Musterlösung zur Einsendearbeit zum Kurs 00692, KE 1, „Theorie der öffentlichen Konsumgüter“, Sommersemester 2010

a)

$$\max : u_i = x_i + f_i(y)$$

$$\text{udN.:}\ E_i = x_i + p_y^i \cdot y$$

$$(\overline{p}_x = 1)$$

bzw.

$$\max_y : E_i - p_y^i \cdot y + f_i(y)$$

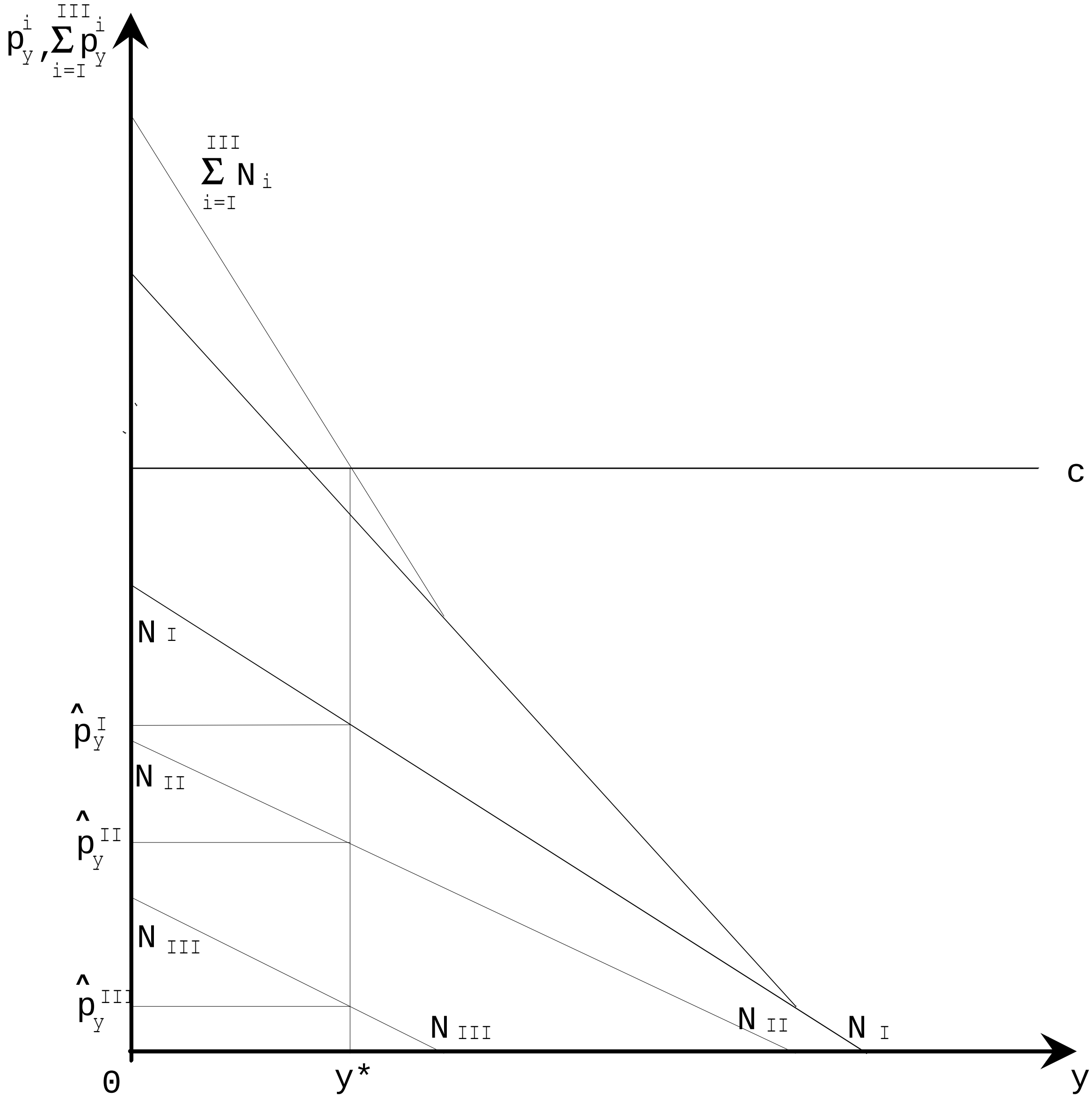
Nullsetzen der ersten Ableitung nach *y* ergibt:

$$p_y^i = f_i^{'} \cdot (y) \qquad i = 1,...,n.$$

Dies ist die - inverse - Nachfragefunktion des i-ten Konsumenten für das öffentliche Konsumgut.

