

Univ.-Prof. Dr. Alfred Endres  
Akad. Oberrat Dr. Jörn Martiensen

# Modul 31041

## Theorie der Marktwirtschaft (Mikroökonomik)

Kurs 00049  
Kurseinheit 2:  
Theorie des Haushalts

### LESEPROBE

Fakultät für  
**Wirtschafts-  
wissenschaft**

Der Inhalt dieses Dokumentes darf ohne vorherige schriftliche Erlaubnis durch die FernUniversität in Hagen nicht (ganz oder teilweise) reproduziert, benutzt oder veröffentlicht werden. Das Copyright gilt für alle Formen der Speicherung und Reproduktion, in denen die vorliegenden Informationen eingeflossen sind, einschließlich und zwar ohne Begrenzung Magnetspeicher, Computerausdrucke und visuelle Anzeigen. Alle in diesem Dokument genannten Gebrauchsnamen, Handelsnamen und Warenbezeichnungen sind zumeist eingetragene Warenzeichen und urheberrechtlich geschützt. Warenzeichen, Patente oder Copyrights gelten gleich ohne ausdrückliche Nennung. In dieser Publikation enthaltene Informationen können ohne vorherige Ankündigung geändert werden.

## Inhaltsübersicht

Abbildungsverzeichnis	III
Kurseinheit 2: Theorie des Haushalts	1
2.1. Einführung	1
2.1.1 Arten von Entscheidungen	1
2.1.2 Gegenstände von Haushaltsentscheidungen	3
2.1.3 Überblick	5
2.1.4 Zusammenfassung	6
2.2. Autonome Entscheidungen unter Sicherheit	7
2.2.1 Rationalverhalten	7
2.2.2 Präferenzordnung	11
2.2.2.1 Axiome des Rationalverhaltens	14
2.2.2.2 Grafische Darstellung der Präferenzordnung	19
2.2.3 Nutzen und Nutzenfunktion	34
2.2.3.1 Der Begriff des Nutzens	34
2.2.3.2 Abbildung der Präferenzordnung durch eine Nutzenfunktion	36
2.2.4 Nutzenmaximierung	40
2.2.4.1 Die Budgetrestriktion	40
2.2.4.2 Grafische Analyse der Haushaltsentscheidung für den 2-Güter-Fall	44
2.2.4.3 Formale Analyse der Haushaltsentscheidung für den $n$ -Güter-Fall	48
2.2.5 Zusammenfassung	50
2.3. Autonome Entscheidungen unter Unsicherheit	51
2.3.1 Entscheidungen unter Risiko	51
2.3.1.1 Die Erwartungsnutzenfunktion	54
2.3.1.2 Die Maximierung des Erwartungsnutzens	69
2.3.2 Entscheidungen unter Ungewissheit	80
2.3.3 Zusammenfassung	82
2.4. Entscheidungen über die Güternachfrage	85
2.4.1 Komparative Statik der Konsumententscheidung	86
2.4.1.1 Einkommensänderungen	90
2.4.1.2 Preisänderungen	96
2.4.2 Nachfragekurven	105
2.4.3 Weitere Möglichkeiten zur Beschreibung des Nachfrageverhaltens: Ausgabenfunktion und indirekte Nutzenfunktion	110
2.4.4 Das Unmögliche möglich machen: Den Nutzen „messen“	116
2.4.5 Was tun, wenn die Nachfrageanalyse nicht zu eindeutigen Ergebnissen führt?	125
2.4.6 Alternative Nachfragetheorien	131
2.4.6.1 Die Theorie offenbarter Präferenzen (revealed preferences)	131
2.4.6.2 Konsum als Kombination von Attributen: Die Theorie von Lancaster	132
2.4.7 Zusammenfassung	136
2.5. Die Entscheidung über das Arbeitsangebot	140
2.5.1 Die Wahl zwischen Freizeit und Konsum: Das Grundmodell der Zeitallokation	140
2.5.2 Güterallokation und Zeitallokation simultan betrachtet	147

2.5.3	Die Entscheidung über die Arbeitsmarkteteiligung	150
2.5.4	Steuern, Transfers und Arbeitsangebot	152
2.5.5	Der Zeitpunkt des Ausscheidens aus dem Berufsleben	154
2.5.6	Zusammenfassung	156
<b>2.6.</b>	<b>Die Sparentscheidung</b>	<b>158</b>
<b>2.6.1</b>	<b>Der Einfluss der Sparentscheidung auf die Budgetrestriktion</b>	<b>158</b>
<b>2.6.2</b>	<b>Ersparnis und Kreditaufnahme simultan betrachtet</b>	<b>164</b>
<b>2.6.3</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>166</b>
2.7.	Die Anlageentscheidung	167
2.8.	Sonstige Entscheidungen	171
	<b>Lösungen zu den Übungsaufgaben</b>	<b>177</b>
	Index	215
	Autorenverzeichnis	219
	Literatur zu Kurseinheit 2	222

## 2.6. Die Sparentscheidung

Unter der Sparentscheidung verstehen wir die Entscheidung über die Aufteilung des Einkommens auf Konsum und Ersparnis oder anders ausgedrückt, auf Gegenwarts- und auf Zukunftskonsum. Weshalb sollte ein Konsument überhaupt sparen? Im Wesentlichen gibt es hierfür zwei Gründe: aus Vorsorge- und aus Ertragsgründen.

