Musterlösung zur Einsendearbeit zur Erlangung der Teilnahmeberechtigung an der Abschlussklausur zum

Modul 32511 „Steuern und ökonomische Anreize“

Kurs 00695 „Steuerwirkungslehre II“, KE1

Sommersemester 2009

Aufgabe

Die Produktionsseite einer kleinen offenen Volkswirtschaft werde durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$wa_{LM} + ra_{KM} = p_M \qquad (1)$$

$$wa_{LF} + ra_{KF} = p_F \qquad (2)$$

$$a_{LM}M + a_{LF}F = L \qquad (3)$$

$$a_{KM}M + a_{KF}F = K \qquad (4)$$

Der Index M steht für den Sektor „Industrie“ und F für „Landwirtschaft“.

a. Welche Gleichgewichtsbedingungen werden durch die Formeln (1) - (4) beschrieben? 5 Punkte

Die Gleichungen (1) und (2) geben die Nullgewinnbedingungen für den Sektor M bzw. F wieder.

Die Gleichungen (3) und (4) geben die Vollbeschäftigungsbedingung für die beiden Faktoren Arbeit L und Kapital K an.

b. Die Regierung plant den Faktor Arbeit (L) im Sektor F mit der Wertsteuer t zu besteuern. Fügen Sie dafür die Steuer in das Modell ein. 10 Punkte

Durch die Steuer werden die Bruttolöhne in der Landwirtschaft steigen:

$$w_F^b = w(1+t)$$

$$w_M^b = w$$

Dies in (1)-(4) einsetzen:

$$wa_{LM} + ra_{KM} = p_M \qquad (1)$$

$$(1+t)wa_{LF} + ra_{KF} = p_F \tag{2'}$$

$$a_{LM}M + a_{LF}F = L \tag{3}$$

$$a_{KM}M + a_{KF}F = K \tag{4}$$

Die Faktoreinsatzmengen und der Output und somit die a_{ij} hängen im Optimum von den Faktorpreisen ab. Es gilt daher:

$$a_{LM} = a_{LM}(w,r) \tag{5}$$

$$a_{LF} = ((1+t)w,r) \tag{6}$$

$$a_{KM} = a_{KM}(w,r) \tag{7}$$

$$a_{KF} = a_{KF}((1+t)w,r) \tag{8}$$

35 Punkte

c. Stellen Sie das differenzierte Gleichungssystem auf.

Differenzieren der Gleichungen (1) - (4) unter Berücksichtigung von (5) - (8) führt zu:

$$\begin{aligned} dp^M &= dwa_{LM} + dra_{KM} + w(\frac{\partial a_{LM}}{\partial w}dw + \frac{\partial a_{LM}}{\partial r}dr) + r(\frac{\partial a_{KM}}{\partial w}dw + \frac{\partial a_{KM}}{\partial r}dr) \\ &= dwa_{LM} + dra_{KM} + dw(w\frac{\partial a_{LM}}{\partial w} + r\frac{\partial a_{KM}}{\partial w}) + dr(w\frac{\partial a_{LM}}{\partial r} + r\frac{\partial a_{KM}}{\partial r}) \end{aligned}$$

Das Differenzieren der Formeln $f^M(a_{LM}, a_{KM}) = 1$ und $f^F(a_{LF}, a_{KF}) = 1$, wobei f^j, $j = F, M$ die Produktionsfunktionen sind, nach w und r liefert:

$$w\frac{\partial a_{LM}}{\partial w} + r\frac{\partial a_{KM}}{\partial w} = 0 \tag{9}$$

$$w\frac{\partial a_{LM}}{\partial r} + r\frac{\partial a_{KM}}{\partial r} = 0 \tag{10}$$

$$w\frac{\partial a_{LF}}{\partial w} + r\frac{\partial a_{KF}}{\partial w} = 0 \tag{11}$$

$$w\frac{\partial a_{LF}}{\partial r} + r\frac{\partial a_{KF}}{\partial r} = 0 \tag{12}$$

Daraus folgt:

$dp^M = dwa_{LM} + dra_{KM}$

Da Preis gleich Stückkosten (= Grenzkosten) gilt, ist dies äquivalent mit

$$\widehat{p_M} = \theta_{LM}\hat{w} + \theta_{KM}\hat{r} \tag{1'}$$

Eine analoge Rechnung führt zu

$$\widehat{p_F} = \theta_{LF}\hat{w} + \theta_{KF}\hat{r} + \theta_{LF}t \tag{2''}$$

Differenzieren von (3) und (4) liefert

$$\hat{L} = \lambda_{LM}\hat{M} + \lambda_{LF}\hat{F} + \lambda_{LM}\widehat{a_{LM}} + \lambda_{LF}\widehat{a_{LF}} \tag{3'}$$

$$\hat{K} = \lambda_{KM}\hat{M} + \lambda_{KF}\hat{F} + \lambda_{KM}\widehat{a_{KM}} + \lambda_{KF}\widehat{a_{KF}} \tag{4'}$$

