# Zur Synthese von Inhibitor-Netzen aus geschichteten Ordnungsstrukturen


Robin Bergenthum, Robert Lorenz, Sebastian Mauser

Lehrstuhl für Angewandte Informatik
Katholische Universität Eichstätt-Ingolstadt, Eichstätt, Germany
e-mail: {robin.bergenthum, robert.lorenz, sebastian.mauser}@ku-eichstaett.de



**Zusammenfassung**

In dieser Arbeit entwickeln wir Grundlagen zur Netzsynthese aus Verhaltensbeschreibungen, welche *früher als* und *nicht später als* Beziehungen zwischen Ereignissen berücksichtigen (sog. geschichteten Ordnungsstrukturen [**?**]). Dieser Ansatz verallgemeinert die in [**?**] für partielle Ordnungen, welche nur eine *früher als* Relation zwischen Ereignissen beschreiben, entwickelten Ideen: Es wird ein Regionenkonzept für geschichtete Ordnungsstrukturen vorgestellt und darauf basierend Vorschläge für eine effektive algorithmische Synthese von S/T-Netzen mit gewichteten Inhibitorkanten erarbeitet.


## 1 Einführung

In der Literatur wurden verschiedene Ansätze zur *Synthese von System-Modellen aus Verhaltensmodellen* betrachtet. Im Bereich der Petrinetztheorie existieren insbesondere Theorien zur Synthese von S/T-Netzen aus sequentiellen Semantiken, Schrittsemantiken [**?**] und Halbordnungssemantiken [**?**] als Verhaltensmodell. In dieser Arbeit wollen wir den auf der Halbordnungssemantik, d.h. ausgehend von *beschrifteten partiellen Ordnungen* (BPOs) als Verhaltensbeschreibung von Petrinetzen, basierenden Ansatz aus [**?**] erweitern. Wir werden eine Verallgemeinerung von partiellen Ordnungen - eine Erweiterung um eine zweite Relation - sog. *geschichtete Ordnungsstrukturen* (engl. stratified order structures [**?**]), als Verhaltensmodell verwenden, um *Inhibitornetz mit gewichteten Inhibitorkanten* (*STI-Netze*, siehe [**?**]) zu synthetisieren.
In einer BPO werden geordnete Ereignisse als kausal abhängig im Sinne einer *früher als* Beziehung interpretiert und ungeordnete Ereignisse als kausal unabhängig bzw. nebenläufig. Zwei Ereignisse bezeichnen wir hierbei als nebenläufig, falls sie in jeder beliebigen Reihenfolge und auch gleichzeitig bzw. synchron eintreten können. Allerdings kann die Synchronität nicht getrennt von der Nebenläufigkeit betrachtet werden, d.h. eine Situation (1.) in der zwei Ereignisse $a$ und $b$ nur synchron auftreten können oder (2.) synchron und in der Reihenfolge $a \to b$ jedoch nicht in der Reihenfolge $b \to a$, können nicht mit BPOs beschrieben werden (offensichtlich liegt in beiden Situationen (1.) und (2.) keine Nebenläufigkeit vor, aber synchrones Eintreten der Ereignisse ist jeweils zugelassen). *Beschriftete geschichtete Ordnungsstrukturen* (BGOs) beinhalten hierzu eine *nicht später als* Beziehung zwischen Ereignissen: $a$ *nicht später als* $b$ beschreibt dann genau die Situation (2.) und eine symmetrische *nicht später als* Beziehung zwischen Ereignissen, also $a$ *nicht später als* $b$ und $b$ *nicht später als* $a$, beschreibt (1.). Eine BGO basiert also immer auf einer BPO (die *früher als* Relation der partiellen Ordnung wird in Abbildungen mit durchgezogenen Linien veranschaulicht), zu der noch widerspruchsfrei gewisse *nicht später als* Beziehungen (gestrichelte Linien) zwischen Ereignissen ergänzt werden.

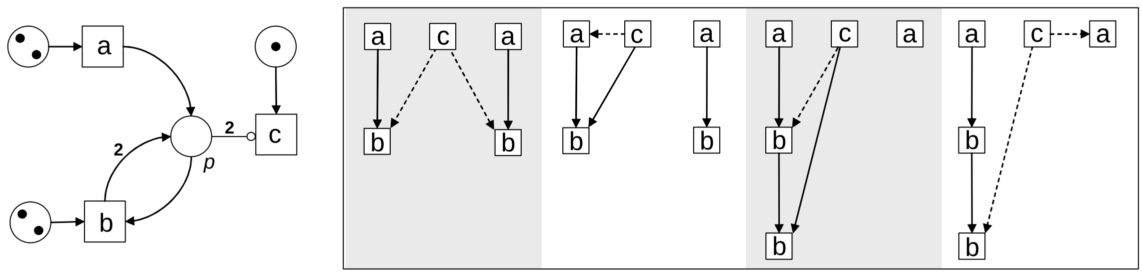



Abbildung 1: Ein STI-Netz mit seinen minimalen Ausführungen.