Vorsorgespahren

Er wird aus Vorsorgegründen sparen, wenn das Einkommen schwankt und ein gleichmäßiger Konsumstrom einen höheren Nutzen stiftet als ein schwankender. Falls der Grenznutzen des Einkommens (und damit des Konsums insgesamt) mit steigendem Einkommen sinkt, wie wir es bei der Analyse von Entscheidungen unter Unsicherheit für plausibel angesehen hatten, ist es vernünftig, den Konsumstrom im Zeitverlauf zu glätten.<sup>99</sup> Eine Möglichkeit hierzu bildet die Ersparnis. Eine Alternative ist die Kreditaufnahme. Ersparnis und Kreditaufnahme sind zwei Seiten der gleichen Medaille: Beim Sparen ist der Konsum in der ersten Periode niedriger als das Einkommen, in der zweiten höher. Bei der Kreditaufnahme ist die zeitliche Reihenfolge umgekehrt. Auf einem perfekt funktionierenden Kapitalmarkt macht es keinen Unterschied, ob man spart oder einen Kredit aufnimmt, der Zinssatz ist in beiden Fällen gleich. Arbeitet der Kapitalmarkt nicht perfekt, sind Soll- und Habenzinsen unterschiedlich, und neben dem Zinssatz spielen weitere Rationierungsinstrumente eine Rolle.

Ertragsspahren

Ertragschancen existieren, wenn zwei (oder mehrere) Akteure unterschiedliche Präferenzen bezüglich der zeitlichen Verteilung des Konsums besitzen. Beide können dann davon profitieren, wenn derjenige, der Gegenwartsgüter geringer schätzt, demjenigen, der sie höher schätzt, derartige Güter leiht, um sie später mit einem Aufschlag, dem Zins, zurückzubekommen. Wir wollen zunächst die reine Sparentscheidung analysieren und anschließend die Fragestellung verallgemeinern, so dass sie auch die Möglichkeit der Kreditaufnahme umfasst.

### 2.6.1 Der Einfluss der Sparentscheidung auf die Budgetrestriktion

Vereinfachende  
Annahmen

Wir hatten die Budgetrestriktion für den Zwei-Güter-Fall in der Form

$$(2.6-1) \quad B = P_1 X_1 + P_2 X_2$$

geschrieben und  $B$  als eine feste Größe betrachtet. Jetzt stellen wir uns vor,  $X_1$  sei ein Gütervektor, welchen der Konsument in Periode 1 nachfragt und  $X_2$  ein Gütervektor, welchen er in Periode 2 nachfragt.  $P_1$  und  $P_2$  seien die zugehörigen Preisvektoren.  $B$  sei weiterhin ein fester Geldbetrag, den der Konsument am Anfang der Periode 1 zur Verfügung habe und auf die beiden Perioden verteilt für Konsumgüterkäufe ausgeben wolle. Um uns die Schreibebeit etwas zu erleich-

<sup>99</sup> Ein ganz analoger Effekt tritt bei der Einkommensteuer auf. Wegen der Progression ist es sinnvoll, den Einkommensstrom im Zeitablauf so weit wie möglich zu glätten, um die Steuerbelastung so gering wie möglich zu halten.

tern, unterstellen wir, dass sich die Preise nicht ändern. Dann können wir auf die Indizierung der Preise verzichten und die Budgetbeschränkung in der Form  $B = X_1 + X_2$  schreiben. Die Variablen  $X_1$  und  $X_2$  bezeichnen jetzt Konsumausgaben in den beiden Perioden.

Falls der Konsument die Möglichkeit hat, jenen Teil seines Budgets, den er in Periode 1 nicht zum Kauf von Konsumgütern ausgibt, zu einem Zinssatz  $r$  anzulegen, besteht sein Budget für die zweite Periode aus folgenden zwei Komponenten:

Intertemporale  
Budgetgerade

- a) dem Teil seines Gesamtbudgets, welchen er nicht in Periode 1 für den Kauf von Gütern ausgegeben hat,  $(B - X_1)$
- b) den Zinseinnahmen auf die Ersparnis  $r(B - X_1)$ .

Das Budget für die zweite Periode lautet deshalb:

$$(2.6-2) \quad X_2 = (1+r)(B - X_1).$$

Die Steigung dieser intertemporalen Budgetgeraden beträgt

$$(2.6-3) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -(1+r).$$

Der Nutzen des Konsumenten hänge sowohl von seinem Konsum in Periode 1 als auch von dem Konsum in Periode 2 ab:

$$(2.6-4) \quad U = U(X_1, X_2).$$

Die Nutzenfunktion habe die in Kapitel 2.2 postulierten Eigenschaften, insbesondere besitze sie streng konvexe Indifferenzkurven. Betrachten wir hierzu Abbildung (A 2.6-1):

