

Einsendearbeit zur Erlangung der Teilnahmeberechtigung an der Abschlussklausur zum

Kurs 00522 „Allokationstheorie“, KE2

Wintersemester 2009/2010

Aufgabe 1

Gegeben sei eine Ökonomie mit zwei Gütern (X und Y), zwei Produktionsfaktoren (Arbeit A und Kapital K) und zwei Konsumenten (1 und 2). Die allgemeinen Produktions- und Nutzenfunktionen seien wie folgt spezifiziert:

$$X = F(A_X; K_X)$$

$$Y = G(A_Y; K_Y)$$

$$U_1 = U_1\left(x_1 + \frac{\bar{x}}{2}; y_1 + \frac{\bar{y}}{2}\right)$$

$$U_2 = U_2\left(x_2 + \frac{\bar{x}}{2}; y_2 + \frac{\bar{y}}{2}\right)$$

X und Y bezeichnen die Produktionsmengen und A_X, A_Y, K_X, K_Y die Faktoreinsätze. U_1 und U_2 sind die Nutzenfunktionen der Konsumenten. Zur Sicherstellung des Existenzminimums teilt der Staat die fixen Mengen \bar{x} und \bar{y} zu gleichen Teilen auf die Konsumenten auf. Nehmen Sie an, dass beide Konsumenten im Gleichgewicht von beiden Gütern mehr konsumieren, als ihnen vom Staat zugeteilt wird.

Die insgesamt zur Verfügung stehenden Mengen an Arbeit und Kapital seien fix und mit \bar{A} bzw. \bar{K} bezeichnet.

Die Produktions- und Nutzenfunktionen weisen positive aber abnehmende Grenzproduktivitäten, bzw. Grenznutzen auf.

I

- Stellen Sie den Lagrange-Ansatz zur Bestimmung der Optimalbedingungen auf. 11 Punkte
- Leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung ab. 15 Punkte
- Im Optimum gelten die folgenden drei Bedingungen:

(NICHT ZU ZEIGEN!)

i.
$$-\frac{dy_1}{dx_1} = -\frac{dy_2}{dx_2}$$

ii.
$$-\frac{dA_Y}{dK_Y} = -\frac{dA_X}{dK_X}$$

iii.
$$-\frac{dy_i}{dx_i} = -\frac{dY}{dX}; \quad i = 1, 2$$

24 Punkte

Interpretieren Sie die Bedingungen ökonomisch.

II

Zur Finanzierung der Transfers an die Konsumenten besteuert der Staat den Verbrauch der beiden Konsumgüter mit den unterschiedlichen Mehrwertsteuersätzen t_x und t_y (beides Wehrsteuern).

Es gilt: $t_x = \tau \cdot t_y$; $\tau > 1$

a. Überprüfen Sie rechnerisch, ob die unter I.c. genannten Bedingungen erfüllt sind. Gehen Sie davon aus, dass alle Akteure Mengenanpasser sind.

30 Punkte

5 Punkte

b. Wie ändert sich Ihre Antwort, wenn $\tau = 1$ gelten würde?

c. Stellen Sie die Situation für $\tau > 1$ grafisch dar. Die Bedingung ii. kann dabei vernachlässigt werden.

15 Punkte