In [**?**] wurde erläutert, dass die *früher als* Beziehungen von BPOs nicht ausreichen, um das kausale Verhalten mancher Petrinetzklassen wie z.B. Inhibitornetzen unter der sog. *a-priori Semantik* zu beschreiben[1] und dass BGOs für diese Netzklassen das geeignete Verhaltensmodell zur Darstellung kausaler Abhängigkeiten von Ereignissen bilden. In Abbildung 1 wird dieses Phänomen veranschaulicht: Es ist ein STI-Netz zusammen mit vier BGOs, die das kausale Verhalten des Netzes beschreiben, dargestellt. Das STI-Netz besitzt die einzige Inhibitorkante $(p, c)$ mit Inhibitorgewicht zwei. Diese Kante schränkt das Schaltverhalten des Netzes derart ein, dass die Transition $c$ zusätzlich zu den gewöhlichen Schaltbedingungen von S/T-Netzen nur schalten kann, falls höchstens zwei Marken auf der Stelle

[1] Man beachte, dass auch weniger problematische Semantiken von Inhibitornetzen wie die sog. a-posteriori Semantik existieren [**?**].

$p$ liegen. Unter der a-priori Semantik findet das Testen, dass höchstens so viele Marken in einer Stelle sind wie das Gewicht einer entsprechenden Inhibitorkante angibt, vor dem eigentlichen Schaltvorgang der Transition statt. Damit lässt sich die erste BGO (von links) folgendermaßen als Verhaltensbeschreibung des Netzes interpretieren: In der Anfangssituation können zweimal $a$ und $c$ nebenläufig schalten (dementsprechend existieren keine Kanten zwischen den entsprechenden Knoten der BGO), da durch zweimaliges Schalten von $a$ höchstens zwei Marken auf $p$ liegen, so dass $c$ immer aktiviert bleibt (denn die Inhibitorkante $(p, c)$ hat das Gewicht zwei). Außerdem kann nach jedem Schalten der Transition $a$ die Transition $b$ schalten (also jeweils eine durchgezogenen Linie von $a$ nach $b$). Beachte hierbei, dass die zwei Ereignisse $b$ unabhängig sind. Wichtig ist nun, dass wenn nach zweimaligem Schalten von $a$ ein $b$ schaltet, dann drei Marken in $p$ liegen. Dadurch wird $c$ deaktiviert, d.h. also $b$ und $c$ können nicht in der Reihenfolge $b \to c$ und damit auch nicht nebenläufig schalten. Allerdings können die beiden Transitionen gleichzeitig, d.h. synchron, schalten, da bei einem gleichzeitigen Schalten, der Testvorgang (von $c$) noch vor dem Schaltvorgang - entsprechend a-priori Regel *Testen vor Schalten* - also insbesondere bevor $b$ die Anzahl der Marken in $p$ um eins (auf drei) erhöht, stattfindet. Außerdem ist offensichtlich die Schaltfolge $c \to b$ erlaubt. Insgesamt kann dieses Verhalten der Ereignisse $b$ und $c$ genau durch die Beziehung $c$ *nicht später als* $b$ beschrieben werden (also jeweils eine gestrichelte Linie von $c$ nach $b$).
Eine BGO, die wie hier beschrieben das Verhalten eines Netzes darstellt wird *Ausführung* des Netzes genannt. Eine Ausführung eines STI-Netzes ist also eine BGO, deren Ereignisse mit Transitionsnamen des STI-Netzes beschriftet sind, so dass alle Transitionen in der angegebenen kausalen Ordnung schalten können. Formal lassen sich Ausführungen als Sequentialisierungen von Abläufen des Netzes definieren. Ein Ablauf entsteht aus einem Prozess des Netzes, indem man von den Bedingungen des Prozesses abstrahiert und nur noch die implizierten Kausalitäten zwischen den Ereignissen berücksichtigt. Die Begriffe des Prozesses und Ablaufs von STI-Netzen und der Begriff der Sequentialisierung von BGOs sind in [**?**] definiert. Eine äquivalente Definition von Ausführungen, die den obigen konkreten Überlegungen näher ist, kann auch über aktivierte synchrone Schrittsequentialisierungen bzw. Aktiviertheit von synchronen Schnitten nach Ausführung des Präfixes (vgl. [**?**]) formuliert werden, d.h. jede maximale Menge synchron schaltbarer Ereignisse der BGO muss im Netz aktiviert sein, nachdem alle *früheren* Ereignisse eingetreten sind.
Insgesamt ist nach diesem Prinzip jedem STI-Netz eine Menge von Ausführungen (BGOs) zugeordnet. Diese beschreiben alle möglichen kausalen Abhängigkeiten zwischen Ereignissen des Netzes. Die vier BGOs aus Abbildung 1 entsprechen beispielsweise genau allen Abläufen des gegebenen Netzes und damit hier seinen *minimalen* Ausführungen (zu minimalen Ausführungen gibt es keine weitere Ausführung mit weniger Ordnung). Damit ist die Menge aller Ausführungen des gegebenen STI-Netzes aus diesen Ausführungen durch Sequentialisierung und Präfixbildung direkt ableitbar. Analog zum Begriff der partiellen Sprache als Menge von BPOs [**?**] wollen wir eine Menge von BGOs als *geschichtete Sprache* bezeichnen. Das Verhalten eines STI-Netzes dargestellt durch die Menge aller Ausführungen (in Form von BGOs) des Netzes entspricht also einer geschichteten Sprache. In dieser Arbeit wollen wir nun theoretische Grundlagen zur Synthese von STI-Netzen aus BGOs bzw. geschichteten Sprachen als Verhaltensmodell entwickeln. Die Fragestellung der Arbeit lautet also wie folgt:

**Gegeben:** Eine geschichtete Sprache $L$ über einer endlichen Menge von Beschriftungen.

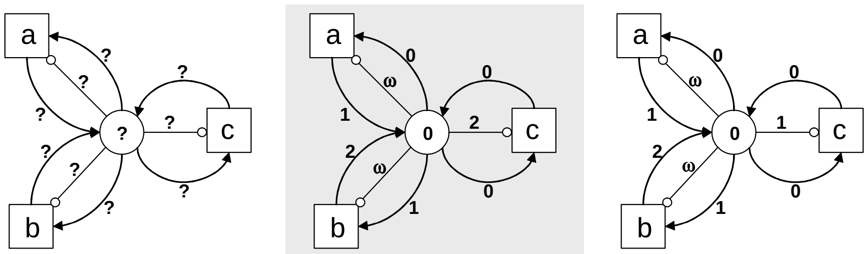
**Gesucht:** Ein STI-Netz, dessen Menge von Ausführungen der gegebenen Sprache $L$ entspricht.

## 2 Synthese des zulässigen STI-Netzes

Durch die endliche Menge der Beschriftungen der geschichteten Sprache $L$ ist bereits die Transitionsmenge des zu synthetisierenden STI-Netzes gegeben. Denn gleich beschriftete Knoten der BGOs stehen je für ein Schalten der gleichen Transition.
Betrachtet man nun das STI-Netz mit dieser Transitionsmenge und leerer Stellenmenge, so ist offenbar jede BGO aus $L$ eine Ausführung dieses Netzes. Denn zwischen den Transitionen existieren noch keine kausalen Abhängigkeiten und somit wird dieses Netz sehr viele Ausführungen haben, die nicht in $L$ spezifiziert wurden. Wir schränken das Verhalten dieses Netzes ein, indem wir durch zusätzliche Stellen Abhängigkeiten zwischen den Transitionen erzeugen. Jede Stelle besitzt eine initiale Markierung, je eine ausgehende Fluss- und Inhibitorkante zu jeder Transition und je eine eingehende Flusskante von jeder Transition. Jede Stelle lässt sich also definieren durch den Wert ihrer initialen Markierung und die Kantengewichte von Fluss- und Inhibitorkanten (ein Flusskantengewicht von $0$ bzw. ein Inhibitorkantengewicht von $\omega$ soll hierbei bedeuten, dass keine entsprechende Kante existiert). Als Beispiel betrachten wir Abbildung 2 (vgl. hierzu die Erklärungen zum Netzverhalten von Abbildung 1 aus der Einführung). Wie erläutert schränkt nun jede Stelle das Verhalten eines Netzes ein. In Bezug auf $L$ kann diese Einschränkung *zulässig* sein oder zu stark (*nicht zulässig*). Wir unterscheiden also:

- *Nicht zulässige Stellen*: Es gibt eine BGO aus $L$, die keine Ausführung des zugehörigen *ein-stelligen* STI-Netzes (mit nur dieser einen Stelle) ist. In diesem Fall schränkt die Stelle das Verhalten offenbar zu stark ein und wir nennen sie *nicht zulässig*.

- *Zulässige Stellen*: Alle BGOs aus $L$ sind Ausführungen des zugehörigen *ein-stelligen* STI-Netzes, also schränkt die Stelle das Verhalten nicht zu stark ein und wir nennen sie *zulässig*.




mögliche Stelle | zulässige Stelle | nicht zulässige Stelle

Abbildung 2: (i) Allgemeine Form einer Stelle. (ii) Eine zulässige Stelle bzgl. der geschichteten Sprache aus Abbildung 1 (entspricht genau Stelle $p$ in Abbildung 1). (iii) Eine nicht zulässige Stelle bzgl. der geschichteten Sprache aus Abbildung 1. Die Inhibitorkante zu Transition c (im Gegensatz zu (ii) nun Inhibitorgewicht 1 statt 2) schränkt das Verhalten zu stark ein.

Die grundsätzliche Idee ist nun, alle zulässigen Stellen zum zu synthetisierenden STI-Netz zu addieren. Dieses Netz, das wir von nun an *zulässiges STI-Netz* nennen wollen, hat dann offenbar folgende Eigenschaften:

(A) Jede BGO in $L$ ist eine Ausführung des zulässigen STI-Netzes (denn das gilt für jede einzelne Stelle dieses Netzes).