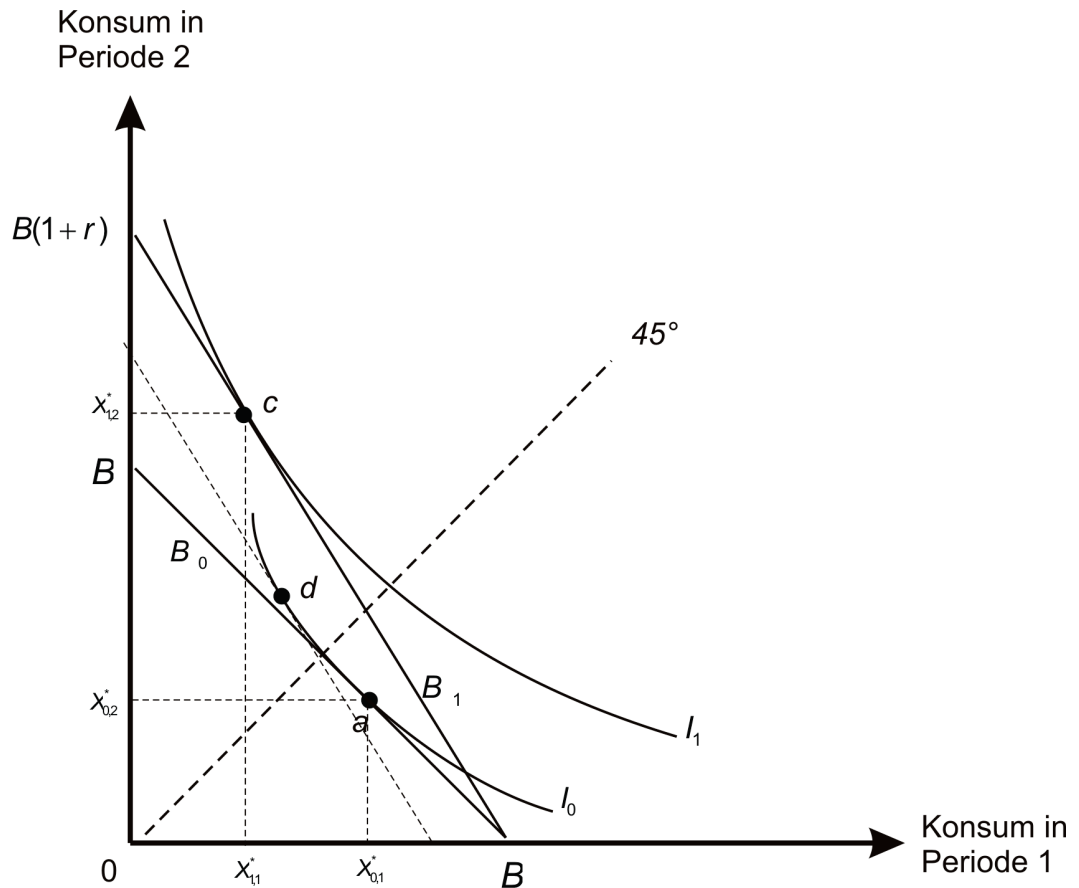


Abbildung (A 2.6-1): Die Zwei-Perioden-Budgetbeschränkung bei Ersparnisbildung

Optimale Aufteilung des Budgets

Bei einem Zinssatz von null werde die Budgetbeschränkung (2.6-2) durch die Gerade  $B_0$  bezeichnet. Die in den beiden Perioden maximal möglichen Gütermengen sind in diesem Fall gleich groß. Auf der 45°-Linie liegen alle Güterbündel, bei denen der Gegenwarts- und der Zukunftskonsum gleich hoch sind. Falls der Konsument bei einem Zinssatz von null den Gegenwartskonsum gegenüber dem Zukunftskonsum vorzieht, wird er einen Punkt auf der Budgetgeraden wählen, der unterhalb der 45°-Geraden liegt, z.B. den Konsumpunkt  $a$ . Widersprüche dies nicht aber unserer Annahme, dass der Konsument seinen Nutzen maximiert, wenn er seinen Konsumstrom glättet? Die Antwort ist nein. Die Annahme konvexer Indifferenzkurven, welche zu einer Glättung des Konsumstroms führt, steht nicht im Widerspruch zu der oft beobachteten Neigung von Konsumenten, zukünftige Bedürfnisse geringer zu schätzen als aktuelle. Der Konsument glättet seinen Konsumstrom unter Berücksichtigung einer *Minderschätzung zukünftiger Bedürfnisse*.

Gründe für Minder-schätzung

Weshalb sollte ein Konsument aber zukünftige Bedürfnisse bzw. deren Befriedigung geringer schätzen als gegenwärtige? Alle Menschen sind es gewohnt, zwischen Alternativen auszuwählen, die ein unterschiedliches zeitliches Profil der Bedürfnisbefriedigung versprechen. Ein Kind mag entscheiden (wenn man es lässt), ob es die Tüte Bonbons gleich aufisst oder etwas (es muss ja nicht gleich die Hälfte sein) für morgen übrig lässt. Ein Erwachsener mag entscheiden, ob er

einen bestimmten Geldbetrag heute in Konsumgüter umsetzt, oder spart und erst zu einem späteren Zeitpunkt ausgibt. Wir beobachten dabei, dass es für das menschliche Verhalten recht typisch ist, dass die künftige Bedürfnisbefriedigung geringer eingeschätzt wird als die gegenwärtige. Dies mag an der mangelnden Fähigkeit des Menschen liegen, sich vorzustellen, dass die Zukunft sozusagen die Gegenwart von morgen ist, wie der berühmte Nationalökonom A.C. PIGOU (1920) meinte.<sup>100</sup>

Ein weiterer Grund für die Minderschätzung zukünftiger Bedürfnisse kann darin liegen, dass der Entscheidungsträger unsicher ist, ob er in Zukunft (z.B. wegen Krankheit) den Konsum überhaupt noch ebenso werde genießen können wie jetzt. Realistisch betrachtet, ist er noch nicht einmal sicher, ob er den Zeitpunkt des zukünftigen Konsums überhaupt erleben wird. Rationale Entscheidungsträger berücksichtigen Derartiges bei ihren Entscheidungen.<sup>101</sup> Darauf hat schon E. v. BÖHM-BAWERK (1881) in seiner Zinstheorie hingewiesen. BÖHM-BAWERK, PIGOU und andere frühe Ökonomen betrachteten die Neigung zur Diskontierung zukünftiger Bedürfnisse zwar als eine Art bedauerlicher Charakterschwäche des Menschen, nahmen sie aber gleichwohl als gegeben hin. Dagegen sieht L. v. MISES (1940) die Diskontierung als moralisch neutrales Element menschlicher Präferenzen an, das nach dem Axiom der Konsumentensouveränität „unkommentiert“ zur Kenntnis genommen werden muss, statt negativ gewertet zu werden.

### Übungsaufgabe 82

Ein junges Ehepaar nimmt einen hohen Kredit auf, um den Kauf eines Einfamilienhauses zu finanzieren, welches es selbst bewohnen will.

Handelt es sich hierbei um eine Sparentscheidung?

