FernUniversität in Hagen

Der Einfluss von Kostenabweichungen auf das Nash-Gleichgewicht in einem nicht-kooperativen Disponenten-Controller-Spiel

Günter Fandel und Jan Trockel

Diskussionsbeitrag Nr. 428

September 2008

Diskussionsbeiträge der Fakultät für Wirtschaftswissenschaft
der FernUniversität in Hagen

Herausgegeben von der Dekanin der Fakultät

Der Einfluss von Kostenabweichungen auf das Nash-Gleichgewicht in einem nicht-kooperativen Disponenten-Controller-Spiel

von

Günter Fandel* und Jan Trockel**

Abstract

Für Industrieunternehmen ist es wichtig, ihre Bestellmengen zu optimieren. Sie wirken sich auf die Lagerhaltung und Beschaffung aus und beeinflussen Servicegrad und Produktionsbereitschaft. Fehlerhaft bestimmte Losgrößen führen zu höheren Kosten und Gewinneinbußen, welche die Unternehmensleitung zu vermeiden sucht. Insofern erwartet sie vom Disponenten der Materialwirtschaft, dass er optimale Bestellmengen verwirklicht. Das wird in der Regel durch einen Controller überprüft, welcher der Unternehmensleitung berichtet. Die Interaktion zwischen Disponent und Controller kann durch ein modifiziertes Inspection Game beschrieben werden. Während in FANDEL/TROCKEL 2008 untersucht worden ist, wie das NASH-Gleichgewicht des Disponenten-Controller-Spiels in gemischten Strategien von den fest vorgegebenen Payoffs und der Aufdeckungswahrscheinlichkeit der Unternehmensleitung abhängt, wird in diesem Beitrag analysiert, wie sich die Wahrscheinlichkeiten verändern, mit denen die gemischten Strategien im Gleichgewicht gewählt werden, wenn die Höhe der Strafzahlungen für den Disponenten und den Controller von dem Ausmaß bestimmt wird, in dem die Kosten der fehlerhaften Materialdisposition von denen im Optimum abweichen. Dabei zeigt sich, dass das NASH-Gleichgewicht in Richtung der Strategienkombination (methodische Bestimmung der Bestellmenge, niedriges Prüfniveau) verschoben wird, wenn die Strafzahlungen für Disponent und Controller höher werden.

Keywords

Game theory, EOQ, planning and control

* Prof. Dr. Dr. h.c. Günter Fandel, Lehrstuhl für Betriebswirtschaft, FernUniversität in Hagen, Universitätsstraße 41, 58084 Hagen, E-Mail: guenter.fandel@fernuni-hagen.de

** Dipl.-Kfm. Jan Trockel, wiss. Mitarbeiter am Lehrstuhl für Betriebswirtschaft, FernUniversität in Hagen, Universitätsstraße 41, 58084 Hagen, E-Mail: jan.trockel@fernuni-hagen.de

1. Einleitung

In diesem Beitrag wird die effiziente Gestaltung von Überprüfungen der Bestellmengen, die von einem Disponenten durchgeführt werden, durch einen Controller untersucht. BIERMANN (2006) beschreibt – basierend auf den Arbeiten von DRESHER (1962), AVENHAUS et al. (1996) und AVENHAUS et al. (2002) – ein effizientes Design von Kontrollen für das Risikomanagement als Nahtstelle zwischen vollständigem Vertrauen und vollständigem Misstrauen auf der Basis des spieltheoretischen Modells Inspection Game (vgl. zum Inspection Game FUDENBERG/TIROLE 2007, S. 17). Dies wurde im Bereich der Betriebswirtschaft von BORCH (1982) anhand des Verhaltens eines Buchhalters gegenüber seinem Unternehmen untersucht. In diesem Sinne wird in dem Modell von BIERMANN (2006) analysiert, wie hoch der Stichprobenumfang einer Prüfung sein sollte. Diese Idee wird als Basis für die nachfolgende Untersuchung aufgegriffen und modifiziert. Dem Controller liegen in diesem Modell alle notwendigen Daten vor, die er benötigt, um zu prüfen, inwieweit die Vorgaben der Unternehmensführung vom Planer eingehalten wurden. Er prüft auf jeden Fall diese Daten, jedoch kann er aufgrund einer weniger intensiven Prüfung Abweichungen vom Optimum und von den Vorgaben unter Umständen nicht erkennen. Seine Analyse fällt demzufolge schlecht aus. Der Fehler kann unentdeckt bleiben. RINDERLE (1996) beschreibt ein ähnliches Problem, indem er eine Nichtentdeckungswahrscheinlichkeit in das Inspection Game einfügt. Sie soll die Nichtentdeckung einer illegalen Aktion charakterisieren. Diese Sichtweise wird auf das modifizierte Spiel übertragen. Es spiegelt sich im Modell von FANDEL/TROCKEL (2008) an der Stelle wider, an der angenommen wird, dass der Controller durch ein niedriges Prüfniveau das nicht methodische Arbeiten seitens des Planers nicht aufdeckt. Dem gegenüber wird nun ein weiterer Schritt in das im folgenden zu analysierende Modell integriert: Durch das Einfügen der Wahrscheinlichkeit p_a – Aufdecken der fehlerhaften Arbeitsweisen durch das Top-Management – wird die Möglichkeit bzw. Gefahr modelliert, dass eben dieses Fehlverhalten nicht nur unentdeckt bleibt, sondern auch gewährleistet wird, dass der Controller ebenfalls bestraft wird, falls er nicht gut arbeitet und den Fehler des Disponenten nicht entdeckt. Erst dadurch kann ein laterales Spiel als Inspection Game abgebildet werden. FANDEL/TROCKEL (2008) zeigen durch die Modifikation des Inspection Game auf, dass innerhalb von Unternehmen die Gefahr gegeben ist, dass, falls das Kontrollorgan seine Aufgaben nicht korrekt wahrnimmt, Disponent und Controller den Profit mindern können, sofern ihre Interessen von denen der Unternehmensleitung abweichen. Die Entdeckung durch das Top-Management wird nicht durch eine strategische Entscheidungsvariable sondern durch eine exogene Wahrscheinlichkeit dargestellt. In dem nachfolgenden Modell, das auf dem Ansatz von FANDEL/TROCKEL (2008) basiert, wird analysiert, inwieweit eine große Kostenabweichung aufgrund einer nicht optimal gewählten Bestellmenge gegenüber einer geringen Kostenabweichung die Entscheidungen der Spieler und folglich die gleichgewichtige Lösung in diesem Spiel beeinflusst.

