

AUFGABEN

Klausur:	Modul 31811 Planen mit mathematischen Modellen
Termin:	22.03.2017
Prüfer:	Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine

Aufgabe 1

50 Punkte

Ein Unternehmen produziert Bandstahlrollen – sog. Coils – an den Standorten Bochum (BO), Duisburg (DU) und Köln (K), um damit Werkzeughersteller in Soest (SO), Wuppertal (W) und Mönchengladbach (MG) zu beliefern. Die Transportkosten c_{ij} (in €) pro Tonne Stahl liegen im Durchschnitt bei 14 Cent pro gefahrenem Kilometer. Die Entfernungen e_{ij} (in Kilometern) von den Produktionsstandorten zu den Herstellern sind in folgender Tabelle zusammengefasst.

e_{ij}	SO	W	MG
BO	70	40	80
DU	125	60	55
K	130	50	70

Die Produktionskapazitäten (in Tonnen pro Monat) betragen:

$$\begin{aligned} \text{BO} &= 30.000 \\ \text{DU} &= 45.000 \\ \text{K} &= 50.000 \end{aligned}$$

Die Abnahmezahlen der Werkzeughersteller (in Tonnen pro Monat) sind:

$$\begin{aligned} \text{SO} &= 35.000 \\ \text{W} &= 40.000 \\ \text{MG} &= 35.000 \end{aligned}$$

- a) Ist das Berechnen der Einheitstransportkosten zum Lösen des hier vorliegenden Transportproblems notwendig? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.
- b)
 - i) Sie stellen auf den ersten Blick fest, dass die Produktionszahlen die Abnahmezahlen übersteigen.
 - ii) Der Hersteller in MG ist nicht bereit, Coils aus DU abzunehmen.Beschreiben Sie, wie diese zwei Restriktionen im Hinblick auf die Anwendung der Vogel-Approximation berücksichtigt werden können.
- c) Formulieren Sie unter Berücksichtigung von Teil b) das (vollständige) mathematische Modell mit Angebots- und Nachfragemengen sowie Kostensätzen. Geben Sie dabei explizit (d.h. mit konkreten Zahlen) Zielfunktion und Restriktionen an, und erläutern Sie die Bedeutung der Variablen.
- d) Lösen Sie nun mit der Vogel-Approximation das vorliegende Transportproblem. Kennzeichnen Sie im Verlauf des Verfahrens auch die Reihenfolge der realisierten Transporte. Nutzen Sie dazu das im Lösungsteil angegebene Schema. Wie lautet der sich ergebende Transportplan und wie hoch sind die tatsächlichen Transportkosten?

- e) Lösen Sie das Transportproblem mit dem Simplex-Algorithmus. Vollenden Sie dazu den im Lösungsbogen abgebildeten Stand des Simplex-Verfahrens. Berechnen Sie abschließend die minimalen Transportkosten, indem Sie den optimalen Zielfunktionswert mit dem $-0,14$ multiplizieren.
- f) Beschreiben Sie kurz das Problem eines Vergleichs der Transportkosten aus den Teilaufgaben d) und e).



Aufgabe 2

25 Punkte

Ein kleiner Werkzeughersteller überlegt, wie er seine Bestellpolitik hinsichtlich der im Produktionsprozess benötigten Bandstahlrollen (Coil) ausgestalten sollte, um die Nachfrage nach seinen neuen Handsägen möglichst gewinnmaximal zu bedienen. Aus einem Coil können 300 Handsägen hergestellt werden. Die wöchentliche Nachfrage nach fertigen Handsägen sei normalverteilt mit $\mu = 3.500$ und $\sigma = 1.000$ angenommen. Lagerkosten fallen nicht an. Es soll eine der folgenden Bestellstrategien realisiert werden:

- Strategie 1: Jede Woche werden 8 Coils bestellt.
- Strategie 2: Jede Woche werden 15 Coils bestellt.
- Strategie 3: Es werden immer so viele Coils bestellt, dass für die nächste Woche 3.600 Handsägen zum Verkauf angeboten werden können.

Der Einkaufspreis pro Coil beträgt 400 €

Nachgefragte Handsägen, die nicht aus dem Bestand bedient werden können, werden von der Konkurrenz geliefert. Der dadurch entstandene Schaden wird auf 3 € pro Handsäge geschätzt. Der Verkaufspreis liegt bei 6 € je Handsäge.