Falls es sich um eine Sparentscheidung handeln würde, stünde dann das Vorsorge- oder das Ertragsmotiv im Vordergrund?

Falls der Konsument ein Konsumgüterbündel, welches er heute erhält, höher schätzt als das gleiche Bündel, wenn er dieses erst morgen erhält, muss er für die Nutzendifferenz kompensiert werden, damit er zwischen den beiden Bündeln indifferent ist. Die Minderschätzung des zukünftigen Bedürfnisses messen wir

Subjektiver  
Zeitdiskontfaktor

<sup>100</sup> PIGOU sprach von der mangelnden „teleskopischen“ Fähigkeit des Menschen.

<sup>101</sup> Dazu Alice Hoffman, *Wolfsnacht*, 1994: *Am letzten Sonntag des Monats vergaß sie, ihrem Großvater einen Apfelkuchen zu bringen, und Old Dick war untröstlich. „Ich hatte keine Zeit, den Belag zu machen“, sagte Robin zu ihm. „Im ganzen Supermarkt gab es keine Mrs.-Smith-Äpfel mehr“. „Blödsinn“, bellte er sie an. Er sah noch immer beeindruckend aus, selbst im Bett unter einer karierten Wolldecke. „Ich will meine Kuchen“, beharrte er ... „Nächstes Mal bringe ich dir zwei Kuchen“, erbot sich Robin. „Das ist kein gutes Geschäft für mich“, sagte ihr Großvater. „Ich könnte tot sein.“*



durch die Grenzrate der Substitution der zukünftigen Konsumausgaben  $X_2$  durch die gegenwärtigen  $X_1$ .

$$(2.6-5) \quad dU = U_1(X_1, X_2)dX_1 + U_2(X_1, X_2)dX_2 = 0,$$

$$(2.6-6) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -\frac{U_1(X_1, X_2)}{U_2(X_1, X_2)} = -(1 + z(X_1, X_2)).$$

Die Grenzrate der Substitution  $-(1 + z(X_1, X_2))$  gibt an, auf welchen Betrag an zukünftigen Konsumausgaben der Konsument zu verzichten bereit ist, wenn er dafür seine Ausgaben in der laufenden Periode um eine Einheit erhöhen kann. Wir können sie als einen *subjektiven* Zeitdiskontfaktor (kurz: Zeitpräferenzfaktor) interpretieren, welcher die Minderschätzung zukünftiger Bedürfnisse beschreibt.

Objektiver  
Zeitdiskontfaktor

Auf dem Markt werden Zukunftskonsum und Gegenwartskonsum im Verhältnis  $1 + r$  getauscht:

$$(2.6-7) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -(1 + r).$$

$1 + r$  ist der Zinsfaktor. Der Konsument trifft seine intertemporale Allokationsentscheidung optimal, wenn er sein Budget so auf Gegenwarts- und Zukunftskonsum verteilt, dass seine individuelle Grenzrate der Substitution mit dem am Markt herrschenden Austauschverhältnis übereinstimmt, wenn also gilt:

$$(2.6-8) \quad r = z.$$

*Marktzins und individuelle Zeitdiskontrate müssen übereinstimmen.*

Realitätsnähe der Kon-  
vexitätsannahme

Durch die *Annahme der Konvexität* der Indifferenzkurven haben wir die Möglichkeit ausgeschlossen, dass Konsumenten „einseitige“ Bündel vorziehen. In Bezug auf die Entscheidung zwischen Güterbündeln, die in der gleichen Periode konsumiert werden, oder in Bezug auf die Kombination von Einkommen und Freizeit wird es in der Realität allerdings vorkommen, dass sich ein Konsument unter bestimmten Bedingungen für ein einseitiges Güterbündel entscheidet oder dafür, keine Arbeit anzubieten. Er wird aber kaum die Entscheidung treffen, in einer Periode nicht zu konsumieren, jedenfalls dann nicht, wenn diese Periode lang genug ist, um ohne Konsum zu verhungern. In Fall der intertemporalen Allokationsentscheidung ist die *Konvexitätsannahme* deshalb noch realitätsnäher als im Falle der statischen, d.h. auf eine einzige Periode bezogenen, Entscheidungen.

Änderung des  
Zinssatzes

Steigt der Zinssatz, so dreht sich die Budgetgerade im Uhrzeigersinn um den Schnittpunkt mit der Abszisse. Bei einem Zinssatz  $r > 0$  liegt der in Periode 2 jetzt maximal mögliche Konsum bei  $B(1 + r)$ . Unter dieser Bedingung schränkt der Konsument seinen Gegenwartskonsum zugunsten des Zukunftskonsums ein und wählt den Konsumpunkt  $c$ . Auch im Fall der Wahl eines optimalen Konsumgüterbündels für zwei Perioden, d.h. im Fall einer intertemporalen Nutzenmaximierung, kann man den Preiseffekt – hier den Effekt einer Änderung des Zins-

satzes – in einen Einkommens- und in einen Substitutionseffekt zerlegen. Der Substitutionseffekt entspricht der Bewegung von  $a$  nach  $d$ , der Einkommenseffekt der Bewegung von  $d$  nach  $c$ . So wie die Indifferenzkurven hier eingezeichnet sind, führt der Zinsanstieg zu einer Einschränkung des Konsums in der ersten Periode zu Gunsten eines erhöhten Konsums in der zweiten Periode. Hier überwiegt also der Substitutionseffekt den Einkommenseffekt. Dies muss aber nicht so sein. Es ist durchaus möglich, dass der Einkommenseffekt den Substitutionseffekt überwiegt und die Zinssatzsteigerung zu einem Rückgang der Ersparnis ( $S = B - X_1$ ) führt.