2. Erweiterung des Ansatzes von FANDEL/TROCKEL

Das Spiel wird durch den nachfolgenden extensiven Baum, analog zu der Idee von FANDEL/TROCKEL (2008), dargestellt:

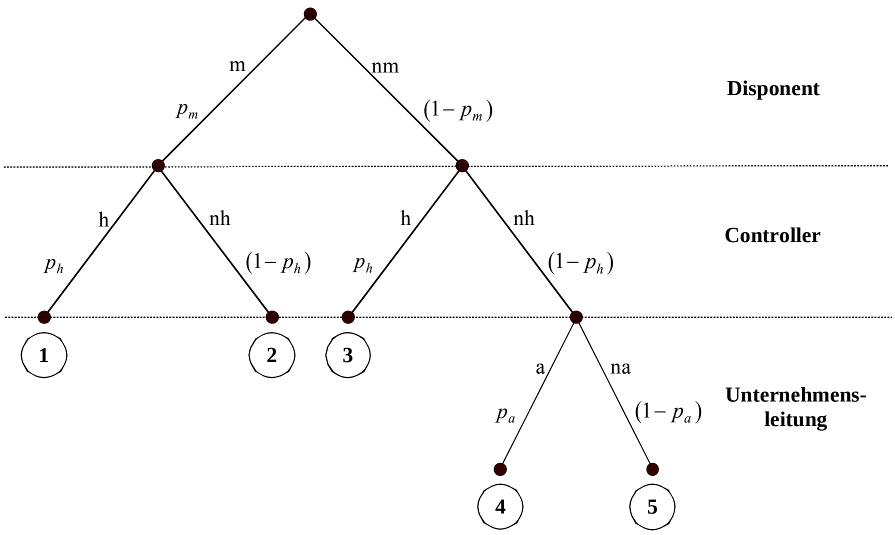

Abbildung 1: Extensiver Spielbaum im modifizierten Inspection Game von FANDEL/TROCKEL (2008)

Dabei bezeichnen die Abkürzungen an den Spielzügen: (m) bzw. (nm) die methodische bzw. nicht-methodische Bestimmung der Bestellmenge durch den Disponenten; (h) bzw. (nh) das hohe bzw. niedrige Prüfniveau des Controllers; (a) bzw. (na) das Aufdecken bzw. Nicht-Aufdecken des Fehlverhaltes der Akteure durch die Unternehmensleitung. An den fünf End-knoten mögen die Auszahlungen gelten:

$$\pi_1(D) = p_h \cdot p_m \cdot (Z + B_D)$$
$$\pi_1(C) = p_h \cdot p_m \cdot (V - K)$$

$$\pi_2(D) = (1 - p_h) \cdot p_m \cdot (Z + B_D)$$
$$\pi_2(C) = (1 - p_h) \cdot p_m \cdot V$$

$$\pi_3(D) = p_h \cdot (1 - p_m) \cdot (Z - S + L)$$
$$\pi_3(C) = p_h \cdot (1 - p_m) \cdot (V - K + B_C)$$

$$\pi_4(D) = p_a \cdot (1 - p_h) \cdot (1 - p_m) \cdot (Z - S + L)$$
$$\pi_4(C) = p_a \cdot (1 - p_h) \cdot (1 - p_m) \cdot (V - S)$$

$$\pi_5(D) = (1 - p_a) \cdot (1 - p_h) \cdot (1 - p_m) \cdot (Z + B_D + L)$$
$$\pi_5(C) = (1 - p_a) \cdot (1 - p_h) \cdot (1 - p_m) \cdot V$$

Da die Wahrscheinlichkeit p_a nicht strategisch von den Akteuren bestimmt werden kann, lassen sich die Knoten 4 und 5 zusammenfassen, und die zugehörige Normalform des Spiels erhält folgendes Aussehen:

Controller / Disponent	hohes Kontrollniveau (h) p_h	geringes Kontrollniveau (nh) $(1-p_h)$
methodisch bestimmte Bestellmenge (m) p_m	$V-K$ / $Z+B_D$	V / $Z+B_D$
nicht-methodisch bestimmte Bestellmenge "on instinct" (nm) $(1-p_m)$	$V+B_C-K$ / $Z-S+L$	$V-p_a \cdot S$ / $Z+B_D+L-p_a \cdot (S+B_D)$

Abbildung 2: Bi-Matrix für den extensiven Spielbaum aus Abbildung 1

Die Symbole bedeuten:

Für den Disponenten:

Z Grundvergütung,

S Strafe, falls die nicht-methodisch durchgeführte Bestimmung der Bestellmenge entdeckt wird (darstellbar durch einen Reputationsverlust oder materielle Einbußen),

B_D Bonus, falls die durchgeführte Tätigkeit des Disponenten vom Controller als korrekt eingestuft wird,

L Mußegewinn, den der Disponent durch seine nicht-methodisch durchgeführte Arbeit erhält,

p_m Wahrscheinlichkeit, dass der Disponent seine Entscheidung methodisch und nicht nach “Gutdünken” (on instinct) durchführt.

