

AUFGABEN

Klausur: **Modul 31811**
 Planen mit mathematischen Modellen

Termin: **19.09.2016**

Prüfer: **Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine**

Aufgabe 1

20 Punkte

Der Elektronikkonzern „LEDTron“ plant die Einführung einer neuen Generation von Fernsehgeräten. Ein Teilprojekt dazu ist die Präsentation der neuen Serie auf der weltgrößten Elektronikmesse „CES“. Sie als Projektspezialist werden mit der Projektplanung beauftragt. Erstellen Sie mittels der Aufstellung auf dem Lösungsbogen (Seite 1) einen Projektplan. Bestimmen Sie FAZ, FEZ, SAZ sowie GP und FP. Die verwendete Notation entspricht der in Ihren Kursmaterialien. Beurteilen Sie, ob der Projektplan voraussichtlich einzuhalten ist.



Aufgabe 2	30 Punkte
------------------	------------------

Das Unternehmen „LEDTron“ möchte nun die neue Generation von Fernsehgeräten in unterschiedlichen Größen auf den Markt bringen – 32, 40, 48 und 55 Zoll. Zunächst werden 30.000 vom Modell 1 (32 Zoll), 70.000 vom Modell 2 (40 Zoll), 90.000 vom Modell 3 (48 Zoll) und 25.000 vom Modell 4 (55 Zoll) gebaut. Dazu sind aber auch noch die entsprechenden Verpackungseinheiten zu produzieren. Die Verpackungseinheiten werden dazu aus Wellpapprollen der Größe $200\text{cm} \times 70\text{m}$ ausgestanzt. Die entsprechenden Ausstanzmaße sind $90\text{cm} \times 120\text{cm}$ für Modell 1, $120\text{cm} \times 150\text{cm}$ für Modell 2, $150\text{cm} \times 180\text{cm}$ für Modell 3 und $180\text{cm} \times 200\text{cm}$ für Modell 4.

In der hier aufgeführten Technologiematrix sind die Stanzmuster i aufgeführt, die angeben, wie viele Kartons des Typs j aus einer Wellpapprolle gestanzt werden können und welcher Rest in cm^2 dabei entsteht.

Stanzmuster i \br/> Kartontyp j	1	2	3	4	5	6
Modell 1	101	0	54	0	11	0
Modell 2	3	27	10	15	0	0
Modell 3	3	25	5	10	0	1
Modell 4	1	0	10	20	35	38
Rest in cm^2	138.200	239.000	141.800	140.000	21.200	5.000

- a) Um welches typische Optimierungsproblem handelt es sich?

- b) Formulieren Sie ein ganzzahliges lineares Optimierungsmodell für die oben angegebenen Stückzahlen mit dem Ziel, die Anzahl der einzusetzenden Wellpapprollen zu minimieren. Dabei müssen mindestens so viele Kartons eines Modells produziert werden, sodass alle produzierten Fernseher verpackt werden können. Geben Sie dazu explizit (d.h. mit konkreten Zahlen) Zielfunktion und Restriktionen an, und erläutern Sie die Bedeutung der Variablen.

- c) Stellen Sie das Simplex-Ausgangstableau des relaxierten Problems der Teilaufgabe b) auf. Führen Sie zudem noch einen Schritt mittels Simplex-Algorithmus aus. Benutzen Sie dazu die auf Seite 3 des Lösungsbogens angegebenen Tableaus.

- d) Führen Sie ausgehend vom angegebenen Stand (Lösungsbogen Seite 4) einen Schritt mittels Simplex-Algorithmus aus! Verwenden Sie hier jedoch im Unterschied zum Algorithmus das grau hinterlegte Pivotelement!
- e) War die Wahl des Pivotelementes in Aufgabenteil d) sinnvoll? Begründen Sie die Antwort!
- f) Geben Sie ein weiteres beliebiges Stanzmuster und den entstehenden Verschnitt für eine Wellpapprolle an. Beachten Sie dabei: Die Wellpapprolle muss so ausgefüllt werden, dass kein weiteres Austanzmaß auf dieser Wellpapprolle mehr Platz findet.
- g) Angenommen, Sie hätten folgende Präferenzen hinsichtlich der 6 Stanzmuster:

Stanzmuster i	1	2	3	4	5	6
Präferenz	3	6	5	4	2	1

Wobei die angegebenen Präferenzen bedeuten, dass Sie das Muster mit Präferenz 1 dem Muster mit Präferenz 2 vorziehen usw. – entsprechend dem jeweiligen Verschnitt.