Es soll eine Simulation für 6 Wochen mit nachstehenden gleichverteilten Zufallszahlen (zeilenweise beginnend oben links) durchgeführt werden. Dabei wird davon ausgegangen, dass zu Beginn 10 Coils auf Lager liegen und die bestellte Ware erst am Ende der Woche geliefert wird. Beachten Sie zudem, dass nur ganzzahlige Coils bestellbar sind.

ZZ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Woche 1	0,66	0,23	0,08	0,21	0,61	0,62	0,49	0,23	0,99	0,34	0,35	0,10
Woche 2	0,91	0,76	0,31	0,21	0,70	0,47	0,39	0,49	0,13	0,73	0,52	0,02
Woche 3	0,72	0,65	0,63	0,68	0,97	0,05	0,65	0,58	0,89	0,64	0,10	0,27
Woche 4	0,32	0,82	0,63	0,15	0,90	0,31	0,76	0,42	0,67	0,33	0,49	0,21
Woche 5	0,32	0,66	0,59	0,56	0,38	0,00	0,96	0,51	0,79	0,35	0,53	0,46
Woche 6	0,80	0,06	0,95	0,16	0,07	0,88	0,07	0,15	0,69	0,63	0,68	0,34

Vervollständigen Sie die bereits begonnene Simulation im Lösungsbogen. Geben Sie an, mit welcher Einkaufsstrategie der Gewinn maximal wird.



Aufgabe 3

13 Punkte

Sie haben Ihre Bandstahlfabrik für einen Millionenbetrag verkauft und beabsichtigen nun, Ihr Vermögen in unterschiedliche Wertpapiere anzulegen. Der Anlageberater Ihrer Bank stellt Ihnen dazu drei Aktien A, B, C und eine Staatsanleihe D vor. Die erwartete Rendite von A liegt bei 7%, die von B bei 5%, die von C bei 3% und die von D bei nur 1%. Der Anlageberater erklärt Ihnen, dass die Rendite bei D aufgrund ihrer Risikolosigkeit so gering ausfällt. Bei Aktienanlagen ist dies natürlich nicht der Fall. So liegt die Standardabweichung von A bei 0,6 und von B sowie C bei 0,3. Sie teilen Ihrem Anlageberater mit, dass Sie bei der Anlage zum Ausgleich der Inflation eine Mindestrenditeerwartung von 2% haben und Ihr Risiko (Varianz des Portfolios) minimieren wollen.

Hinweis: Es handelt sich um Wertpapiere, deren Kovarianzen null sind, das heißt $\sigma_{ij} = 0$ für $i, j = 1, 2, 3, 4$ und $i \neq j$); dies gilt auch für die Standardabweichung der risikolosen Staatsanleihe.

Ihr Anlageberater löst das Optimierungsproblem mit dem Solver von Excel und verwendet folgendes Datenblatt.

	B	C	D	E	F
2	Kovarianzen	A	B	C	D
3	A	?	?	?	?
4	B	?	?	?	?
5	C	?	?	?	?
6	D	?	?	?	?
7	Rendite	?	?	?	?
8	Anteile	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
9					
10		Gesamtanteile:			0,00%
11		Erwartete Rendite:			0,00%
12		Varianz der Mischung:			0
13		Mindestrendite:			2,00%

Beantworten Sie hierzu folgende Fragen.

- a) Ergänzen Sie in der Tabelle im Lösungsteil die fehlenden Werte für die Kovarianzen σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) in den Zellen C3:F6 und die Renditen in den Zellen C7:F7.
- b) Geben Sie die Formeln zur Bestimmung der
 - Gesamtanteile (Zelle F10),
 - Erwartete Rendite (Zelle F11) und

- Varianz der Mischung (Zelle F12) an.
- c) Geben Sie für das zu lösende Optimierungsproblem die Formeln im Solver für
- Zielzelle,
 - Veränderbare Zellen und
 - Nebenbedingungen
- mit den Zellreferenzen an.



Aufgabe 4

12 Punkte

Vervollständigen Sie folgende Projektliste, indem Sie die fehlenden Werte der Spalten ‚Zeitrechnung‘ und ‚Puffer‘ berechnen. Hinweis: Die entsprechende Tabellenvorlage finden Sie ebenfalls im Lösungsbogen.

