

Einsendearbeit zur Erlangung der Teilnahmeberechtigung an der Abschlussklausur zum

Kurs 00522 „Allokationstheorie“, KE2

Wintersemester 2010/11

Aufgabe 1

Gegeben sei eine Ökonomie mit zwei Individuen (1 und 2), zwei Konsumgütern (X und Y) und zwei Produktionsfaktoren (Arbeit A und Kapital K). Der Kapitalstock \bar{K} sei fest vorgegeben. Den Individuen steht jeweils ein Zeitkontingent \bar{T}_i , $i=1;2$ zur Verfügung, welches sie in Freizeit F_i und Arbeitsangebot A_i aufteilen. Das gesamte Arbeitsangebot A ist somit variabel.

Die Nutzenfunktion der Individuen sei $U_i = U_i(x_i, y_i, F_i)$, wobei positive aber abnehmende Grenznutzen für den Konsum der Güter, wie für die Freizeit angenommen werden.

Die Produktionsfunktionen seien $X = F(A_X, K_X)$ und $Y = G(A_Y, K_Y)$, wobei positive aber abnehmende Grenzproduktivitäten unterstellt werden.

I.

- a) Stellen Sie das Optimierungsproblem zur Ermittlung der Bedingungen für ein Paretooptimum auf. 10 Punkte
- b) Leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung ab. 20 Punkte
- c) Zeigen Sie, wie sich aus den Produktions- und Nutzenfunktionen Ausdrücke für die Grenzraten der (Güter- und Faktor-) Substitution herleiten lassen. 10 Punkte
- d) Zeigen Sie, dass für ein Paretooptimum die folgenden Bedingungen erfüllt sein müssen: 30 Punkte

i.
$$-\frac{dy_1}{dx_1}|_{F_1=\bar{F}_1} = -\frac{dy_2}{dx_2}|_{F_2=\bar{F}_2}, \quad -\frac{dy_1}{dF_1}|_{x_1=\bar{x}_1} = -\frac{dy_2}{dF_2}|_{x_2=\bar{x}_2},$$

$$-\frac{dx_1}{dF_1}|_{y_1=\bar{y}_1} = -\frac{dx_2}{dF_2}|_{y_2=\bar{y}_2}$$

ii.
$$-\frac{dA_X}{dK_X} = -\frac{dA_Y}{dK_Y}$$

$$\text{iii.} \quad -\frac{dy_i}{dx_i} \Big|_{F_i=\bar{F}_i} = -\frac{dY}{dX}, \quad -\frac{dy_i}{dF_i} \Big|_{x_i=\bar{x}_i} = \frac{\partial G}{\partial A_Y}, \quad -\frac{dx_i}{dF_i} \Big|_{y_i=\bar{y}_i} = \frac{\partial F}{\partial A_X}$$

30 Punkte

- II.** Nehmen Sie an die Regierung erwäge zur Generierung von Steuereinnahmen die Einführung einer Pauschalsteuer S oder die Einführung einer proportionalen Lohnsteuer t – es gilt dann $p_A^b = (1+t)p_A^n$ mit p_A^b als Bruttolohn und p_A^n als Nettolohn. Welche Steuer ist unter dem Gesichtspunkt der Allokationseffizienz zu wählen? Erläutern Sie dazu den Einfluss der Steuern auf die unter Aufgabe I.d) genannten Bedingungen. Gehen Sie davon aus, dass alle am Markt agierenden Unternehmen und Individuen Preisnehmer sind. Argumentieren Sie verbal.