Wie lässt sich diese Struktur auf einfache Weise in das in b) formulierte Optimierungsproblem integrieren?



Aufgabe 3

30 Punkte

Das Elektronikunternehmen „LEDTron“ bezieht von vier Lagerhäusern Leuchtdioden, um diese in die neuentwickelte Generation von Fernsehgeräten zu verbauen. Die Verarbeitung findet an vier verschiedenen Standorten statt, die die Bedarfsmengen $b_j, j=1, \dots, 4$ aufweisen. Die Lagermengen $a_i, i=1, \dots, 4$ sowie die Bedarfsmengen jeweils in Tausend Stück sind bekannt:

Lagermengen			
a_1	a_2	a_3	a_4
220	440	910	580

Bedarfsmengen			
b_1	b_2	b_3	b_4
300	560	700	590

Die folgende Tabelle gibt die Transportkosten c_{ij} an, die bei einem Transport vom Lager A_i zum Standort B_j anfallen. Das Ziel ist die gesamtkostenminimale Bedarfserfüllung.

c_{ij}	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄
A ₁	21	35	44	25
A ₂	22	46	19	47
A ₃	52	29	39	22
A ₄	32	48	36	58

- Um welches typische Problem des Operation Research handelt es sich hier?
- Stellen Sie ein entsprechendes mathematisches Planungsmodell auf. Geben Sie dabei explizit (d.h. mit konkreten Zahlen) Zielfunktion und Restriktionen an, und erläutern Sie die Bedeutung der Variablen.
- Lösen Sie das Problem mit Hilfe der Vogel-Approximation und geben Sie die gefundene Lösung für die Transportkosten an. Benutzen Sie zur Lösung die vorgegebene Tabelle (Lösungsbogen Seite 6).



Aufgabe 4

20 Punkte

Um die stochastische Nachfrage nach Fernsehgeräten einzuschätzen, möchte der Konzern „LEDTron“ eine Simulation durchführen. Doch zuvor sollen Sie – als Spezialist(in) der Abteilung für quantitative Methoden – einen Kongruenzgenerator zur Erzeugung von gleichverteilten Pseudozufallszahlen empfehlen. Der Ihnen bekannte multiplikative Kongruenzgenerator nach Lehmer steht dazu nicht zur Auswahl, sondern zwei andere Möglichkeiten:

- Der gemischt lineare Kongruenzgenerator: $z_i = [(a \cdot z_{i-1}) + b] \bmod m$, mit $z_i, a, b, m \in \mathbb{N}$.
- Der Fibonacci-Generator: $z_i = [z_{i-1} + z_{i-2}] \bmod m$, mit $z_i, z_{i-1}, m \in \mathbb{N}$.

Bei beiden Generatoren verläuft die Normierung äquivalent zum multiplikativen Kongruenzgenerator; die normierten Zufallszahlen seien jeweils mit x_i bezeichnet.

- Erzeugen Sie 15 gleichverteilte normierte Zufallszahlen mit dem gemischt linearen Kongruenzgenerator bei Wahl der Parameter: $z_0=96, m=17, a=3547$ und $b=139$.
- Erzeugen Sie 15 gleichverteilte normierte Zufallszahlen mit dem Fibonacci-Generator bei Wahl der Parameter: $z_0=1, z_{-1}=2, m=17$.
- Vergleichen Sie die so erzeugten Zufallszahlen mit dem Ihnen aus dem Skript bekannten einfachen Test auf gleichverteilte Zufallszahlen. Welches Verfahren würden Sie nun vorziehen? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.
- Geben Sie die beiden Excel-Formeln zur Berechnung der arithmetischen Mittelwerte der normierten Zufallszahlen an.
- Wie lautet eine Formel für Zelle C6 und F6?

Hinweis: Benutzen Sie zur Lösung von Aufgabenteil a) und b) die im Lösungsbogen (Seite 7) vorgegebene Tabelle und runden Sie bis auf zwei Stellen nach dem Komma.