Für den Controller:

V Grundvergütung,

K zusätzliche Kosten aufgrund der intensiven Prüfung der vorliegenden Daten,

B_C Bonus, falls der Controller die nicht-methodisch durchgeführte Arbeit des Disponenten als solche aufdeckt,

S Strafe, falls das Management aufdeckt, dass der Controller die nicht-methodische Bestimmung der Bestellmenge durch den Disponenten nicht entdeckt hat, und

p_h Wahrscheinlichkeit, dass der Controller die vorliegenden Daten ordnungsgemäß und intensiv prüft.

Die Wahrscheinlichkeit p_a beschreibt – wie bereits angedeutet –, inwieweit das Management durch Überprüfung herausfindet, dass Disponent und Controller schlecht gearbeitet haben.

Die weitergehende Untersuchung erfolgt nun in zwei Schritten. Zuerst wird das NASH-Gleichgewicht in gemischten Strategien bestimmt, bevor analysiert wird, welchen Einfluss eine Kostenabweichung aufgrund einer falsch bestimmten optimalen Bestellmenge auf die Entscheidungsfindung besitzt. Plant der Disponent schlecht ("on instinct"), so weicht er von q^* ab. Er wird eine Bestellmenge realisieren, die dazu führt, dass die Kosten für das Unternehmen ansteigen. Übersteigt die Kostendifferenz ΔK den Wert ε eines vernachlässigbaren Intervalls, $\Delta K > \varepsilon$, so soll der Fall vorliegen, dass der Disponent schlecht geplant hat – vergleiche dazu die Abbildung 3.

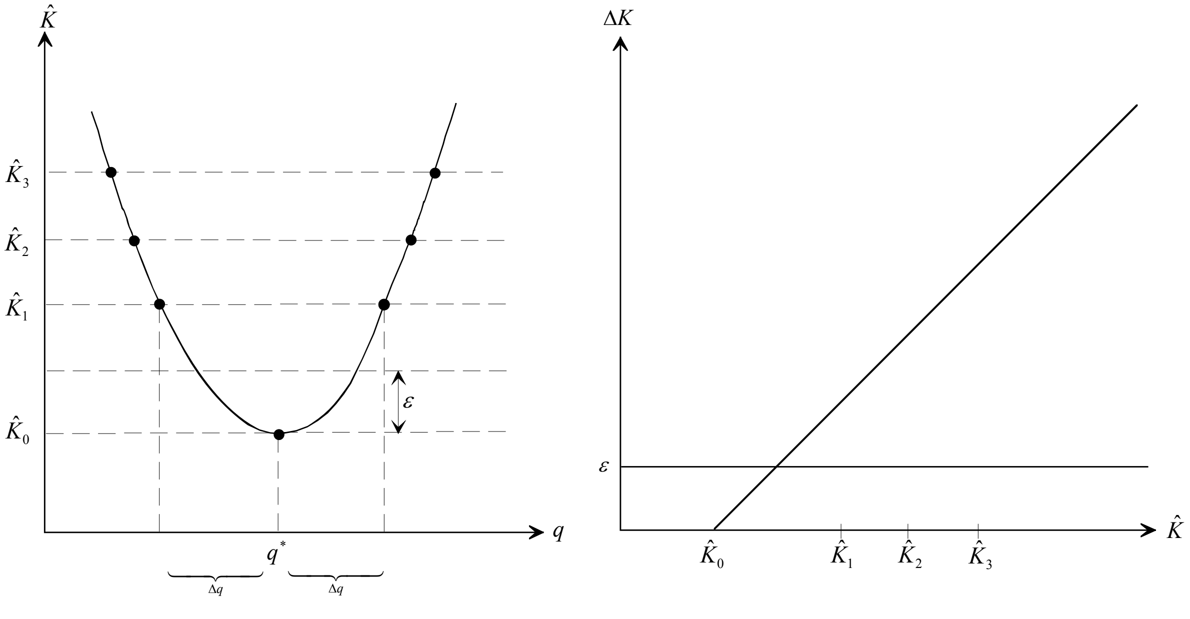

Abbildung 3: Einfluss einer Abweichung von der optimalen Bestellmenge auf die Kosten

Es wird dabei angenommen, dass diese Abweichung in einem linearen und direkten Zusammenhang zu den Bestrafungen S steht. Einen Mußegewinn L erhält der Disponent, wenn er seine Arbeit schnell und ohne Anwendung methodischer Modellierung durchführt. Wird dies jedoch durch eine intensive Kontrolle seitens des Controllers und im Extremfall durch das Management selbst aufgedeckt, so erfährt der Disponent eine Strafe S. Der Controller hingegen wird einen festen Bonus erhalten, falls er falsches Verhalten aufdeckt, so dass dies nicht als Funktion in Abhängigkeit der Kostenabweichung dargestellt werden kann. Erfährt er jedoch eine Bestrafung durch das Management aufgrund eines niedrigen Prüfniveaus bei gleichzeitigem Fehlverhalten und demzufolge Nichtaufdecken der falschen

Berechnung durch den Disponenten, so kann diese Bestrafung als Funktion in Abhängigkeit von der Kostenabweichung definiert werden.
Somit wird untersucht, inwieweit durch bestimmte Konstellationen der Wahrscheinlichkeitswerte $(1-p_m)$ bzw. $(1-p_h)$ die Gefahr gegeben ist, dass Knoten 5 zum NASH-Gleichgewicht wird (Schritt 1). Weiterhin wird dann diskutiert, inwieweit die Kostenabweichungen vom Optimum der Planung diese Wahrscheinlichkeiten beeinflussen (Schritt 2).