Vorgang		Vorgänger		Zeitrechnung			Puffer	
Nr.	Dauer	Nr.	WZ	FAZ	FEZ	SAZ	GP	FP
1	14	-	-					
2	12	1	-4					
3	8	1	-1					
4	24	2	+3					
		3	-5					
5	17	2	+5					
		4	-2					
6	26	3	+5					
		5	-3					
7	6	5	+2					
		6	-4					
8	0	7	0					NV

Projektplan

Legende

FAZ **F**rühste **A**nfangs**Z**eit des Vorgangs

FEZ **F**rühste **E**nd**Z**eit des Vorgangs

SAZ **S**päteste **A**nfangs**Z**eit des Vorgangs

GP **G**esamt**P**uffer des Vorgangs

FP **F**reier **P**uffer des Vorgangs

WZ **W**arte**Z**eiten. Wartezeiten werden hier als Ende-Anfang-Beziehungen abgebildet.



LÖSUNGSBÖGEN

Klausur: **Modul 31811**
Planen mit mathematischen Modellen

Termin: **22.03.2017**

Prüfer: **Univ.-Prof. Dr. Andreas Kleine**

Name, Vorname :
Matrikelnummer :

Aufgabe	1	2	3	4					Summe
maximale Punktzahl	50	25	13	12					100
erreichte Punktzahl									

Gesamtpunktzahl:

Note:

Datum:

Unterschriften
der Prüfer:

Hinweise für die Bearbeitung

- Füllen Sie zunächst das Deckblatt und den Kopf der Lösungsbögen aus.
- Trennen Sie von den Lösungsbögen keine Blätter ab; am Ende der Klausur müssen alle Lösungsbögen abgegeben werden.
- Die Lösungen müssen in dem vorgesehenen Raum auf den Lösungsbögen eingetragen werden. Falls der Platz nicht ausreicht, benutzen Sie bitte die Rückseite, und geben Sie einen deutlichen Hinweis hierauf.
- Bedenken Sie, dass vor allem der Lösungsweg einschließlich Ansatz und Zwischenschritten bewertet wird.
- Die Klausur umfasst 4 Aufgaben, die in 120 Minuten zu bearbeiten ist.
- Zu jeder Aufgabe ist die maximal erreichbare Punktzahl angegeben; die Summe aller Punkte beträgt 100. Die Klausur ist auf jeden Fall bestanden, wenn 50 Punkte erreicht wurden.

- **Zugelassene Hilfsmittel für diese Klausur:**

Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der drei folgenden Modellreihen angehört:

- Casio fx86 oder Casio fx87,
- Texas Instruments TI 30 X II,
- Sharp EL 531.

Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.

Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellreihen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. **Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.**

Darüber hinaus sind ausschließlich die zum Modul gehörenden Kurseinheiten einschließlich der darin enthaltenen Lösungen zu den Übungsaufgaben zugelassen. Die Kurse dürfen Markierungen und textbezogene Anmerkungen enthalten.

- Lesen Sie den Aufgabentext gut durch und nun:

Viel Erfolg!

Lösung zu Aufgabe 1

Lösung zu Aufgabe 1 (Fortsetzung)

Lösung zu Aufgabe 1 (Fortsetzung)

d)

					Angebot	Δc							
Nachfrage													
Δc													

Legende:

c_{ij}
x_{ij}

**Die Dimension in der Transportmatrix ist evtl. größer als erforderlich.
 Aktualisieren Sie bei Änderung der Δc -Werte jeweils die vollständige Zeile bzw. Spalte.**

Transportplan:

Transportkosten:

Lösung zu Aufgabe 1 (Fortsetzung)

e)

	x0	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15	x16	x17	x18	x19	RHS
x0	1	0	50	70	70	-15	0	320	0	0	0	0	10	60	-10	0	130	50	70	190	-10500000
x9	0	0	-1	-1	-1	1	0	0	0	1	0	0	0	-1	0	0	-1	0	0	0	5000
x1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	30000
x15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0
x8	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	15000
x6	0	0	0	0	-1	1	1	1	0	0	0	0	-1	0	1	0	0	0	0	1	30000
x11	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	-1	0	35000
x10	0	0	1	0	1	-1	0	-1	0	0	1	0	1	0	-1	0	0	-1	0	-1	10000

Transportkosten:

Lösung zu Aufgabe 2 (Fortsetzung)