16 Punkte

b)



Die effiziente Menge wird durch y^* angegeben. 5 Punkte

Begründung:

$$du_i = dx_i + f'_i(y)dy = 0$$

$\Leftrightarrow$

$$f'_i(y) = -\frac{dx_i}{dy_i}.$$

Aus der Transformationsfunktion erhält man:

$$dX = c \cdot dY$$

$$\Leftrightarrow$$

$$c = -\frac{dX}{dY}.$$

Setzt man in die angegebene Effizienzbedingung ein, so erhält man:

$$-\sum_{i=I}^{III} \frac{dx_i}{dy} = \sum_{i=I}^{III} f'_i(y) = c = -\frac{dX}{dY}.$$

5 Punkte

In y* gilt:

$$\sum_{i=I}^{III} f'_i(y) = c.$$

Dies ist eine Gleichung mit der einen Unbekannten y. Änderungen des Einkommens führen wegen der speziellen Nutzenfunktion allein zu Änderungen der Nachfrage nach dem öffentlichen Gut. 6 Punkte

c)

$\hat{p}_y^I, \hat{p}_y^{II}$ und $\hat{p}_y^{III}$ in der Abbildung aus b).

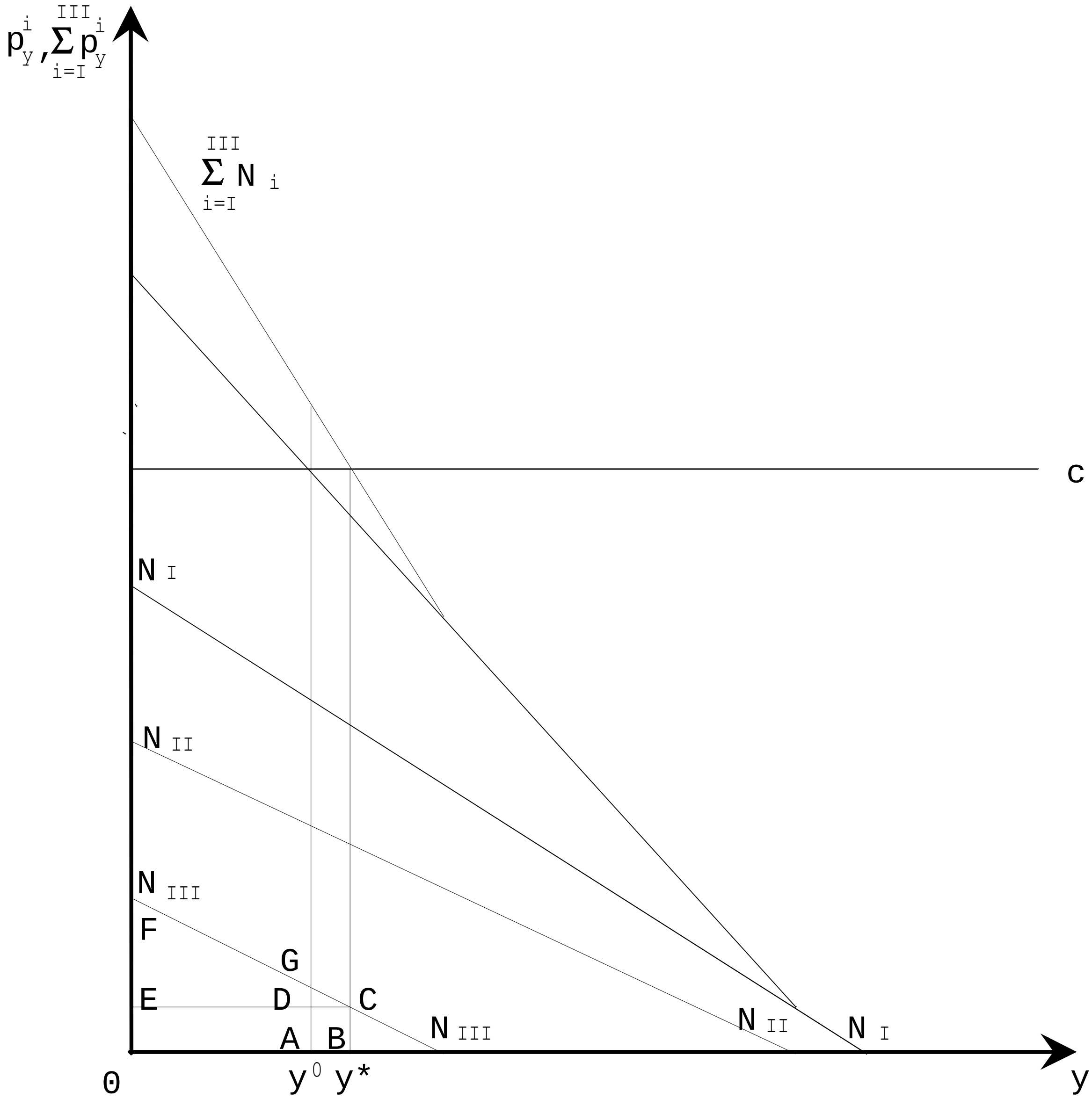
Die Lindahlpreise ergeben sich aus den individuellen - inversen - Nachfragefunktionen bei der Menge y^*:

$$\hat{p}_y^i = f'_i(y^*) \qquad i = 1,...,n.$$

Sie geben die marginalen Zahlungsbereitschaften der Konsumenten für y* an.

12 Punkte

d)



6 Punkte

Teilt er seine marginale Zahlungsbereitschaft korrekt mit, so wird - wenn auch alle anderen korrekt berichten - die Menge y* bereitgestellt, und er zahlt bei Erhebung von Lindahl-Preisen einen Betrag, der der Fläche des Vierecks OBCE entspricht. Seine Konsumentenrente wird in diesem Fall durch die Fläche des Dreiecks ECF angegeben. 6 Punkte

Gibt er vor, für alle Mengen des öffentlichen Gutes eine marginale Zahlungsbereitschaft von null zu haben, so wird - wenn alle anderen korrekt berichten - die Menge y^0 bereitgestellt. Er zahlt dann nichts und erzielt eine Konsumentenrente, die durch die Fläche des Vierecks OAGF angegeben wird. 6 Punkte

Der Vergleich der Flächen des Dreiecks DCG (Gewinn an Konsumentenrente) und des Rechtecks OADE (Verlust an Konsumentenrente) zeigt, dass es individuell rational ist, zu lügen. 8 Punkte

e)

Es wird die Menge y_{II} , die die Konsumentenrente des zweiten Konsumenten maximiert, bereitgestellt. 6 Punkte

Begründung:
Da die Konsumenten nach Nutzenmaximierung streben, wird jeder von ihnen diejenige Menge des öffentlichen Konsumgutes vorschlagen, die seine Konsumentenrente maximiert.
Konsument III wird dann die Menge $y_I = 0$ vorschlagen, da der von ihm zu tragende Stückkostenanteil (c/3) bei jeder Menge größer ist als seine marginale Zahlungsbereitschaft. Der Verlust an Konsumentenrente ist darüber hinaus bei y_{III} größer als y_{II} , so dass sich für den Konsumenten III die folgende Rangordnung ergibt:

$$y_I > y_{II} > y_{III} .$$ 6 Punkte

Konsument II maximiert bei y_{II} seine Konsumentenrente, da hier $p_y^{II} = f_{II}^{'}(y)$ gilt. Da er bei y_{III} eine positive Konsumentenrente erzielt (Argumentation mit Dreiecksflächen), diese bei y_I jedoch null ist, gilt für seine individuelle Rangordnung

$$y_{II} > y_{III} > y_I .$$ 6 Punkte

Analoge Überlegungen führen für den Konsumenten I zu folgender Rangordnung:

$$y_{III} > y_{II} > y_I .$$ 6 Punkte

Wird nun paarweise abgestimmt, so ergibt sich folgendes:

$$y_{III} : y_I = 2:1 \ \textit{Stimmen}$$
$$y_{II} : y_{III} = 2:1 \ \textit{Stimmen}$$
$$y_{II} : y_I = 2:1 \ \textit{Stimmen}$$

Die - *transitive* - gesellschaftliche Rangordnung lautet:

$$y_{II} > y_{III} > y_I .$$ 6 Punkte