Schritt 1:

Es wird das NASH-Gleichgewicht (vgl. NASH 1950) im vorliegenden Spiel unter Berücksichtigung gemischter Strategien über die Berechnung der besten Antwort des einen Spielers auf eine gegebene beste Antwort des zweiten Spielers (vgl. RIECHMANN 2004, S. 27 und S. 84-87) bestimmt. Der Controller erhält dann mit einer Wahrscheinlichkeit p_m unter der Bedingung, dass er intensiv prüft, die Auszahlung $(V-K)$ und mit einer Wahrscheinlichkeit $(1-p_m)$ die Auszahlung $(V-K+B_C)$. Seine erwartete Auszahlung, falls er ein hohes Niveau wählt, ist:

$$\pi_C(\mathrm{h}) = p_m \cdot (V-K) + (1-p_m) \cdot (V-K+B_C).$$

Analog folgt:

$$\pi_C(\mathrm{nh}) = p_m \cdot V + (1-p_m) \cdot (V - p_a \cdot S).$$

Der Auszahlungswert des Spiels für den Controller lässt sich dann durch $\pi_C(p_h, p_m)$ darstellen:

$$\pi_C(p_h, p_m) = p_h \cdot \pi_C(\mathrm{h}) + (1-p_h) \cdot \pi_C(\mathrm{nh}).$$

Die Auszahlungserwartung des Controllers ist damit vollständig bestimmt. Wegen des direkten Zusammenhangs mit einem hohen oder niedrigen Prüfniveau und ohne direkte Interaktion bzgl. des Lagerbestands und der daraus resultierenden Kosten hat der Controller nur Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit p_h. Als notwendige Bedingung für eine maximale Auszahlung muss für p_h gelten:

$$\frac{\partial \pi_C(\bullet)}{\partial p_h} = 0.$$

Löst man die notwendige Bedingung nach der verbliebenen, entscheidungsrelevanten Variablen p_m auf, so erhält man:

$$p_m = \frac{B_C - K + p_a \cdot S}{B_C + p_a \cdot S}.$$

Dieses Ergebnis gibt den Wert für p_m an, für den der Controller indifferent in der Wahl seiner Entscheidung (hohes Prüfniveau, niedriges Prüfniveau) bei jeglicher Entscheidung des Disponenten (methodisch fundierte korrekte Berechnung der Bestellmenge, Entscheidung “on instinct“) ist.

Entsprechend ergibt sich aus

$$\pi_D(p_h, p_m) = p_m \cdot \pi_D(\mathrm{m}) + (1 - p_m) \cdot \pi_D(\mathrm{nm})$$

und der notwendigen Bedingung

$$\frac{\partial \pi_D(\bullet)}{\partial p_m} = 0$$

die Gleichung

$$p_h = \frac{L - p_a \cdot (S + B_D)}{S + B_D - p_a \cdot (S + B_D)}.$$

Anhand dieser Gleichungen kann die Reaktionskorrespondenz (vgl. OSBORNE 2004, S. 35-40, und RIECHMANN 2004, S. 84-87) der beiden Spieler beschrieben werden. Für den Controller erhält man die folgende Strategienübersicht:

$$s_C = \begin{cases} (\mathrm{h}) & \text{für} \quad p_m < \dfrac{B_C - K + p_a \cdot S}{B_C + p_a \cdot S}, \\ (\mathrm{h}, \mathrm{nh}) & \text{für} \quad p_m = \dfrac{B_C - K + p_a \cdot S}{B_C + p_a \cdot S}, \\ (\mathrm{n}) & \text{für} \quad p_m > \dfrac{B_C - K + p_a \cdot S}{B_C + p_a \cdot S}. \end{cases}$$

Analog ergibt sich die Strategienübersicht für den Disponenten:

$$s_D = \begin{cases} (\mathrm{m}) & \text{für} \quad p_h > \dfrac{L - p_a \cdot (S + B_D)}{S + B_D - p_a \cdot (S + B_D)}, \\ (\mathrm{m}, \mathrm{nm}) & \text{für} \quad p_h = \dfrac{L - p_a \cdot (S + B_D)}{S + B_D - p_a \cdot (S + B_D)}, \\ (\mathrm{nm}) & \text{für} \quad p_h < \dfrac{L - p_a \cdot (S + B_D)}{S + B_D - p_a \cdot (S + B_D)}. \end{cases}$$

Wie erkennbar wird, ist in den optimalen Strategienkombinationen der beiden Spieler immer noch der Fall möglich, dass nicht-methodisches Planen des Disponenten durch ein niedriges Prüfniveau des Controllers nicht aufgedeckt wird. Hierin unterscheidet sich – neben dem lateralen Konflikt – die Modellierung des vorliegenden Inspection Game von der ursprünglichen Version. Dieser Ansatz hier zeigt auf, dass auch der Controller in einem lateralen Inspection Game nicht unbedingt im Sinne der Gewinnmaximierung des Unternehmens handeln muss. Sinkt hingegen die Wahrscheinlichkeit eines Aufdeckens schlechter Verhaltensweisen beider Akteure $(p_a \to 0)$, so erhält man das herkömmliche NASH-Gleichgewicht, das bereits bei FANDEL/TROCKEL (2008) untersucht worden ist.