Auf die gleiche Weise wie bei der Ableitung der Güternachfrage- oder der Arbeitsangebotsfunktion können wir jetzt die Kurve der Ersparnisangebotsfunktion oder kurz: der Sparfunktion ableiten. In Abbildung (A 2.6-2) sind drei mögliche Verläufe einer Sparkurve eingezeichnet.

Sparfunktion

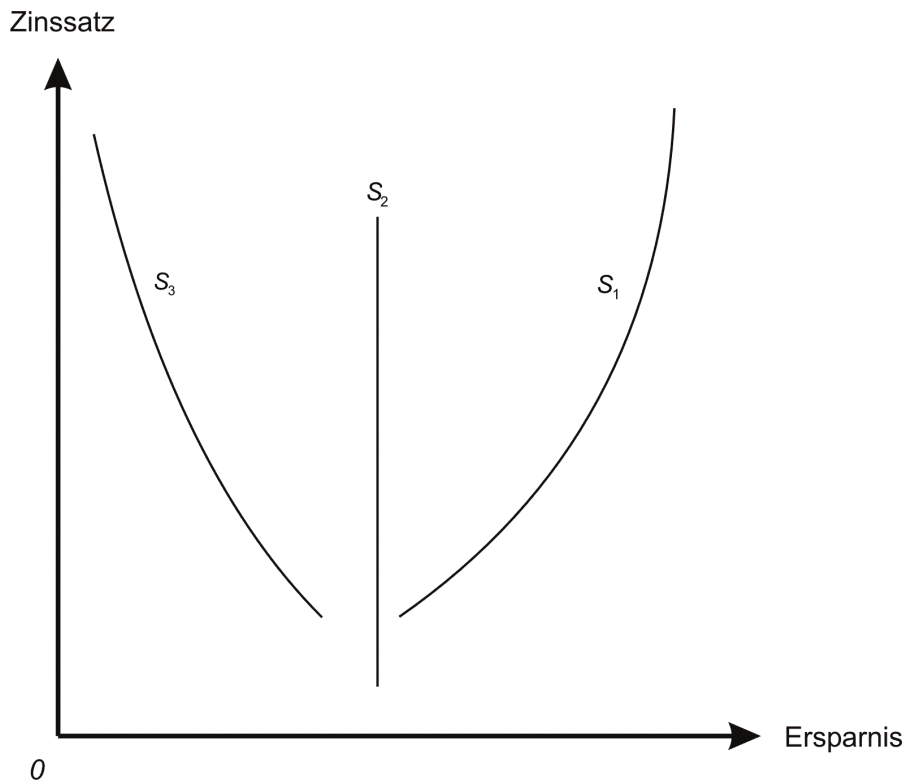


Abbildung (A 2.6-2): Alternative Verläufe der Sparkurven

Im Fall von  $S_1$  steigt die Ersparnis mit steigendem Zinssatz. Der Substitutionseffekt ist stärker als der Einkommenseffekt. Im Fall der Kurve  $S_2$  gleichen sich Substitutions- und Einkommenseffekt genau aus. Es sieht so aus, als hätte der Zinssatz keinen Einfluss auf die Höhe der Ersparnis. Im Fall der Kurve  $S_3$  führt der Anstieg des Zinssatzes zu einem Rückgang der Ersparnis. Der Einkommenseffekt überwiegt den Substitutionseffekt.

### Übungsaufgabe 83

Ein Haushalt plane seinen Konsum für zwei Perioden. In Periode 1 beziehe er ein Einkommen in Höhe von  $Y_1$ , in Periode 2 eins von  $Y_2$ . Auf dem vollkommenen Kapitalmarkt herrsche ein Zins in Höhe von  $r$ . Die Güternachfrage des Haushalts in Periode 1 betrage  $X_1$  zum Preis  $P_1$ , in Periode 2  $X_2$  zum Preis  $P_2$ . Seine intertemporalen Präferenzen seien durch die Nutzenfunktion  $U = X_1^\alpha X_2^\beta$ ,  $\alpha, \beta > 0$  beschrieben.

Wie wird der Haushalt seine optimale intertemporale Aufteilung des Konsums ändern, wenn der Zinssatz steigt, d.h. welche Vorzeichen besitzen die partiellen Ableitungen  $\frac{\partial X_1^*}{\partial r}$  und  $\frac{\partial X_2^*}{\partial r}$ ?

#### 2.6.2 Ersparnis und Kreditaufnahme simultan betrachtet

Positive und negative Ersparnis

Wir unterstellen jetzt, dass der Konsument die Möglichkeit habe, zu dem gleichen Zinssatz, zu dem er seine Ersparnis anlegen kann, auch einen Kredit aufzunehmen. Die Möglichkeiten zur Kreditaufnahme sollen auch nicht durch sonstige Anforderungen wie Sicherheiten oder Bonität beschränkt sein. Wenn diese Bedingungen erfüllt sind, sprechen wir von einem vollkommenen Kapitalmarkt. Der Konsument verfüge in Periode 1 über ein Budget in Höhe von  $B_1$ , in Periode 2 über eins in Höhe von  $B_2$ . Die Güterpreise sollen in beiden Perioden gleich sein, so dass wir sie nicht zu berücksichtigen brauchen. Bezeichnen wir die Ersparnis, welche jetzt positiv oder negativ sein kann, mit  $S$ , so können wir die Budgetbeschränkung für Periode 1 schreiben als:

$$(2.6-9) \quad 0 \leq X_1 = B_1 - S.$$

Die Ersparnis in Periode 1 kann also nicht größer sein als das gesamte für diese Periode zur Verfügung stehende Budget. Für Periode 2 lautet die Budgetrestriktion:

$$(2.6-10) \quad 0 \leq X_2 = B_2 + (1+r)S.$$

$S$  ist positiv, falls in Periode 1 gespart worden ist und negativ, falls in Periode 1 ein Kredit aufgenommen worden ist. Löst man die beiden Gleichungen nach  $S$  auf und addiert sie, ergibt sich die Budgetrestriktion für beide Perioden zu:

$$(2.6-11) \quad X_1 + \frac{X_2}{(1+r)} = B_1 + \frac{B_2}{(1+r)} = V. \text{ }^{102}$$

