Musterlösung zur Einsendearbeit zur Erlangung der Teilnahmeberechtigung an der Abschlussklausur zum

Modul 32511 „Steuern und ökonomische Anreize“

Kurs 00694 „Steuerwirkungslehre I“, KE2

Wintersemester 2009/10

Aufgabe 1

Nehmen Sie an, ein Projekt habe die Anschaffungskosten I_0 und die Auszahlungen x in allen folgenden Perioden bis $t = T$.

a.) Wie hoch müssen die Auszahlungen x mindestens sein, damit das Projekt bei einem Zinssatz i durchgeführt wird?

(Hinweis: Geometrische Reihe: $\sum_{t=0}^{n} q^t = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}; q \neq 1$*)*

20 Punkte

Bedingung: $K_0 = 0$

$$\Leftrightarrow -I_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{x}{(1+i)^t} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{t=0}^{T} \frac{x}{(1+i)^t} - \frac{x}{(1+i)^0} = I_0$$

$$\Leftrightarrow x\left[\sum_{t=0}^{T} \frac{1}{(1+i)^t} - 1\right] = I_0$$

$$\Leftrightarrow x\left[\frac{1-\frac{1}{(1+i)^{T+1}}}{1-\frac{1}{1+i}} - 1\right] = I_0$$

$$\Leftrightarrow I_0 = x\left[\frac{1-\frac{1}{(1+i)^{T+1}}}{\frac{1+i-1}{1+i}}-1\right]$$

$$= x\left[\frac{1-\frac{1}{(1+i)^{T+1}}}{i}(1+i)-1\right]$$

$$= x\left[\frac{1+i-\frac{1+i}{(1+i)^{T+1}}-i}{i}\right]$$

$$= x\left[\frac{1-\frac{1}{(1+i)^{T}}}{i}\right]$$

$$= x\left[\frac{(1+i)^T-1}{(1+i)^T i}\right]$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{I_0(1+i)^T i}{(1+i)^T-1}$$

$$= I_0\frac{i}{1-(1+i)^{-T}}$$

b.) Die Regierung plant eine Steuer s in Verbindung mit linearen Abschreibungen einzuführen. Wie hoch müssen die Rückflüsse unter diesen Bedingungen sein, damit es sich um ein marginales Projekt handelt?

30 Punkte

Lässt sich eine Aussage über die Investitionsneutralität treffen?

$$K_0^S = -I_0 + \sum_{t=1}^{T} \frac{x - s\left(x - \frac{I_0}{T}\right)}{\left(1 + i\left(1 - s\right)\right)^t} = 0$$

$$\Leftrightarrow I_o = \left[x\left(1-s\right) + \frac{sI_0}{T}\right]\left(\sum_{t=0}^{T} \frac{1}{\left(1+i^s\right)^t} - 1\right)$$

$$= \left[x\left(1-s\right) + \frac{sI_0}{T}\right]\underbrace{\left(\frac{1 - \frac{1}{\left(1+i^s\right)^{T+1}}}{1 - \frac{1}{(1+i^s)}} - 1\right)}$$

$$= \frac{1 - {}^{1}\!/\!{\left(1+i^s\right)^{T+1}}}{\frac{i^s}{\left(1+i^s\right)}} - 1$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{\left(1+i^s\right)^T}}{i^s}$$

$$\Leftrightarrow I_0 \frac{i^s}{1 - \left(1+i^s\right)^{-T}} = x\left(1-s\right) + \frac{sI_0}{T}$$

$$\Leftrightarrow x = I_0 \frac{i}{1 - \left(1+i^s\right)^{-T}} - \frac{s}{1-s}\frac{I_0}{T}$$

Da $i^s < i$, ist $1 - \left(1+i^s\right)^{-T} < 1 - \left(1+i\right)^{-T}$. Somit ist der erste Ausdruck der Lösung größer als im Falle ohne Steuer.

Es existiert nun aber noch der zweite Ausdruck, welcher sich aus den Abschreibungen ergibt. Dieser geht negativ in die Lösung ein. Investitionsneutralität herrscht nur, wenn die Veränderung des ersten Ausdrucks durch den zweiten kompensiert wird.

c.) Nehmen Sie an, das Projekt laufe über 10 Jahre bei Anschaffungskosten von 24,578 GE und Rückflüssen von 3,95 GE je Jahr. Der Zinssatz betrage 10% und der Steuersatz 50 %.

Überprüfen Sie, ob das Projekt

1. ohne Steuer
2. mit Steuer

20 Punkte durchgeführt wird.

1.

kritische Rückflüssemenge:

$$x = 24,578 \cdot \frac{0,1}{1-1,1^{-10}} = 4$$

keine Durchführung, da $x = 4 > 3,95 =$ Rückflüsse.