Im Folgenden wird nun diskutiert, wie sich das NASH-Gleichgewicht gestaltet. Aufgrund der oben dargestellten besten Antworten ergibt sich das nachfolgende Reaktionsschema (Abbildung 4). Dabei wird deutlich, dass unter den Bedingungen $K > 0$, $B_C > K - p_a \cdot S$,

$B_D > L - S$ und $L > p_a \cdot (S + B_D)$ kein Gleichgewicht in reinen Strategien existiert. Dann muss, wie bereits oben bestimmt, die Abschätzung anhand der strategischen Wahrscheinlichkeiten p_h und p_m erfolgen.

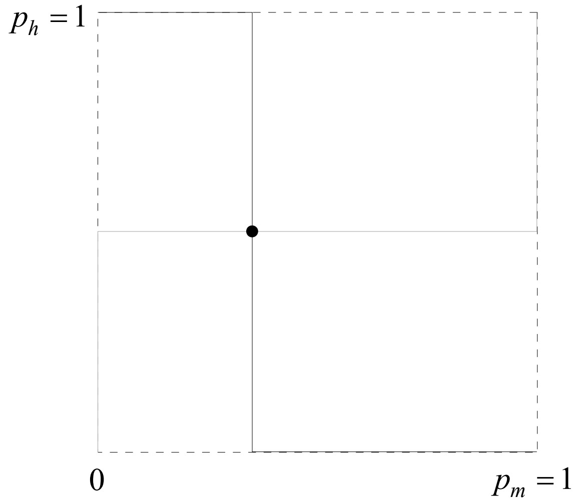

Abbildung 4: Reaktionsschema zum NASH-Gleichgewicht im modifizierten Inspection Game

Schritt 2:

In diesem Schritt wird nun untersucht, welche Auswirkungen einzelne Parameter auf die Lösung des Spiels und folglich auf das vorliegende NASH-Gleichgewicht aufweisen. Zuerst wird die Bestrafung der beiden Spieler infolge der Kostenabweichung, die sich aufgrund einer nicht korrekt gewählten Bestellmenge ergibt, modelliert. Dabei wird im Folgenden $S = c_D \cdot \Delta K$ für den Disponenten und $S = c_C \cdot \Delta K$ für den Controller unterstellt. c_D bezeichne den Faktor der Bestrafung für den Disponenten und c_C den für den Controller. Aus Vereinfachungsgründen wird weiter davon ausgegangen, dass $c_D = c_C = 1$ gilt, da diese Analyse die Auswirkungen der Kostenabweichung und nicht die eines Vielfachen einer Bestrafung untersuchen soll. Als Gleichgewichtspunkt in gemischten Strategien erhält man dann

$$\left(p_h^*,\ p_m^*\right) = \left(\frac{L - p_a \cdot (\Delta K + B_D)}{(1 - p_a) \cdot (\Delta K + B_D)}, \frac{B_C - K + p_a \cdot \Delta K}{B_C + p_a \cdot \Delta K} \right).$$

Anhand dieses Gleichgewichts wird im Folgenden untersucht, welchen Einfluss die exogenen Parameter p_a und S bzw. die vom Disponenten verursachte Kostenabweichung ΔK auf diesen Gleichgewichtszustand nehmen.

Eine höhere Kostenabweichung auf das vorliegende NASH-Gleichgewicht ergibt eine Verschiebung des Gleichgewichts im oben dargestellten Diagramm nach rechts unten. Dies bedeutet, dass mit zunehmendem ΔK die Wahrscheinlichkeit eines methodischen Vorgehens seitens des Disponenten zunimmt, jedoch die Wahrscheinlichkeit für eine intensive Kontrolle durch ein hohes Prüfniveau des Controllers abnimmt:

$$\frac{\partial p_m^*}{\partial \Delta K} \geq 0 \text{ und } \frac{\partial p_h^*}{\partial \Delta K} \leq 0. \quad (*)$$

Beweis:

Für die Strategie des Disponenten:

$$\frac{\partial p_m^*}{\partial \Delta K} = \frac{p_a \cdot (B_C + p_a \cdot \Delta K) - p_a \cdot (B_C + p_a \cdot \Delta K - K)}{(B_C + p_a \cdot \Delta K)^2}$$

$$= \frac{\overbrace{p_a \cdot K}^{1)}}{\underbrace{(B_C + p_a \cdot \Delta K)^2}_{2)}} \geq 0.$$

Ist die Bedingung erfüllt, dass die exogen gegebene Wahrscheinlichkeit p_a zwischen Null und Eins liegt – dann sind 1) und 2) immer positiv –, so folgt aufgrund einer Erhöhung der Bestrafung bei höherer Kostenabweichung, dass die Wahrscheinlichkeit des methodischen Vorgehens seitens des Disponenten steigt.