Das totale Differenzieren der Gleichungen (5) - (8) und das Berücksichtigen der Gleichungen (9) - (12) liefert für die $\widehat{a_{ij}}$ die folgenden Ausdrücke:

$$\widehat{a_{LM}} = -\theta_{KM}\sigma_M[\hat{w} - \hat{r}]$$

$$\widehat{a_{LF}} = -\theta_{KF}\sigma_F[\hat{w} - \hat{r} + t]$$

$$\widehat{a_{KM}} = \theta_{LM}\sigma_M[\hat{w} - \hat{r}]$$

$$\widehat{a_{KF}} = \theta_{LF}\sigma_F[\hat{w} - \hat{r} + t]$$

Setzt man dies in (3’) und (4’’) ein, so erhält man

$$\hat{L} = \lambda_{LM}\hat{M} + \lambda_{LF}\hat{F} - \delta_L[\hat{w} - \hat{r}] - \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F t \tag{3''}$$

$$\hat{K} = \lambda_{KM}\hat{M} + \lambda_{KF}\hat{F} + \delta_K[\hat{w} - \hat{r}] + \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F t \tag{4'''}$$

Das differenzierte Gleichungssystem lautet somit:

$$\widehat{p_M} = \theta_{LM}\hat{w} + \theta_{KM}\hat{r}$$

$$\widehat{p_F} = \theta_{LF}\hat{w} + \theta_{KF}\hat{r} + \theta_{LF}t$$

$$\hat{L} = \lambda_{LM}\hat{M} + \lambda_{LF}\hat{F} - \delta_L[\hat{w} - \hat{r}] - \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F t$$

$$\hat{K} = \lambda_{KM}\hat{M} + \lambda_{KF}\hat{F} + \delta_K[\hat{w} - \hat{r}] + \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F t$$

d. Zeigen Sie welche Wirkungen die Steuereinführung auf:

- die Faktorpreise
- die Faktoreinsatzverhältnisse ($\widehat{a_{Kj}} - \widehat{a_{Lj}}$; $j = M, F$)
- die Produktionsmengen

hat.

Gehen Sie davon aus, dass der Sektor M arbeitsintensiv produziert.

35 Punkte

Bestimmung der Faktorpreisänderungen:

Die Preise für M und F sind durch den Weltmarkt fest vorgegeben.

Dadurch lassen sich die Gleichungen (1’) und (2’’) schreiben als (in Matrixform):

$$\begin{bmatrix} \theta_{LM} & \theta_{KM} \\ \theta_{LF} & \theta_{KF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{w} \\ \hat{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\theta_{LF} t \end{bmatrix}$$

Daraus folgt für $\hat{w}$ und $\hat{r}$

$$\hat{w} = \frac{\begin{vmatrix} 0 & \theta_{KM} \\ -\theta_{LF} t & \theta_{KF} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \theta_{LM} & \theta_{KM} \\ \theta_{LF} & \theta_{KF} \end{vmatrix}}$$

$$= \frac{\theta_{LF}\theta_{KM}}{|\theta|} t > 0 \qquad \text{mit } |\theta| = \theta_{LM} - \theta_{LF} = \theta_{KF} - \theta_{KM} > 0$$

Der Lohn steigt.

$$\hat{r} = \frac{\begin{vmatrix} \theta_{LM} & 0 \\ \theta_{LF} & -\theta_{LF} t \end{vmatrix}}{|\theta|}$$

$$= -\frac{\theta_{LM}\theta_{LF}}{|\theta|} t < 0$$

Der Zins sinkt.

Für die Faktoreinsatzverhältnisse ergeben sich folgende Wirkungen.

$$\widehat{\left(\frac{a_{KM}}{a_{LM}}\right)} = \widehat{a_{KM}} - \widehat{a_{LM}}$$
$$= \theta_{LM}\sigma_M(\hat{w}-\hat{r}) + \theta_{KM}\sigma_M(\hat{w}-\hat{r})$$
$$= \sigma_M(\hat{w}-\hat{r})$$
$$= \sigma_M \frac{\theta_{LF}}{|\theta|} t > 0$$

$$\widehat{\left(\frac{a_{KF}}{a_{LF}}\right)} = \widehat{a_{KF}} - \widehat{a_{LF}}$$
$$= \theta_{LF}\sigma_F(\hat{w}-\hat{r}+t) + \theta_{KF}\sigma_F(\hat{w}-\hat{r}+t)$$
$$= \sigma_F(\hat{w}-\hat{r}) + \sigma_F t$$
$$= \sigma_F \frac{\theta_{LM}}{|\theta|} t > 0$$

Die Kapitalintensität steigt sowohl in der M -Produktion, als auch in der F -Produktion.