Intertemporale Budgetrestriktion

$V$  ist der Barwert der in den beiden Perioden zur Verfügung stehenden Budgetsumme. Durch Sparen oder Kreditaufnahme kann der Konsum in den beiden Peri-

<sup>102</sup>  $X_2 = B_2 + (1+r)(B_1 - X_1) \rightarrow X_1 + \frac{X_2}{(1+r)} = B_1 + \frac{B_2}{(1+r)} = V.$

den von den Budgets der beiden Perioden getrennt werden, die gemeinsame Budgetrestriktion, wie sie durch (2.6-12) ausgedrückt wird, muss aber beachtet werden. Die Steigung der Budgetgeraden ist, wie im vorher betrachteten Fall der Ersparnis,

$$(2.6-12) \quad \frac{dX_2}{dX_1} = -(1+r).$$

Die Achsenabschnitte haben sich jedoch geändert. Sie betragen jetzt  $V$  auf der Abszisse und  $(1+r)V$  auf der Ordinate. In Abbildung (A 2.6-3) ist die Budgetgerade als  $V$  bezeichnet.

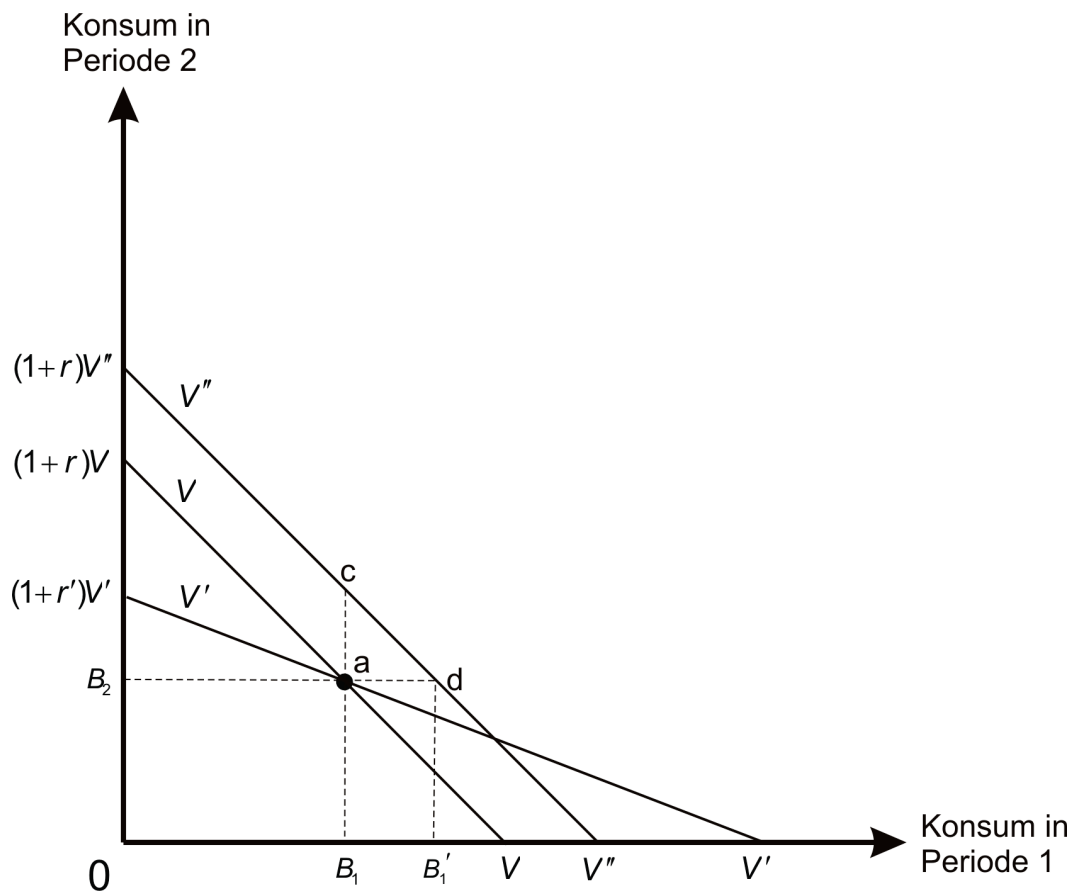


Abbildung (A 2.6-3): Die Zweiperioden-Budgetbeschränkung für Ersparnis und Kreditaufnahme

In Periode 1 steht ein Einkommen in Höhe von  $B_1$ , in Periode 2 eins von  $B_2$  zur Verfügung. Das Konsumbudget für Periode 1 kann durch Kreditaufnahme bis zu einem Betrag  $V$  erhöht werden. Das Konsumbudget für Periode 2 wäre in diesem Fall allerdings null, da das Budget der Periode 2 zur Tilgung des Kredites benötigt würde. Umgekehrt kann das Budget für Periode 2 maximal auf den Betrag  $(1+r)V$  erhöht werden, wenn das gesamte Einkommen der Periode 1 gespart und zum Zinssatz  $r$  angelegt wird. Die Budgetgerade läuft durch den Punkt  $a$ , der die Koordinaten  $B_1, B_2$  hat. Mit anderen Worten: Auch jene Aufteilung des Konsums, wie sie ohne Ersparnis und ohne Kreditaufnahme erfolgen würde, ist möglich.