Für die Strategie des Controllers:

$$\frac{\partial p_h^*}{\partial \Delta K} = \frac{-p_a \cdot ((1-p_a) \cdot (\Delta K + B_D)) - (L - p_a \cdot (\Delta K + B_D)) \cdot (1-p_a)}{((1-p_a) \cdot (\Delta K + B_D))^2}$$

$$= \frac{\overbrace{L \cdot (p_a - 1)}^{3)}}{\underbrace{(1-p_a)^2 \cdot (\Delta K + B_D)^2}_{4)}} \leq 0.$$

Für jegliches $p_a \in (0,1)$ folgt, dass 3) negativ ist, falls der Mußegewinn L positiv ist. Aufgrund der Quadrierung des jeweiligen Faktors ist 4) für alle $p_a \neq 1$ positiv. Demzufolge sinkt mit steigender Kostenabweichung die Gleichgewichtswahrscheinlichkeit, dass der Controller ein hohes Prüfniveau wählt. Der Gleichgewichtspunkt in dem modifizierten Inspection Game wandert nach rechts unten (vergleiche Abbildung 5). □

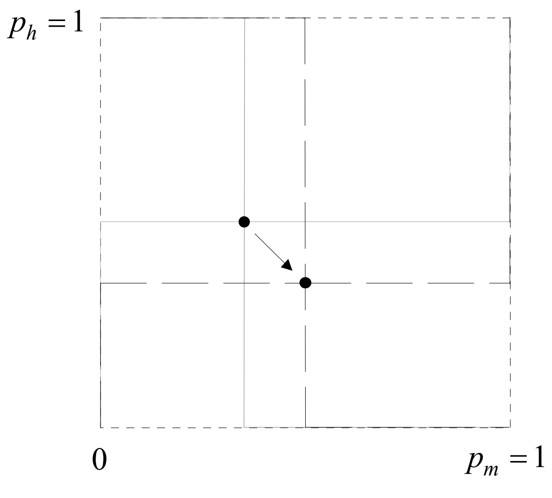

Abbildung 5: Auswirkungen einer steigenden Kostenabweichung auf das NASH-Gleichgewicht

Eine höhere mögliche Kostenabweichung bzw. eine höhere Bestrafung veranlasst den Disponenten dazu, die optimale Bestellmenge q^* bzw. eine derart geringe Abweichung von dieser zu realisieren, so dass die Bedingung $\Delta K < \varepsilon$ erfüllt wird. Dabei bezeichnet ε weiterhin das Intervall, in dem eine Kostenabweichung vom Minimum keinerlei Auswirkungen auf die Auszahlungen der Spieler hat, da nahezu der optimale Gewinn erreicht wird (vgl. STADTLER 2007). Der Controller wird daraufhin nicht mehr intensiv prüfen. Dies kann unter Umständen dazu führen, dass der Fehler des Disponenten bei der Bestimmung der optimalen Bestellmenge unentdeckt bleibt.

Ein weiterer Effekt, der in diesem Zusammenhang sichtbar wird, ist, dass sich bei einer höheren (kleineren) vorgegebenen Entdeckungswahrscheinlichkeit p_a die Gleichgewichtswahrscheinlichkeiten bezüglich einer Änderung der Kostenabweichung das NASH-Gleichgewicht schneller (langsamer) verändert. Dies bedeutet, dass mit zunehmendem ΔK die Wahrscheinlichkeit eines methodischen Vorgehens seitens des Disponenten schneller zunimmt, wenn gleichzeitig die Aufdeckwahrscheinlichkeit größer wird. Mit steigendem ΔK sinkt hingegen die Wahrscheinlichkeit eines intensiven Prüfens seitens des Controllers schneller für ein höheres vorgegebenes p_a:

a) $\dfrac{\partial p_h^*}{\partial p_a} < 0 \quad \text{und} \quad \dfrac{\partial^2 p_h^*}{\partial \Delta K \partial p_a} < 0 \quad (**)$

b) $\dfrac{\partial p_m^*}{\partial p_a} > 0 \quad \text{und} \quad \dfrac{\partial^2 p_m^*}{\partial \Delta K \partial p_a} > 0 \quad (***)$

a) Für die Strategie des Controllers:

$$\frac{\partial p_h^*}{\partial p_a} = \frac{L - \Delta K - B_D}{(1-p_a)^2 \cdot (\Delta K + B_D)} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 p_h^*}{\partial \Delta K \partial p_a} = \frac{-L}{(1-p_a)^2 \cdot (\Delta K + B_D)^2} .$$

Demzufolge ergibt sich, dass der Controller bei einer höheren Aufdeckwahrscheinlichkeit seitens der Unternehmensleitung nicht mehr so intensiv prüfen muss, da laut Annahme $B_D > L - \Delta K = L - S$ gilt. Diese Veränderung bei einer höheren Wahrscheinlichkeit p_a bewirkt einen fallenden Verlauf der Gleichgewichtswahrscheinlichkeit des intensiven Prüfens $p_h(p_a)$ (vgl. **). In Verbindung mit (*) bewirkt dies, dass bei einer höheren Aufdeckwahrscheinlichkeit p_a die Wahrscheinlichkeit $p_h(p_a, \Delta K)$ mit einer steigenden Kostenabweichung stärker sinkt (vgl. dazu Abbildung 6).