(B) Das zulässige STI-Netz kann zwar mehr Ausführungen haben als in $L$ angegeben, aber es gibt kein STI-Netz mit einer kleineren Menge an Ausführungen, die noch $L$ enthält (da wir *alle* zulässigen, also alle möglichen, Stellen addiert haben). Das Verhalten des zulässigen STI-Netzes ist also *minimal* mit Eigenschaft (A).

Daraus ergibt sich sofort das folgende allgemeine Theorem:

*Entweder die Menge der Ausführungen des zulässigen STI-Netzes entspricht $L$, oder es gibt kein STI-Netz, welches das Synthese-Problem löst.*

Außerdem ist enstprechend (B) das zulässige Netz die beste Approximation, welche das vorgegebene Verhalten zulässt. Um nun das zulässige Netz zu berechnen, möchten wir also die Menge der zulässigen Stellen aus der gegebenen geschichteten Sprache $L$ berechnen können. Schon für die Verhaltensmodelle bzgl. der sequentiellen Semantik und der Schrittsemantik wurden erfolgreich Regionen entworfen [?], welche in [?] dann auf partielle Sprachen verallgemeinert wurden. Es wurde gezeigt, dass jede Region einer partiellen Sprache $L$ eine Stelle definiert, so dass

(1) jede durch eine Region von $L$ definierte Stelle zulässig ist.

(2) für jede zulässige Stelle eine Region von $L$ existiert, die diese Stelle definiert.

Das Ziel dieser Arbeit besteht nun darin die Regionen-Definition für partielle Sprachen derart auf geschichtete Sprachen zu erweitern, dass auch in dem allgemeineren Fall wieder (1) und (2) gelten. Mit einem solchen Regionenbegriff für geschichtete Sprachen können wir dann wie im Falle partieller Sprachen das zulässige STI-Netz direkt aus der Menge aller Regionen berechnen: Jede Region definiert genau eine Stelle des zulässigen STI-Netzes.

# 3 Eine Regionen-Definition geschichteter Sprachen (bzgl. STI-Netzen)

Zuerst wollen wir kurz die zentralen Begriffe des STI-Netzes und der BGO wiederholen: Ein markiertes STI-Netz $N = (P, T, W, I, m_0)$ besteht aus einer Stellenmenge $P$, einer Transitionsmenge $T$ ($T \cap P = \emptyset$), einer Gewichtsfunktion $W : (P \times T) \cup (T \times P) \to \mathbb{N}_0$, einer Inhibitorgewichtsfunktion $I : (P \times T) \to \mathbb{N}_0^\omega$ und einer initialen Markierung der Stellen $m_0 : P \to \mathbb{N}_0$. Die Inhibitorgewichtsfunktion stellt eine zusätzliche Schaltbedingung an Transitionen dar: Eine Transition $t$ ist nur dann in einer Markierung $m$ aktiviert, wenn zusätzlich zur üblichen Schaltregel von S/T-Netzen noch auf jeder Stelle $p$ maximal so viele Marken liegen wie das Gewicht der gewichteten Inhibitorkante zu $t$ angibt, d.h. $m(p) \leq I(p, t)$. Dabei findet dieser Test vor dem eigentlichen Schalten der Transition, d.h. bevor Marken konsumiert und produziert werden, statt (a-priori Semantik).
BGOs $\text{bgo} = (V, \prec, \sqsubset, l)$ werden formal dargestellt durch eine Knotenmenge $V$, zwei Relationen auf $V$ und einer Beschriftungsfunktion $l$ auf $V$. Die Relationen müssen dabei die folgenden Bedingungen für $x, y, z \in V$ erfüllen: (C1) $x \not\sqsubset x$, (C2) $x \prec y \Longrightarrow x \sqsubset y$, (C3) $x \sqsubset y \sqsubset z \wedge x \neq z \Longrightarrow x \sqsubset z$, (C4) $x \sqsubset y \prec z \vee x \prec y \sqsubset z \Longrightarrow x \prec z$.
Dabei stellt $\prec$ die *früher als* Relation (durchgezogene Kanten) und $\sqsubset$ die *nicht später als* Beziehung (gestrichelte Kanten) dar. Da die Relation $\prec$ eine partielle Ordnung ist (vgl. [?]) stellt das Konzept der BGOs tatsächlich eine Erweiterung von BPOs um eine geeignete weitere Relation $\sqsubset$ dar.
Wie erwähnt basiert unser Ansatz zur Definition von Regionen für BGOs auf der Regionen-Definition für BPOs aus [?]: Wir werden zuerst den Begriff der Markenflussfunktion (entspricht einer Region einer partiellen Sprache) aus [?] auf die den BGOs $\text{bgo} = (V, \prec, \sqsubset, l)$ zugrundeliegenden BPOs $\text{bpo} = (V, \prec, l)$ anwenden. Daraus erhalten wir direkt die zulässigen Stellen ohne Inhibitorkanten (d.h. alle Inhibitorkantengewichte sind $\omega$). Um nun noch geeignete Regionen zu berechnen, welche Inhibitorkantengewichte berücksichtigen, müssen für jede Markenflussfunktion der BPOs