Alternativ: $K_0 = -24,578 + 3,95 \cdot \left[\frac{1-\frac{1}{1,1^{11}}}{1-\frac{1}{1,1}} - 1 \right] = -0,307$

2.

kritische Rückflussmenge:

$$x = 24,578 \cdot \frac{0,1}{1-1,05^{-10}} - \frac{0,5}{0,5} \cdot \frac{24,578}{10} = 3,908$$

Durchführung, da $x = 3,908 < 3,95$.

Alternativ: $K_0^S = -24,578 + \left[3,95 \cdot 0,5 + \frac{0,5 \cdot 24,578}{10} \right] \left[\frac{1-\frac{1}{1,05^{11}}}{1-\frac{1}{1,05}} - 1 \right]$

$$= -24,578 + 3,2039 \cdot 7,722$$

$$= 0,162$$

d.) Mit welcher Abschreibungsart würde die Gewinnsteuer investitionsneutral? Beschreiben Sie die Abschreibungen und ermitteln Sie die entsprechenden

10 Punkte Beträge für die Zeitpunkte $t = 1;\ t = 5;\ t = 10$ mit $x = 4$.

Ertragswertabschreibung.

Bei der Ertragswertabschreibung wird die Veränderung des Ertragswertes des Projektes von der Bemessungsgrundlage abgezogen. Unter dem Ertragswert versteht man den Barwert aller in zukünftigen Perioden anfallenden Einzahlungen des Projektes.

$t=1$:

$$\left.\begin{aligned} M_0 &= \sum_{t=1}^{10} \frac{4}{1{,}1^t} \\ &= 24{,}578 \\ M_1 &= \sum_{t=1}^{9} \frac{4}{1{,}1^t} \\ &= 23{,}036 \end{aligned}\right\} \Rightarrow A_1 = -\Delta M_1 = -\left[M_1 - M_0\right] = 1{,}542$$

$$bzw.: \; A_1 = -\left[M_1 - M_0\right] = -\left[\sum_{c=1}^{9} \frac{4}{1{,}1^t} - \sum_{t=1}^{10} \frac{4}{1{,}1^t}\right]$$

$$= -\left[-\frac{4}{1{,}1^{10}}\right] = 1{,}542$$

$t=5$:

$$\left.\begin{aligned} M_4 &= \sum_{t=1}^{6} \frac{4}{1{,}1^t} \\ &= 17{,}421 \\ M_5 &= \sum_{t=1}^{5} \frac{4}{1{,}1^t} \\ &= 15{,}163 \end{aligned}\right\} \Rightarrow A_5 = \Delta M_5 = -\left[M_5 - M_4\right] = 2{,}258$$

$$\begin{aligned} bzw.: \; A_5 &= -\left[M_5 - M_4\right] \\ &= -\left[\sum_{t=1}^{5} \frac{4}{1{,}1^t} - \sum_{t=1}^{6} \frac{4}{1{,}1^t}\right] \\ &= \frac{4}{1{,}1^6} = 2.258 \end{aligned}$$

$t=10$:

$$\left.\begin{aligned} M_9 &= \frac{4}{1{,}1} = 3{,}636 \\ M_{10} &= 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow A_{10} = -\Delta M_{10} = 3{,}636$$

e.) Berechnen Sie den Kapitalwert des Projektes mit $x = 3{,}95$ bzw. $x = 4$ bei einer Cash-Flow-Steuer nach Brown $(b = 0{,}5)$. Was gilt in Bezug auf die Investitionsneutralität dieser Steuer?

20 Punkte

$x = 3{,}95$:

$$K_0^b = I_0(1-b) + \sum_{t=1}^{T} \frac{x(1-b)}{(1+i)^t}$$

$$= -24{,}578 \cdot 0{,}5 + 0{,}5 \cdot 3{,}95 \cdot \left[\frac{1-\frac{1}{1{,}1^{11}}}{1-\frac{1}{1{,}1}} - 1\right]$$

$$= 0{,}5 \cdot (-0{,}307)$$

$$= -0{,}1535$$

$x = 4$:

$$K_0^b = -0{,}5 \cdot 24{,}578 + 0{,}5 \cdot 4 \left[\frac{1-\frac{1}{1{,}1^{11}}}{1-\frac{1}{1{,}1}} - 1\right]$$

$$= 0$$

Eine Cash-Flow-Steuer nach Brown ist investitionsneutral, da der Staat die Rolle eines weiteren Teilhabers einnimmt.