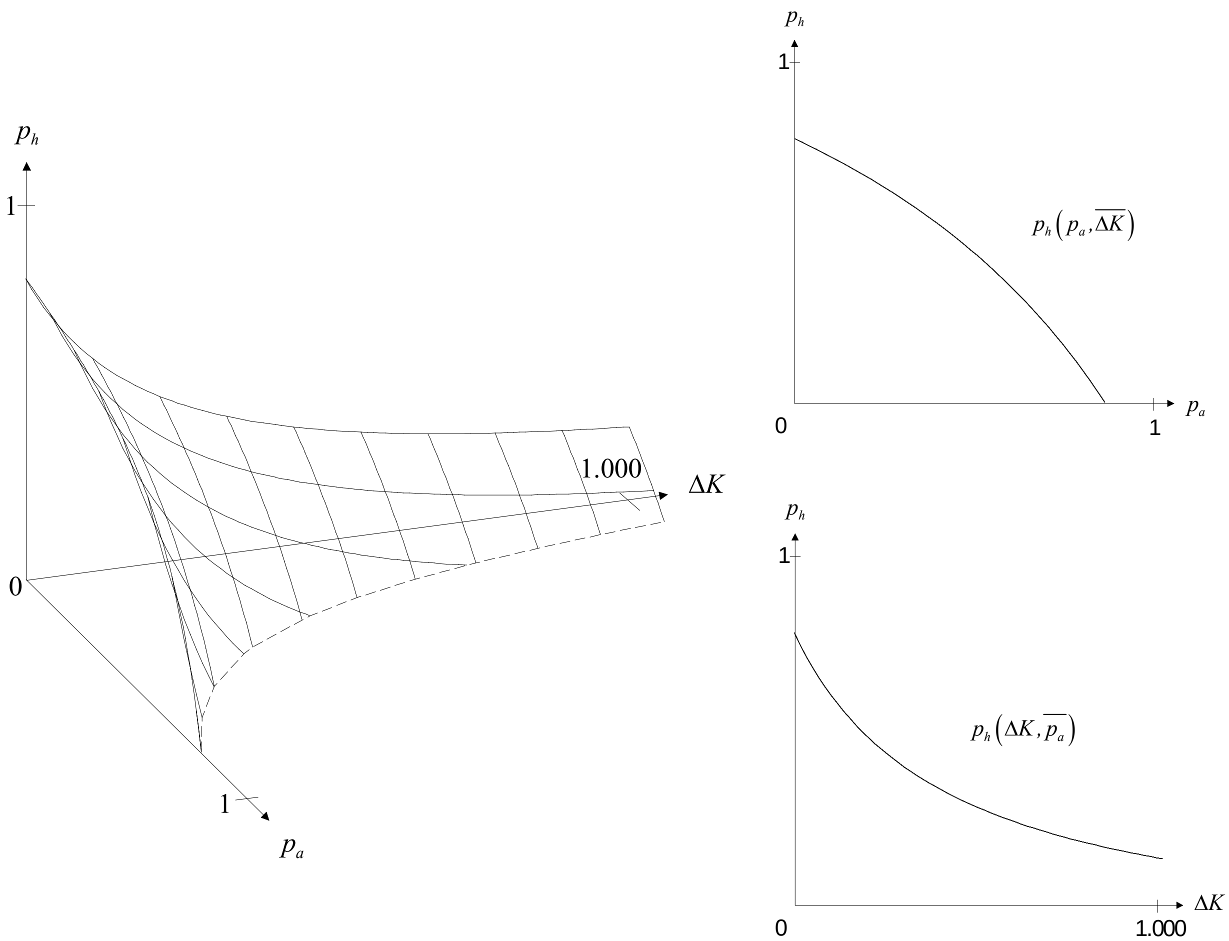

Abbildung 6: Änderung des Verlaufs zwischen ΔK und p_h aufgrund einer Erhöhung der exogenen Wahrscheinlichkeit p_a

b) Für die Strategie des Disponenten:

$$\frac{\partial p_m^*}{\partial p_a} = \frac{K \cdot \Delta K}{\left(B_C + p_a \cdot \Delta K\right)^2} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 p_m^*}{\partial \Delta K \partial p_a} = \frac{K \cdot \left(B_C - p_a \cdot \Delta K\right)}{\left(B_C + p_a \cdot \Delta K\right)^3}.$$

Hier folgt, dass durch eine höhere exogene Wahrscheinlichkeit p_a die Wahrscheinlichkeit einer methodischen Bestimmung der optimalen Bestellmenge $p_m\left(p_a\right)$ erhöht wird (vgl. ***). Eine Zunahme der Aufdeckwahrscheinlichkeit hat abnehmende Zuwächse bei p_m zur Folge, d.h. dass mit einem höheren p_a eine Kostenabweichung einen höheren Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit $p_m\left(p_a,\Delta K\right)$ ausübt. Daraus folgt, dass $p_m\left(p_a,\Delta K\right)$ für ein höheres p_a mit steigendem ΔK stärker ansteigt (vgl. Abbildung 7).