$\mathrm{bpo} = (V, \prec, l)$ zusätzliche Informationen für die BGOs $\mathrm{bgo} = (V, \prec, \sqsubset, l)$ hergeleitet werden. Diese Erweiterung des Regionen-Begriffs um eine zusätzliche Information für Inhibitorkantengewichte, welche insbesondere die *nicht später als* Relation geeignet berücksichtigt, ist das Hauptziel dieser Grundlagenarbeit zur Synthese aus BGOs. Zuerst muss dazu der Begriff der Markenflussfunktion für partielle Sprachen wiederholt werden; dies soll hier direkt anhand der partiellen Sprache der BPOs $\mathrm{bpo} = (V, \prec, l)$, welche den BGOs $\mathrm{bgo} = (V, \prec, \sqsubset, l)$ der gegebenen geschichteten Sprache $L$ zugrunde liegen, erklärt werden:
Sind zwei Ereignisse $x$ und $y$ bzgl. einer BGO $\mathrm{bgo} = (V, \prec, \sqsubset, l) \in L$ $\prec$-geordnet - gilt also $x \prec y$ - dann heisst das, dass die zugehörigen Transitionen $l(x)$ und $l(y)$ kausal im Sinne einer "früher als" Beziehung voneinander abhängig sind. Betrachtet man noch keine Inhibitorkanten, so kann eine solche kausale Abhängigkeit genau dann entstehen, wenn die eine Transition $l(x)$ durch ihr Schalten Marken in einer Stelle produziert, welche von der anderern Transition $l(y)$ durch deren Schalten aus dieser Stelle konsumiert werden. Eine solche Stelle wollen wir nun definieren. Dazu spezifizieren wir für jede Kante $(x, y)$ aller BPOs eine natürliche Zahl $r(x, y)$ für *die Anzahl der Marken, welche von der Transition $l(x)$ in der zu definierenden Stelle produziert werden und die von der Transition $l(y)$ aus derselben Stelle konsumiert werden.*
Damit werden noch nicht Anfangs- und Endmarkierung der zu generierenden Stelle berücksichtigt . Dazu erweitern wie jede BGO $\mathrm{bgo} = (V, \prec, \sqsubset, l)$ zu einer BGO $\mathrm{bgo}^* = (V^*, \prec^*, \sqsubset^*, l^*)$ um

- ein initiales Ereignis $v_0$, welches für eine Transition steht, die die initiale Markierung der zu definierenden Stelle erzeugt ( $v_0$ besitzt ausgehende Kanten zu jedem anderen Ergeignis),
- ein maximales Ereignis $v_m$, welches für eine Transition steht, die alle nicht von den Ereignissen der BPO konsumierten Marken aus der zu definierenden Stelle konsumiert ( $v_m$ besitzt eingehende Kanten von jedem anderen Ergeignis).

Bei dem skizzierten Ansatz alle *früher als* Kanten mit *Markenflusszahlen* zu versehen, um eine zulässige Stelle zu definieren, ist klar, dass gleich (mit derselben Transition) beschriftete Ereignisse insgesamt jeweils gleich viele Marken konsumieren und produzieren sollen (bzgl. der zu definierenden Stelle). Die insgesamt von einem Ereignis $x$ einer BGO *bgo* produzierten Marken werden *Markenabfluss von $x$ (bzgl. bgo)* genannt; er entspricht der Summe $\sum_{x \prec^* y} r(x, y)$ der Markenflüsse aller von $x$ ausgehenden durchgezogenen Kanten. Die insgesamt von einem Ereignis $x$ konsumierten Marken werden *Markenzufluss von $x$ (bzgl. bgo)* genannt; er entspricht der Summe $\sum_{y <^* x} r(y, x)$ der Markenflüsse aller in $x$ eingehenden durchgezogenen Kanten. Abbildung 3 zeigt die Ausführungen aus Abbildung 1 versehen mit möglichen Markenflusszahlen. Markenab- und Markenzuflüsse von BGO-Knoten mit gleicher Beschriftung stimmen überein (z.B. haben alle mit b beschrifteten Knoten Markenzufluss 1 und Markenabfluss 2).