Lösung zu Aufgabe 3

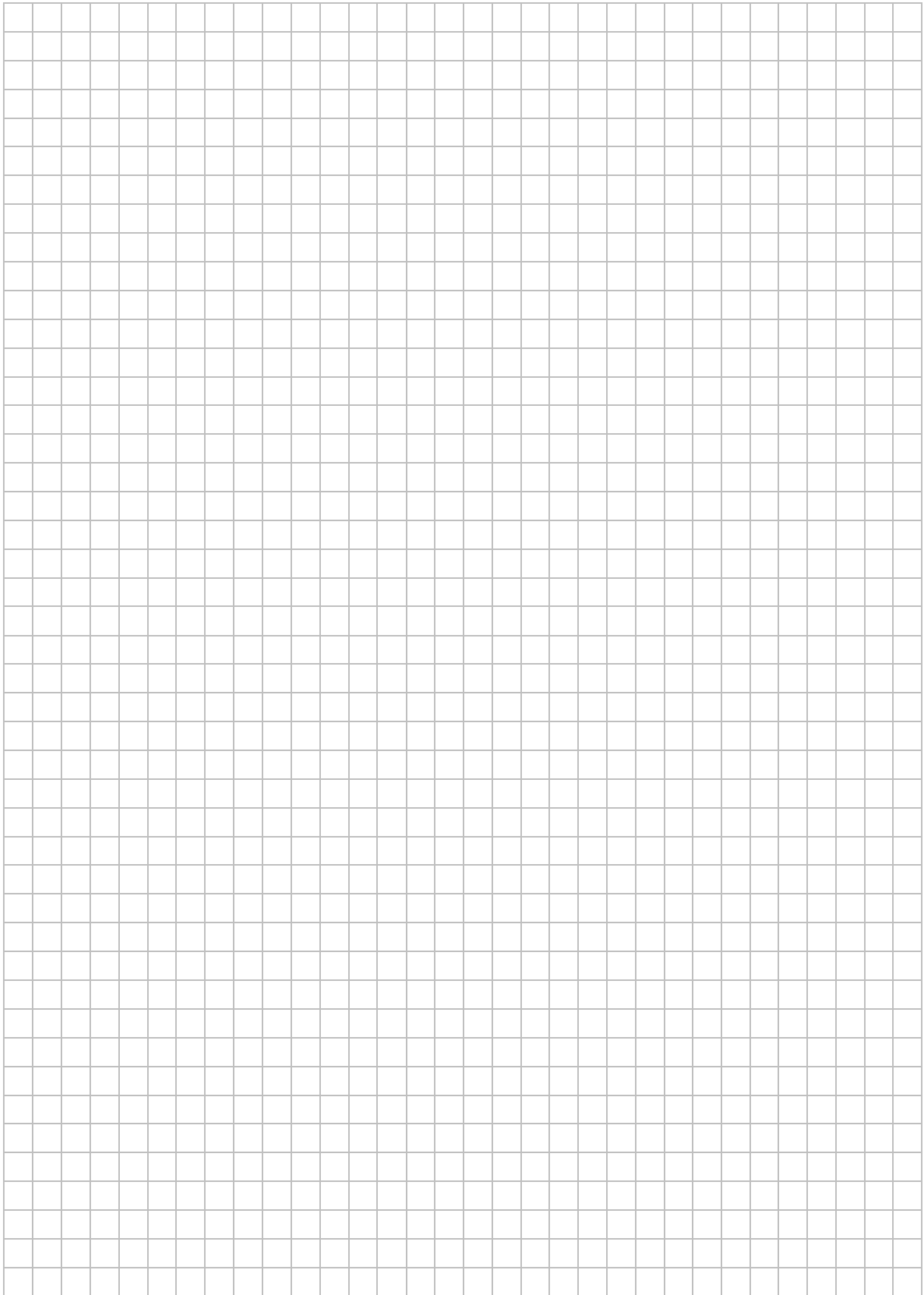
i.

	B	C	D	E	F
2	Kovarianzen	A	B	C	D
3	A				
4	B				
5	C				
6	D				
7	Rendite				
8	Anteile	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
9					
10		Gesamtanteile:			0,00%
11		Erwartete Rendite:			0,00%
12		Varianz der Mischung:			0
13		Mindestrendite:			2,00%

Lösung zu Aufgabe 4

Vorgang		Vorgänger		Zeitrechnung			Puffer	
Nr.	Dauer	Nr.	WZ	FAZ	FEZ	SAZ	GP	FP
1	14	-	-					
2	12	1	-4					
3	8	1	-1					
4	24	3	-5					
		2	+3					
5	17	2	+5					
		4	-2					
6	26	3	+5					
		5	-3					
7	6	5	+2					
		6	-4					
8	0	7	0					NV

Zusätzliche Seite 1; Bezug zu den Aufgaben bitte deutlich machen.



Zusätzliche Seite 2; Bezug zu den Aufgaben bitte deutlich machen.