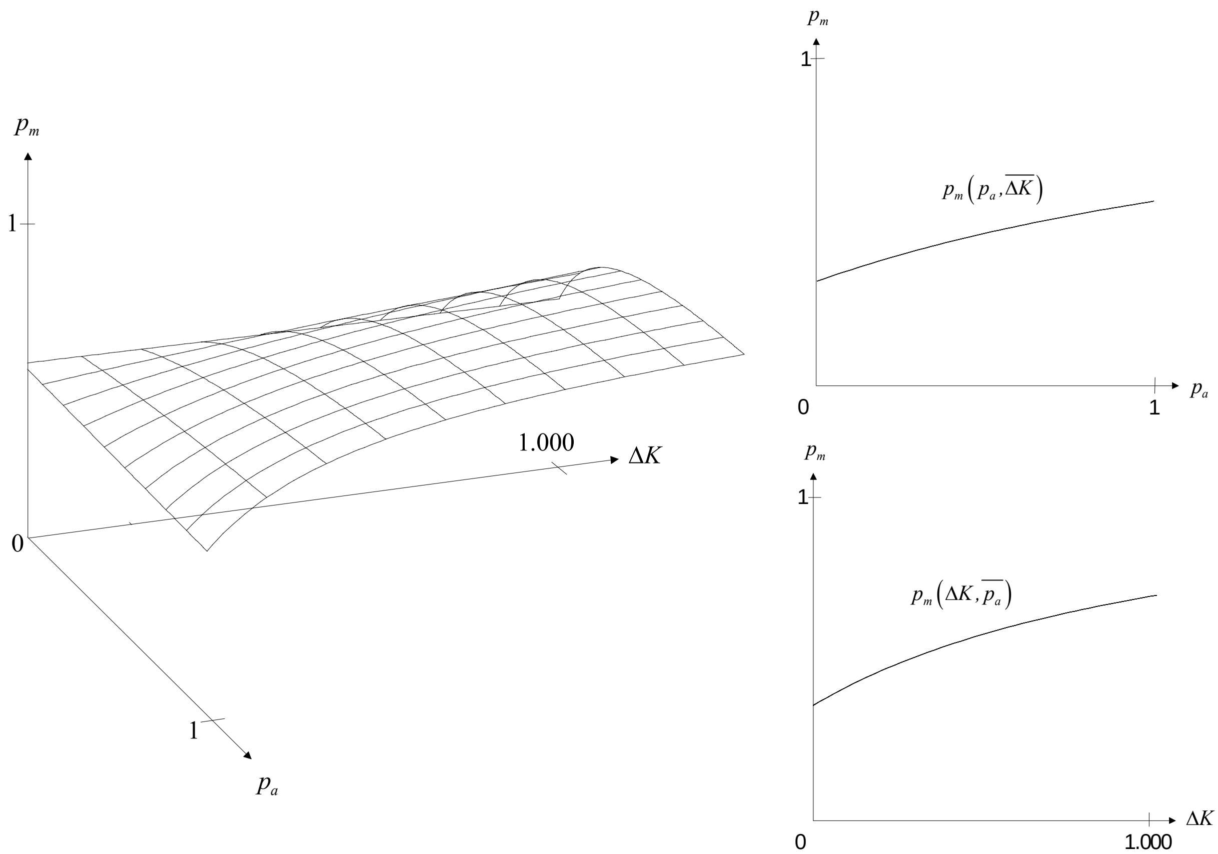

Abbildung 7: Änderung des Verlaufs zwischen ΔK und p_m aufgrund einer Erhöhung der exogenen Wahrscheinlichkeit p_a

3. Fazit

In diesem Beitrag wird gezeigt, welchen Einfluss hohe Kostenabweichungen auf das Verhalten eines Disponenten und eines Controller haben. In dem spieltheoretischen Modell wird analysiert, wie das NASH-Gleichgewicht in gemischten Strategien in Richtung der Strategienkombination (methodische Bestimmung der Bestellmenge, niedriges Prüfniveau) mit höheren Kostenabweichungen und demzufolge aufgrund des linearen Zusammenhangs mit höheren Strafzahlungen wandert. Setzt die Unternehmensleitung hohe Strafen für Fehlverhalten an, so kann zwar nicht ganz ausgeschlossen werden, dass der Disponent und der Controller keinen im Unternehmenssinne maximalen Gewinn realisieren, aber es wird zumindest die Wahrscheinlichkeit der Gefahr von nicht korrektem Verhalten erheblich reduziert. Ist die exogene Wahrscheinlichkeit des Aufdeckens des Fehlverhaltens beider Spieler sehr hoch, so wird ein NASH-Gleichgewicht in der Nähe der reinen Strategie (methodische Bestimmung der Bestellmenge, niedriges Prüfniveau) und demzufolge p_m nahe Eins und p_h nahe Null realisiert. Um eine Situation zu vermeiden, in der höhere Kosten aufgrund eines bewussten Abweichens des Disponenten von der methodischen Bestimmung der optimalen Bestellmenge vorliegen, sollte auch die Unternehmensleitung ihre Aufgaben mit einem hohen Prüfniveau durchführen, um diesem Fehlverhalten vorzubeugen.

Referenzen

1. Avenhaus, R., Cauty, M., Kilgour, D. M., von Stengel, B., Zamir, S., 1996. Inspection Games in Arms Control. *European Journal of Operations Research*, 90, 383-394.
2. Avenhaus, R., Stengel, B., Zamir, S., 2002. Inspection Games. In: Aumann, R. J., Hart, S., (Eds.). *Handbook of Game Theory*, 3, Amsterdam: North-Holland, 1947-1987.
3. Biermann, B., 2006. *Die Anwendung spieltheoretischer Methoden zur Definition eines optimalen Kontrolldesigns*. Dissertation, Norderstedt: Books on Demand GmbH.
4. Borch, K., 1982. Insuring and Auditing the Auditor. In: Deistler, M., Fürst, E., Schwödiauer, G., (Eds.). *Games, economic dynamics, time series analysis*. Wien: Physica, 117-126.
5. Dresher, M., 1962. *A sampling inspection problem in arms control agreements: a game-theoretic analysis*. Memorandum No. RM-2972-ARPA, Washington: RAND Corporation.
6. Fandel, G., Trockel, J., 2008. *Stockkeeping and controlling under game theoretic aspects*. Discussion paper, No. 420, FernUniversität in Hagen.
7. Fudenberg, D., Tirole, J., 2007. *Game theory*. Camebridge, Mass. [u.a.]: MIT Press.
8. Nash, J., 1951. Non-cooperative Games. *Annals of Mathematics*, 54, 286-295.
9. Osborne, M. J., 2004. *An introduction to Game Theory*. Oxford [u. a.]: Oxford University Press.
10. Riechmann, T., 2002. *Spieltheorie*, München: Vahlen.
11. Rinderle, K., 1996. *Mehrstufige sequentielle Inspektionsspiele mit statistischen Fehlern erster und zweiter Art*. Dissertation, Hamburg: Kovač.
12. Stadtler, H., 2007. How important is it to get the lot size right? *Zeitschrift für Betriebswirtschaft*, 77, 407-416.