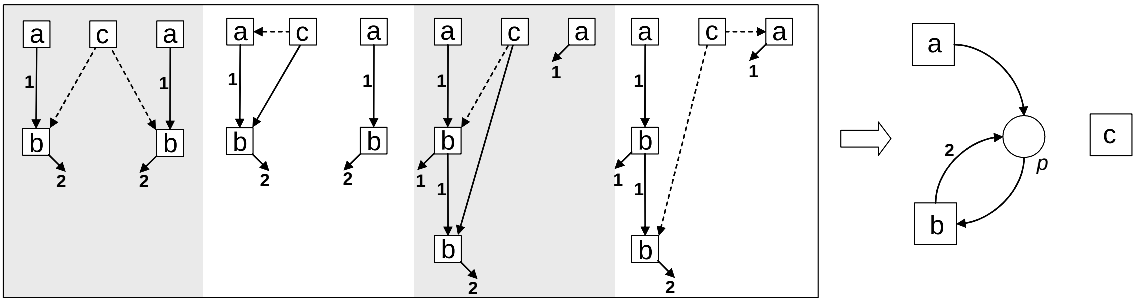



Abbildung 3: Eine mögliche Markenflussfunktion $r$ bzgl. der BGOs aus Abbildung 1. Die Knoten $v_0$ bzw. $v_m$ wurden weggelassen; die zugehörigen Kanten werden als Kanten ohne Anfangs- bzw. Endknoten dargestellt (und nur gezeichnet falls ihr Markenfluss ungleich null ist). Rechts ist die zugehörige Stelle noch ohne Inhibitorkanten abgebildet.

Außerdem müssen alle BGOs in $L$ Ausführungen bzgl. der zu definierenden Stelle im selben Anfangszustand, d.h. in derselben Anfangsmarkierung dieser Stelle sein. Diese ist per Konstruktion gegeben durch den Markenabfluss $\sum_{v_0 \prec^* y} r(v_0, y)$ des initialen Ereignisses $v_0$ einer BGO, welcher auch der *initiale Markenfluss von* bgo heißt (In Abbildung 3 ist der initiale Markenfluss jeder BGO gleich null).

Eine Funktion $r : E_L \to \mathbb{N}_0$ auf der Menge der Kanten der BGOs $E_L = \bigcup_{(V, \prec, \sqsubset, l) \in L} \prec^*$ ist also eine *Markenflussfunktion* von $L$, falls

(i) gleich beschriftete Ereignisse gleichen Markenabfluss und Markenzufluss bzgl. $r$ haben.

(ii) alle BGOs in $L$ den gleichen initialen Markenfluss haben.

Zur Definition einer Stelle $p$ ausgehend von einer Markenflussfunktion $r$ der gegebenen geschichteten Sprache $L$, werden entsprechend der skizzierten Interpretationen folgende Festlegungen getroffen (vgl. Abbildung 3 rechts):

- Die initiale Markierung der Stelle $p$ ist definiert als der initiale Markenfluss der BGOs in $L$.

- Die Kantengewichte der Flusskanten zwischen $p$ und den Transitionen werden durch die Markenab- und zuflüsse bestimmt: Das Kantengewicht $W(p, l(x))$ ist definiert als der Markenzufluss von $x$, das Kantengewicht $W(l(x), p)$ ist definiert als der Markenabfluss von $x$.

Man beachte, dass alle Markenflussfunktionen $r$ einer gegebenen geschichteten Sprache $L$ durch ein lineares Gleichungssystem bestimmt werden können [?]. Diese Markenflussfunktionen definieren dann schon alle zulässigen Stellen des zu synthetisierenden Netzes, bei denen keine Inhibitorkanten vorkommen bzw. bei denen alle Inhibitorgewichte unendlich sind (ergibt sich direkt aus dem Hauptergebnis in [?]). Es ist nun aber möglich, dass auch bei Inhibitorgewichten kleiner als unendlich die Stelle immer noch zulässig ist, obwohl solche Stellen dann das Verhalten des Netzes stärker einschränken. Die Idee ist nun, das minimal mögliche Inhibitorgewicht der durch $r$ gegebenen Stelle (durch $r$ sind die Flussgewichte und die Anfangsmarkierung gegeben!) zu jeder Transition zu finden, so dass die um entsprechende Inhibitorgewichte ergänzte Stelle immer noch zulässig ist, d.h. das Verhalten nicht zu stark einschränkt. Natürlich definieren dann auch alle entsprechend mit höheren Inhibitorgewichten versehenen Stellen jeweils zulässige Stellen (also z.B. auch die ursprüngliche zulässige Stelle, bei der alle Inhibitorgewichte unendlich sind). Durch das Finden der Minima der Inhibitorgewichte können dann auf diese Weise offensichtlich alle zulässigen Stellen des STI-Netzes erzeugt werden, da $r$ allein schon alle zulässigen Stellen mit Inhibitorgewichten unendlich definiert. Es soll also im Folgenden ein Verfahren entwickelt werden, um aus einer Markenflussfunktion $r$ die entsprechenden Minima der Inhibitorgewichte der durch $r$ definierten Stelle $p$ zu allen Transitionen zu finden.
Wir betrachten einen Knoten $v$ einer BGO, der mit $t$ beschriftet ist, und bestimmen ein Gewicht der Inhibitorkante, das so groß ist, dass es ein entsprechend der BGO mögliches Verhalten des Netzes nicht verhindert. Bei einem zu kleinen Inhibitorkantengewicht ist es möglich, dass das Ereignis $v$ durch eine zu hohe Markenanzahl in der Stelle $p$ verhindert wird. Die möglichen Markenanzahlen in $p$ lassen sich über die Markenflussfunktion $r$ bestimmen. Relevant für das Ereignis $v$ sind nur Markenanzahlen, die durch eines seiner möglichen Präfixe produziert werden können. Die von einem Präfix produzierten Marken erhalten wir, indem wir die ausgehenden Kanten des Präfixes betrachten und deren Beschriftungen durch die Markenflussfunktion $r$ addieren. Die Idee ist nun also alle Präfixe von $v$ ausfindig zu machen und für jedes die Anzahl erzeugter Marken in $p$ zu berechnen. Das Maximum über diese Zahlen nennen wir Inhibitorwert von $v$; der Inhibitorwert gibt an wie klein das Inhibitorkantengewicht von $p$ zu $t$ minimal sein darf, ohne dass das Ereignis $v$ verhindert wird. Auf diese Weise bestimmen wir für jede BGO $bgo$ den Inhibitorwert aller Knoten bzgl. einer gegebenen Markenflussfunktion $r$. Für jeden Knoten $v$ ergibt sich das folgende Schema:

(i) Merke die Vergangenheit von $v$ in $bgo$, d.h. alle Knoten $v'$ mit $v' \prec v$ (nur bzgl. *früher als*).

(ii) Existieren in $bgo$ Zyklen aus gestrichelten Linien, so fasse alle Knoten des Zyklus zu einem zusammen (dabei müssen die $r$-Werte der Kanten geeignet addiert werden).

(iii) Ersetzte alle verbleibenden gestrichelten Linien durch durchgezogene Linien.

(iv) Durch (ii) und (iii) erhalten wir eine BPO aus der BGO $bgo$. Bilde alle Präfixe von $v$ dieser BPO, welche die in (i) gemerkte Vergangenheit enthalten.

(v) Für jedes Präfix aus (iv): Addiere die durch $r$ gegebenen Markenflüsse über alle aus dem Präfix ausgehenden Kanten.

(vi) Das Maximum über alle in (v) berechneten Zahlen ist der Inhibitorwert des BGO Knotens für eine Markenflussfunktion $r$.

Das minimale Gewicht einer Inhibitorkante zu einer Transition $t$ von der durch $r$ definierten Stelle $p$ ergibt sich nun als Maximum der Inhibitorwerte aller mit $t$ beschrifteten BGO-Knoten - dies stellt die größtmögliche Verhaltenseinschränkung dar. Eine Markenflussfunktion $r$ zusammen mit zulässigen Inhibitorkantengewichten (größer oder gleich den minimalen Inhibitorkantengewichten bzgl. $r$) zu jeder Transition heißt *Region* einer geschichteten Sprache und definiert eine entsprechende Stelle des zulässigen STI-Netzes. Damit ergibt sich folgende Behauptung:

> *Mit dem beschriebenen Verfahren zur Konstruktion von Regionen, ergeben sich genau alle zulässigen Stellen bzgl. einer gegebenen geschichteten Sprache.*

In Abbildung 4 betrachten wir unser Schema an der Beispiel-BGO $bgo$ und bestimmen den Inhibitorwert des weißen Knotens $v$. Für mehr Übersichtlichkeit zeichnen wir nur die Skelettkanten der BGO. In Schritt (i) merken wir uns die Vergangenheit von $v$. Diese wird hellgrau dargestellt und muss vor dem Ereignis $v$ bereits aufgetreten sein. Damit muss diese strikte Vergangenheit später im gesuchten Präfix enthalten sein. In Schritt (ii) fassen wir Knoten zusammen die durch Zyklen aus gestrichelten Kanten verbunden sind. Diese Ereignisse können nur gleichzeitig eintreten und müssen entweder alle oder gar nicht im späteren Präfixen enthalten sein. In Schritt (iii) ersetzen wir übriggebliebene gestrichelte Linien durch durchgezogene. Dadurch vernachlässigen wir die Möglichkeit des synchronen Eintretens dieser Ereignisse, dies würde aber auch keine zusätzlichen Markierungen gegeüber dem sequentiellen Schalten erzeugen. Wir erhalten dadurch eine BPO. In Schritt (iv) bilden wir alle Präfixe von $v$ bzgl. dieser BPO, die seine in Schritt (i) gemerkte Vergangenheit (hellgraue Knoten) enthalten. Die drei Kreise verdeutlichen die dadurch möglichen Präfixe.