Grafische Lösung

Änderung des  
Zinssatzes

Eine Senkung des Zinssatzes von  $r$  auf  $r'$  führt zu einer Linksdrehung der Budgetgeraden um den Punkt  $a$ . Die neue Budgetgerade muss weiterhin durch die Anfangsausstattung laufen, da diese sich nicht verändert hat. Die Kreditaufnahme ist jetzt allerdings billiger, so dass in Periode 1 ein größeres Budget zur Verfügung steht. Umgekehrt ist das maximale Budget in Periode 2 geringer, da die Zinserträge aus einer Ersparnisbildung in Periode 1 niedriger sind.

Änderung des Einkommens

Eine Erhöhung des Einkommens in Periode 1 *oder* in Periode 2 führt zu einer Parallelverschiebung der Budgetgeraden, da der Zinssatz konstant bleibt. Falls es in Periode 1 zu der Erhöhung kommt, z.B. von  $B_1$  auf  $B'_1$ , repräsentiert Punkt  $d$  die Anfangsausstattung, falls es in Periode 2 zu der Erhöhung kommt, repräsentiert Punkt  $c$  die Anfangsausstattung. Eine Budgeterhöhung um den Betrag  $d$  minus  $a$  in Periode 1 ändert die Konsummöglichkeiten also in gleicher Weise wie eine Budgeterhöhung um den Betrag  $c$  minus  $a$  in Periode 2.

### Übungsaufgabe 84

Wie hoch müsste der Zinssatz in Übungsaufgabe 83 sein, damit der Haushalt eine Ersparnis von null wählen würde?

### 2.6.3 Zusammenfassung

Die beiden wichtigsten Sparmotive sind die Glättung des Konsumstroms bei Schwankungen des Einkommensstroms (Vorsorgemotiv) und die Erzielung von Kapitaleinkünften (Ertragsmotiv). Der Haushalt entscheidet, welchen Teil seines Periodeneinkommens er für den gegenwärtigen Konsum und welchen Teil er für den zukünftigen Konsum verwenden will. Wir haben das Entscheidungsproblem im Rahmen eines Zwei-Perioden-Modells untersucht. Der Nutzen des Haushalts hängt von dem Gegenwarts- und dem Zukunftskonsum ab. Die Ersparnis in Periode 1 führt zu Kapitalerträgen in Periode 2. Die intertemporale Budgetrestriktion unterscheidet sich von der statischen Budgetrestriktion dadurch, dass die Summe der Periodeneinkommen nicht gegeben ist, sondern von der Höhe der Ersparnis abhängig ist. Die Grenzrate der Substitution des Zukunftskonsums durch den Gegenwartskonsum ist dem Betrage nach gleich dem subjektiven Zeitdiskontfaktor. Dieser Faktor gibt an, wie stark der Haushalt den Gegenwartskonsum gegenüber dem Zukunftskonsum präferiert. Im Optimum stimmen (subjektiver) Zeitdiskontfaktor und (objektiver) Marktdiskontfaktor überein. Mit Hilfe einer komparativstatischen Analyse der Auswirkungen von Zinssatzänderungen auf die Sparscheidung lässt sich die Sparfunktion ermitteln. Sie beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Marktzinssatz und der optimalen Höhe der Ersparnis. Auch im Falle der Sparfunktion lässt sich wegen der gegenläufigen Wirkungen des Einkommens- und Substitutionseffekts von Zinssatzänderungen ohne zusätzliche Annahmen keine Aussage darüber machen, ob sie einen fallenden oder einen steigenden Verlauf besitzt. Das Modell lässt sich auch auf Entscheidungen über die Kreditaufnahme anwenden, wenn man einen vollständigen Kapitalmarkt unterstellt und Kreditaufnahmen als negative Ersparnis definiert.

$$\beta = \frac{R_{\max} - R_{\min}}{\tau_{\max} - \tau_{\min}} \text{ sowie } \alpha = R_{\max} + \frac{R_{\max} - R_{\min}}{\tau_{\max} - \tau_{\min}} \tau_{\min}.$$

### Lösung zu Übungsaufgabe 81

Die Budgetrestriktion  $R = \alpha - \beta\tau$  stellt eine Linearisierung der eigentlichen, nicht-linearen Budgetrestriktion dar. Wenn der Beitragssatz steigt, muss mindestens einer der Rentenparameter  $\tau_{\max}, \tau_{\min}, R_{\max}, R_{\min}$  geändert werden. Die Auswirkungen derartiger Parameteränderungen könnten im Rahmen des Modells analysiert werden.

### Lösung zu Übungsaufgabe 82

Ob es sich um eine Sparentscheidung handelt oder nicht, hängt davon ab, ob die Entscheidung Einfluss auf die Höhe der Ersparnis hat. Falls der Gesamtkonsum (unter Einschluss des Mietwertes des erworbenen Hauses) steigt, geht die Ersparnis zurück (bzw. wird negativ). Falls der Gesamtkonsum sinkt, steigt die Ersparnis. Falls der Gesamtkonsum konstant bleibt, liegt keine zusätzliche Ersparnis vor. In allen drei Fällen kommt es zu einer Bilanzverlängerung: Auf der Aktivseite steigt die Position Sachvermögen, auf der Passivseite der Posten Verbindlichkeiten. Ob es gleichzeitig zu einer Änderung des Konsumgüterbündels kommt, hängt davon ab, ob der Mietwert des Hauses gleich der Miete für die bisherige Wohnung ist oder nicht.

Falls es zu einer positiven Ersparnis kommt, kann hierfür sowohl das Vorsorge als auch das Ertragsmotiv ausschlaggebend sein.

Das Vorsorgemotiv könnte eine Rolle spielen, wenn das Ehepaar davon ausgeht, dass es in Zukunft ein geringeres Einkommen beziehen wird. Dieser Gesichtspunkt könnte vor allem im Hinblick auf das Alterseinkommen eine Rolle spielen.