LÖSUNGSBÖGEN

Klausur: **Modul 31811**
Planen mit mathematischen Modellen

Termin: **19.09.2016**

Prüfer: **Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine**

Name, Vorname :
Matrikelnummer :

Aufgabe	1	2	3	4					Summe
maximale Punktzahl	20	30	30	20					100
erreichte Punktzahl									

Gesamtpunktzahl:

Note:

Datum:

Unterschriften
der Prüfer:

Hinweise für die Bearbeitung

- Füllen Sie zunächst das Deckblatt und den Kopf der Lösungsbögen aus.
- Trennen Sie von den Lösungsbögen keine Blätter ab; am Ende der Klausur müssen alle Lösungsbögen abgegeben werden.
- Die Lösungen müssen in dem vorgesehenen Raum auf den Lösungsbögen eingetragen werden. Falls der Platz nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Rückseite, und geben Sie einen deutlichen Hinweis hierauf.
- Bedenken Sie, dass vor allem der Lösungsweg einschließlich Ansatz und Zwischenschritten bewertet wird.
- Die Klausur umfasst 4 Aufgaben, die in 120 Minuten zu bearbeiten ist.
- Zu jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben; die Summe aller Punkte beträgt 100. Die Klausur ist auf jeden Fall bestanden, wenn 50 Punkte erreicht wurden.

- **Zugelassene Hilfsmittel für diese Klausur:**

Die Verwendung eines Taschenrechners ist – sofern überhaupt ein Taschenrechner als Hilfsmittel in einer Klausur zugelassen ist – dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der folgenden Modellreihen angehört:

- Casio fx86 oder Casio fx87 ,
- Texas Instruments TI 30 X II,
- Sharp EL 531.

Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert. Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellreihen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. **Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.**

Darüber hinaus sind ausschließlich die zum Modul gehörenden Kurseinheiten einschließlich der darin enthaltenen Lösungen zu den Übungsaufgaben zugelassen. Die Kurse dürfen Markierungen und textbezogene Anmerkungen enthalten.

- Lesen Sie den Aufgabentext gut durch und nun:

Viel Erfolg!

Lösung zu Aufgabe 1

Vorgang			Vorgänger		Zeitrechnung			Termine		Puffer	
Nr.	Name	Dauer	Nr.	EA	FAZ	FEZ	SAZ	FAZ+	SAZ-	GP	FP
1	Projektstart	0	-	-							
2	Presseliste erstellen	5	1	-							
3	Abstimmung Presseliste	7	1 2	- -3							
4	Einladungen versenden	1	2 3	+3 -							
5	Rücklauf prüfen	1	4	+1							
6	Bestuhlung & Bühne planen	11	4 5	+1 -2							
7	Messeplatz aussuchen und reservieren	5	6	-4							
8	Messebau organisieren	25	7 6	- +2							
9	Präsentation	0	8	-						0	NV

Lösung zu Aufgabe 2

Lösung zu Aufgabe 2 (Fortsetzung)

c)

Lösung zu Aufgabe 2 (Fortsetzung)

d)

r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	s_1	s_2	s_3	s_4	b
0,0000	0,0000	0,0455	0,0000	-0,1426	-0,1800	0,0084	0,0000	0,0400	0,0300	-4602,4752
1,0000	0,0000	0,5347	0,0000	0,1089	0,0000	-0,0099	0,0000	0,0000	0,0000	297,0297
0,0000	0,0000	0,4733	1,0000	1,7446	1,9000	0,0005	0,0000	0,0000	-0,0500	1235,1485
0,0000	1,0000	-0,0535	0,0000	-0,7109	-0,7200	0,0010	0,0000	-0,0400	0,0200	3070,2970
0,0000	0,0000	-2,7406	0,0000	7,3010	9,0600	0,0045	1,0000	-1,0800	-0,2100	32316,3366

Lösung zu Aufgabe 3

Lösung zu Aufgabe 3 (Fortsetzung)

c)