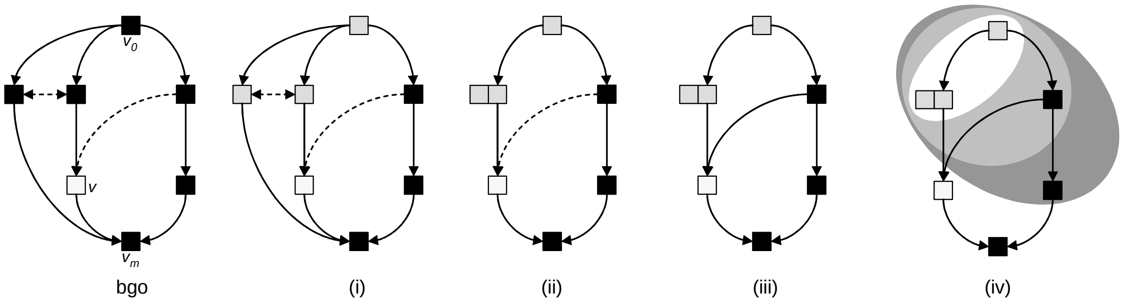



Abbildung 4: Schema zur Bestimmung des Inhibitorwertes eines BGO-Knotens $v$ .

Durch die Markenflussfunktion $r$ wissen wir, welche Anzahl an Marken nach jedem dieser Präfixe in der zugehörigen Stelle $p$ liegen würde: Addiere die Werte von $r$ aller aus dem Präfix ausgehenden Kanten (vgl. (v)). Nach jedem Präfix muss sich $v$ ereignen können. Der Inhibitorwert von $v$ muss somit genau so gross sein wie das Maximum berechneter möglicher Markenanzahlen in $p$ (vgl. (vi)). Ein konkretes Beispiel für das vorgestellte Verfahren zur Berechnung zulässiger Stellen ist in Abbildung 5 dargestellt.

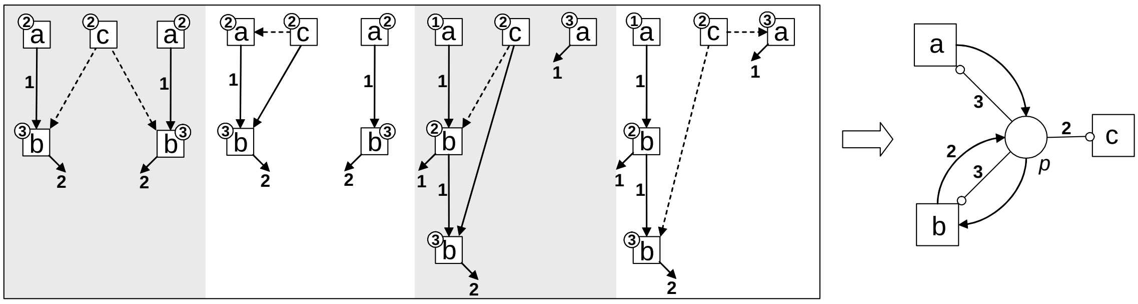



Abbildung 5: Die Markenflussfunktion $r$ aus Abbildung 3 ergänzt um die Inhibitorwerte der BGO Knoten (in Kreisen dargestellt). Rechts die zur entsprechenden Region mit minimalen Inhibitorkantengewichten gehörige Stelle.

# 4 Algorithmische Anwendbarkeit

Grundsätzlich gibt es das Problem, dass es nach diesem Ansatz unendlich viele Regionen einer geschichteten Sprache gibt. Dasselbe Problem ergab sich auch schon im Spezialfall partieller Sprachen, wobei leicht gezeigt werden konnte, dass sich im Falle endlicher partieller Sprachen eine endliche Basisregionenmenge ausrechnen lässt, deren zugehörige Stellen das Netzverhalten genauso stark einschränken wie die vollständige zulässige Stellenmenge. Auch in unserem Fall müssen wir natürlich nur die zu dieser endlichen Regionenmenge entsprechenden Markenflussfunktionen $r$ betrachten. Wird dann jede dieser Markenflussfunktionen $r$ um die zugehörigen minimalen Inhibitorkantengewichte ergänzt (stärkste zulässige Einschränkung) ergibt sich offensichtlich eine endliche Regionenmenge, wobei das entsprechend zugehörige STI-Netz gleiches Verhalten wie das zulässige STI-Netz hat.
Obwohl wir auf diese Weise also endliche Netze synthetisieren können, erscheint das Verfahren immer noch sehr ineffizient, da für alle BGO-Knoten alle Präfixe betrachtet werden müssen. Zur Vereinfachung glauben wir, dass es ausreicht nur für solche Knoten Inhibitorwerte zu berechnen, die ausgehende gestrichelte Kanten besitzen (in Abbildung 5 also nur für alle mit $c$ beschrifteten Knoten). Damit sollen die Inhibitorkanten nur die echten *nicht später als* Relationen generieren, welche natürlich nie über die Flussrelation erzeugt werden können.
Insgesamt haben wir also die berechtigte Hoffnung, dass aus unserer Grundlagenarbeit auch praktisch relevante Algorithmen resultieren. Man beachte, dass die Konzepte dieser Arbeit auch direkt zu entsprechenden Algorithmen für elementare Inhibitornetze und Inhibitornetze mit ungewichteten Inhibitorkanten führen und mit leichten Änderungen auch auf andere BGO-basierte Netzklassen - wie Netze mit Lesekanten, Prioritäten, Resetkanten, Signalkanten etc. - angewendet werden können.