Bestimmung der Produktionsmengenänderungen

Umformung der Gleichungen (3’’) und (4’’’), wobei berücksichtigt wird, dass Kapital und Arbeit einen fixen Gesamtbestand haben.

$$\lambda_{LM}\widehat{M} + \lambda_{LF}\widehat{F} = \delta_L[\hat{w}-\hat{r}] + \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F t$$
$$= \delta_L \frac{\theta_{LF}}{|\theta|} t + \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F t$$
$$= \frac{t}{|\theta|}[\lambda_{LM}\theta_{KM}\sigma_M\theta_{LF} + \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F\theta_{LF} + \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F\theta_{LM}$$
$$-\lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F\theta_{LF}]$$
$$= \frac{t}{|\theta|}[\lambda_{LM}\theta_{KM}\sigma_M\theta_{LF} + \lambda_{LF}\theta_{KF}\sigma_F\theta_{LM}]$$
$$= \frac{t}{|\theta|} A \qquad A > 0$$

$$
\begin{aligned}
\lambda_{KM}\widehat{M} + \lambda_{KF}\widehat{F} &= -\delta_K[\widehat{w} - \hat{r}] - \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F t \\
&= -\delta_K \frac{\theta_{LF}}{|\theta|} t - \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F t \\
&= -\frac{t}{|\theta|}[\lambda_{KM}\theta_{LM}\sigma_M\theta_{LF} + \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F\theta_{LF} + \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F\theta_{LM} \\
&\quad -\lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F\theta_{LF}] \\
&= -\frac{t}{|\theta|}[\lambda_{KM}\theta_{LM}\sigma_M\theta_{LF} + \lambda_{KF}\theta_{LF}\sigma_F\theta_{LM}] \\
&= -\frac{t}{|\theta|}B \qquad B > 0
\end{aligned}
$$

In Matrixform kann das neue Gleichungssystem geschrieben werden als

$$
\begin{bmatrix} \lambda_{LM} & \lambda_{LF} \\ \lambda_{KM} & \lambda_{KF} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \widehat{M} \\ \widehat{F} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \frac{t}{|\theta|}A \\ -\frac{t}{|\theta|}B \end{bmatrix}
$$

Für $\widehat{M}$ ergibt sich somit

$$
\begin{aligned}
\widehat{M} &= \frac{\begin{vmatrix} \frac{t}{|\theta|}A & \lambda_{LF} \\ -\frac{t}{|\theta|}B & \lambda_{KF} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \lambda_{LM} & \lambda_{LF} \\ \lambda_{KM} & \lambda_{KF} \end{vmatrix}} \\
&= \frac{\frac{t}{|\theta|}A\lambda_{KF} + \frac{t}{|\theta|}B\lambda_{LF}}{\lambda_{LM}\lambda_{KF} - \lambda_{KM}\lambda_{LF}} \\
&= \frac{t}{|\theta||\lambda|}[\lambda_{KF}A + \lambda_{LF}B] > 0
\end{aligned}
$$

mit $\lambda_{LM}\lambda_{KF} - \lambda_{KM}\lambda_{LF} = \lambda_{LM} - \lambda_{KM} = \lambda_{KF} - \lambda_{LF} = |\lambda| > 0$

Analog für $\widehat{F}$

$$\widehat{F} = \frac{\begin{vmatrix} \lambda_{LM} & \frac{t}{|\theta|}A \\ \lambda_{KM} & -\frac{t}{|\theta|}B \end{vmatrix}}{|\lambda|}$$

$$= \frac{-\frac{t}{|\theta|}B\lambda_{LM} - \frac{t}{|\theta|}A\lambda_{KM}}{|\lambda|}$$

$$= -\frac{t}{|\theta||\lambda|}[\lambda_{LM}B + \lambda_{KM}A] < 0$$

Die Produktion von M steigt, während die Produktion von F reduziert wird.

e. Interpretieren Sie das Ergebnis. 20 Punkte

Durch die Besteuerung des Faktors Arbeit in F muss derjenige Faktor, den F intensiv nutzt (hier: Kapital), billiger werden. Dies gewährleistet eine Konstanz der Stückkosten, welche über die fixen Weltmarktpreise vorgegeben sind. Aufgrund des geänderten Lohn-Zins-Verhältnisses wird in beiden Sektoren Arbeit durch Kapital substituiert.

Die steigende Kapitalintensität in beiden Sektoren ist mit den Vollbeschäftigungsbedingungen nur vereinbar, wenn die Produktion des kapitalintensiven Gutes (hier: F) sinkt und die Produktion des arbeitsintensiven Gutes (hier: M) steigt.