM}-\theta_{LF})\widehat{w}+(\theta_{KM}-\theta_{KF})\widehat{r}+(\theta_{KM}-\theta_{KF})dt=\widehat{p}_M-\widehat{p}_F$$

$$\Leftrightarrow |\theta|\ \widehat{w}-|\theta|\ \widehat{r}-|\theta|dt-\left(\widehat{p}_M-\widehat{p}_F\right)=0 \qquad \Big| mit\ |\theta|=\theta_{LM}-\theta_{LF}$$

$$\Leftrightarrow |\theta|\ \left(\widehat{w}-\widehat{r}\right)-\left(\widehat{p}_M-\widehat{p}_F\right)=|\theta|dt \tag{14}$$

(3’) - (4’):

$$(\lambda_{LM}-\lambda_{KM})\widehat{M}+(\lambda_{LF}-\lambda_{KF})\widehat{F}-(\delta_L+\delta_K)\left(\widehat{w}-\widehat{r}\right)=-(\delta_L+\delta_K)dt$$

$$\Leftrightarrow |\lambda|\ \widehat{M}-|\lambda|\ \widehat{F}-(\delta_L+\delta_K)\left(\widehat{w}-\widehat{r}\right)=-(\delta_L+\delta_K)dt$$

$$\Leftrightarrow |\lambda|\left(\widehat{M}-\widehat{F}\right)-(\delta_L+\delta_K)\left(\widehat{w}-\widehat{r}\right)=-(\delta_L+\delta_K)dt \tag{15}$$

$\Rightarrow$ reduziertes Gleichungssystem:

$$|\theta|\ \left(\widehat{w}-\widehat{r}\right)-\left(\widehat{p}_M-\widehat{p}_F\right)=|\theta|dt$$

$$|\lambda|\ \left(\widehat{M}-\widehat{F}\right)-(\delta_L+\delta_K)\left(\widehat{w}-\widehat{r}\right)=-(\delta_L+\delta_K)dt$$

$$\left(\widehat{M}-\widehat{F}\right)+\sigma_D\left(\widehat{p}_M-\widehat{p}_F\right)=0$$

In Matrixschreibweise:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 0 & |\theta| & -1 \\ |\lambda| & -(\delta_L+\delta_K) & 0 \\ 1 & 0 & \sigma_D \end{pmatrix}}_{=D} \begin{pmatrix} \left(\widehat{M}-\widehat{F}\right) \\ \left(\widehat{w}-\widehat{r}\right) \\ \left(\widehat{p}_M-\widehat{p}_F\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\theta|dt \\ -(\delta_L+\delta_K)dt \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|D|=-|\lambda|\ |\theta|\sigma_D-(\delta_L+\delta_K)$$

$$=-|\lambda||\theta|\sigma_D-\delta_L-\delta_K<0,$$ da $|\lambda|$ und $|\theta|$ immer dasselbe Vorzeichen haben.

- Verteilungsrelation:

$$\hat{w}-\hat{r}=\frac{\begin{vmatrix} 0 & |\theta|\,dt & -1 \\ |\lambda| & -(\delta_L+\delta_K)\,dt & 0 \\ 1 & 0 & \sigma_D \end{vmatrix}}{|D|}$$

$$es\ gilt\ hier:$$

$$\frac{d\left[\frac{w}{r}\right]}{\frac{w}{r}}=\frac{dwr-wdr}{r^2}\,\frac{r}{w}$$

$$=\frac{dw}{w}-\frac{dr}{r}$$

$$=\hat{w}-\hat{r}$$

$$=\frac{1}{|D|}\left(-|\lambda|\ \ |\theta|\sigma_D dt-(\delta_L+\delta_K)\,dt\right)$$

$$=\frac{1}{|D|}|D|\,dt$$

$$=dt$$

Der Zins sinkt im Vergleich zum Lohn.

- Güterpreisverhältnis:

$$\hat{p}_M-\hat{p}_F=\frac{\begin{vmatrix} 0 & |\theta| & |\theta|\,dt \\ |\lambda| & -(\delta_L+\delta_K) & -(\delta_L+\delta_K)\,dt \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}}{|D|}$$

$$=\frac{1}{|D|}\left(-|\theta|\ \ (\delta_L+\delta_K)\,dt+|\theta|\ \ (\delta_L+\delta_K)\,dt\right)$$

$$=0$$

Das Preisverhältnis ändert sich nicht.

- Produktionsstruktur

$$\widehat{M}-\widehat{F}=\frac{\begin{vmatrix} |\theta|\,dt & |\theta| & -1 \\ -(\delta_L+\delta_K)\,dt & -(\delta_L+\delta_K) & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_D \end{vmatrix}}{|D|}$$

$$=\frac{1}{|D|}\left(-\sigma_D\,|\theta|(\delta_L+\delta_K)\,dt+\sigma_D\,|\theta|(\delta_L+\delta_K)\,dt\right)$$

$$=0$$

Die Produktionsstruktur ändert sich nicht.

- Bruttofaktorpreisverhältnis:

$$\hat{w}-\widehat{r^b}=\hat{w}-\hat{r}-dt \qquad \left|\hat{w}-\hat{r}=dt\right.$$

$$=dt-dt$$

$$=0$$

Das Bruttofaktorpreisverhältnis bleibt konstant.

30 Punkte

b. Interpretieren Sie das Ergebnis.

Durch die Besteuerung ändert sich allein die Einkommensverteilung: Das Verhältnis des Kapitaleinkommens zum Lohneinkommen sinkt. Das für die Produzenten relevante Bruttofaktorpreisverhältnis wird durch die Steuer nicht beeinflusst. Nach Einführung der Steuer wird daher der gleiche Produktionspunkt in der Edgeworth-Produktionsbox und damit auf der Transformationskurve realisiert wie vor Einführung der Steuer. Deshalb muss auch das Güterpreisverhältnis konstant bleiben. Dementsprechend bleibt auch das Verhältnis der nachgefragten Gütermengen unverändert. Da der Produktionspunkt der Ökonomie durch die Steuer nicht beeinflusst wird, bleiben auch die Produktionsmengen der Güter konstant.

20 Punkte