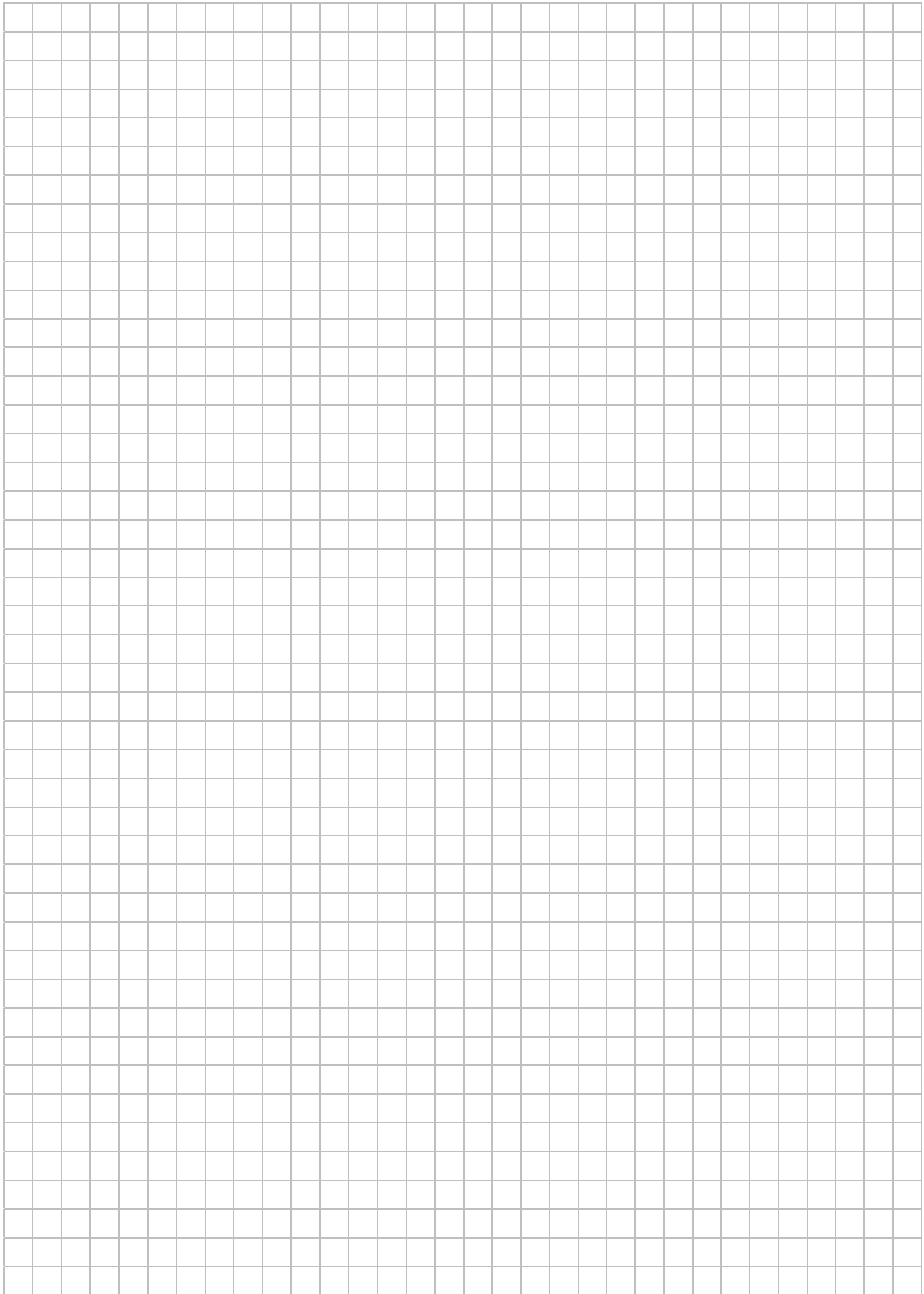
Lösung zu Aufgabe 4

a), b)

	A	C	F
1			
2			
3			
4		Fibonacci-Generator	gemischt linearer Kongruenzgenerator
5	i	x_i	x_i
6	1		
7	2		
8	3		
9	4		
10	5		
11	6		
12	7		
13	8		
14	9		
15	10		
16	11		
17	12		
18	13		
19	14		
20	15		

Lösung zu Aufgabe 4 (Fortsetzung)

Zusätzliche Seite 1; Bezug zu den Aufgaben bitte deutlich machen.



Zusätzliche Seite 2; Bezug zu den Aufgaben bitte deutlich machen.