Das Ertragsmotiv könnte eine Rolle spielen, wenn das Ehepaar eine niedrigere (subjektive) Zeitdiskontrate besitzt als der (objektive) Marktzins beträgt. Dann schätzt der Markt zukünftige Erträge geringer ein, als dies das Ehepaar tut, und ein Tausch Gegenwartsgüter gegen Zukunftsgüter wird für beide Seiten vorteilhaft. Das Ehepaar gibt Gegenwartsgüter her (die Ersparnis) und erhält dafür Zukunftsgüter (Mietwert des Hauses).

Falls es zu einer negativen Ersparnis kommt, spielt das Vorsorgemotiv eine Rolle, falls für die Zukunft Einkommenssteigerungen erwartet werden, und das Ertragsmotiv spielt eine Rolle, falls das Ehepaar Gegenwartsgüter im Vergleich zu Zukunftsgütern höher schätzt als der Markt.

**Lösung zu Übungsaufgabe 83**

In Periode 1 lautet die Budgetrestriktion:

$$B_1 = P_1 X_1 + S. \text{ In Periode 2 lautet sie:}$$

$$B_2 + (1+r)S = P_2 X_2.$$

Diese beiden Restriktionen lassen sich zusammenfassen zu

$$B_2 + (1+r)[B_1 - P_1 X_1] = P_2 X_2.$$

Die Lagrangefunktion lautet

$\Lambda = X_1^\alpha X_2^\beta + \lambda [B_2 + (1+r)B_1 - (1+r)P_1 X_1 - P_2 X_2]$ . Daraus ergeben sich die Bedingungen 1. Ordnung zu:

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_1} = \alpha \frac{U}{X_1} - \lambda(1+r)P_1 = 0$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial X_2} = \beta \frac{U}{X_2} - \lambda P_2 = 0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{\alpha}{\beta} \frac{X_2}{X_1} = (1+r) \frac{P_1}{P_2} \text{ oder}$$

$$X_2 = \frac{\beta}{\alpha} (1+r) \frac{P_1}{P_2} X_1.$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Budgetgleichung ein, ergibt sich:

$$B_2 + (1+r)B_1 - (1+r)P_1 X_1 = \frac{\beta}{\alpha} (1+r)P_1 X_1$$

$$B_2 + (1+r)B_1 = \left(\frac{\beta}{\alpha} + 1\right) (1+r)P_1 X_1 \text{ und damit}$$

$$X_1^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{B_2 + (1+r)B_1}{(1+r)P_1} \text{ und } X_2^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{B_2 + (1+r)B_1}{P_2}$$

mit

$$\frac{\partial X_1^*}{\partial r} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{-B_2 P_1}{[(1+r)P_1]^2} < 0 \text{ und } \frac{\partial X_2^*}{\partial r} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \frac{B_1}{P_2} > 0.$$

**Lösung zu Übungsaufgabe 84**

$$S = B_1 - P_1 X_1 = 0$$

$$B_1 = P_1 \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \frac{B_2 + (1+r)B_1}{(1+r)P_1}$$

$$\frac{\alpha + \beta}{\alpha} (1+r)B_1 = B_2 + (1+r)B_1$$

$$(1+r) \left[ \frac{\alpha + \beta}{\alpha} B_1 - B_1 \right] = B_2$$

$$(1+r) = \frac{B_2}{\left[ \frac{\alpha + \beta}{\alpha} - 1 \right] B_1}$$

$$(1+r) = \frac{\alpha B_2}{\beta B_1}$$

$$r = \frac{\alpha B_2}{\beta B_1} - 1.$$

### Lösung zu Übungsaufgabe 85

Eine Form der Diversifikation besteht darin, relativ stark in allgemeinverwertbares Humankapital und relativ wenig in tätigkeitsspezifisches Humankapital zu investieren. Spezifisches Wissen kann schnell an Wert verlieren, wenn die entsprechenden Fähigkeiten am Arbeitsmarkt nicht mehr gefragt sind. Generelles Wissen entwertet kaum, da es Voraussetzung für den Erwerb spezifischen Wissens ist. Da eine Bildungsinvestition im Allgemeinen sowohl in dem Erwerb generellen als auch dem Erwerb spezifischen Wissens besteht, nimmt die Humankapital-Diversifikation mit steigenden Bildungsinvestitionen zu. Mit anderen Worten: Je höher das Bildungsniveau, desto geringer ist das Ertragsrisiko des Humankapitals.

### Lösung zu Übungsaufgabe 86

Unter der Rentabilität einer Investition versteht man das Verhältnis von Ertrag zur Höhe des eingesetzten Kapitals. Wie wir wissen, bestehen Kosten und Erträge nicht nur aus monetären Größen, sondern sie umfassen z.B. auch solche monetarisierbaren Nutzengrößen wie die persönlichen Neigungen bei Bildungsinvestitionen. Die Fähigkeiten beeinflussen die Investitionskosten. Je größer die Fähigkeiten sind, desto geringer sind ceteris paribus (d.h. bei gleichem Ausbildungsziel) die Investitionskosten. Neigungen und Fähigkeiten lassen sich im ökonomischen Rationalitätskalkül also durchaus berücksichtigen. Wegen der großen Unsicherheit und der dadurch bedingten hohen Entscheidungskosten, die mit Bildungsinvestitionen verbunden sind, kann es allerdings vernünftig sein, der Entscheidung eine lexikografische Präferenzordnung an Stelle einer stetigen Präferenzordnung zu Grunde zu legen. Dann kann es durchaus im Einklang mit den Rationalitätsaxiomen der Ökonomik stehen, wenn das Ausbildungsziel zunächst unter dem Gesichtspunkt der Neigung und Fähigkeit und erst in zweiter Linie unter dem Gesichtspunkt der Rentabilität ausgewählt wird.