1. Es sei $a_n \in \mathbb{R}$ für n %element $\mathbb{N}$. Betrachten Sie die folgenden Aussagen.

   1. Ist die Folge (a_n) konvergent , so ist sie auch beschränkt.
   2. Ist die Folge (a_n) konvergent so ist sie auch Monoton.
   3. Ist die Folge (a_n) Monoton, so ist sie auch konvergent.
   4. Ist die Folge (a_n) Monoton und beschränkt, so ist sie auch konvertgent.

   a)
   Welcher dieser Aussagen sind richtig? (2 Pkt)
   b)
   Begründen Sie Atnwort 2 und 3. (2 Pkt)
   c)
   Untersuchen Sie, ob die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{2^n}$ konvergiert. (2 Pkt)
   (von n= 1 bis unendlich.)

2. Sei $a \in \mathbb{R}$ und sei $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) := (a+x^2)e^x$ ($e = e^1 = exp1$ bezeichnet die Eulerische Zahl)
   a)
   Berechnen Sie f'(x) für jedes x $\in \mathbb{R}$. (1 Pkt)
   b)
   Bestimmen Sie möglichst große Intervalle, in denen f monoton ist. (Hier müssen Sie verschiedene Fälle für den Parameter a unterscheiden). (3 Pkt)
   c)
   Bestimmen Sie $\int_1^0 (a+x^2)e^x \, dx$ mit Hilfe der Regel über die Partielle Integration.
   (2 Pkt)

3. a)
   i)
   Es sei $b \in \mathbb{N}$, b>1 ,zv %element {ß,1,...,b-1} v= 0,1,...,k-1. Wie ist die K-stellige Zahl n zur Basis b mit Ziffern $z_{0,\ldots}, z_{k-1}$. (k-stellige b-adische Darstellung) definiet?
   (1 Pkt)
   ii)
   Es sei $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ eine beliebige Basis $e \in \mathbb{Z}$ ein Exponent. Geben Sie die Gleitkomma Darstellung von x bezgl β an. (1 Pkt)

   b)
   Gegeben sei die Gleichung
   $2\cos x = x$
   i)
   Zeigen Sie, das die Gleichung im Intervall ($0, \frac{\pi}{2}$)genau eine Lösung ξ besitzt. (2 Pkt)

ii)
Wenden Sie zur Bestimmung einer Näherung für ξ das Newton- Verfahren mit dem Startwert $x_a = \frac{\pi}{2}$ an. Führen Sie ein Iterationsschritt durch.

4.
a) Entscheiden Sie über die Richtigkeit folgender Aussagen.

I) Das Interpolationspolynom durch die Punkte

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	0	1	2	9	16

(2 Pkt)
ii)
Für die lagrange- Grundpolynome $l_{0,\ldots}, l_n \in \Pi_n$ gilt:

$$l_\nu(x_\mu) = \begin{cases} 0 \; für \; \nu = \mu \\ 1 \; für \; \nu \,!= \mu \end{cases}$$ (%ny,%my=0,...,n) mit Stützstellen x_μ .

b)
Sei $A := \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ und $b := \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$ lösen Sie das lineare Gliechungssystem $A_x = b$ mit dem Gauß Algorythmus mit Spalten-Pivotisierung.
(4 Pkt)

5. Sei Ω ={0,1,2,3} das W-Mass P auf Omega gegeben durch

w	0	1	2	3
P({w})	1/2	1/4	1/8	1/8

Sei Ω , x Ω , P kreuzkringel P der Produktraum und sei
T: Ω x Ω -> {0,1,2,3,4,5,6} die durch T(w_1 , w_2)= w_1 + w_2 definierte Abbildung.

a) (2 Punkte)
Sei A={0,1} und B={2,3}. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten

P(A)= _____ = _____
P(B)= _____ = _____
P kreuzkringel P(A x B)=_____ = _____

b) (2 Punkte)
Bestimmen Sie die folgenden Urbildmengen:

T^{-1} ({6}) = _____
T^{-1} ({5}) = _____
T^{-1} ({4}) = _____

c) (2 Punkte)

Sei P*P das Faltungsprodukt von P mit sich selbst. Bestimmen Sie die folgenden Wahrscheinlichkeiten:

P*P ({6}) = _____ = _____
P*P ({5}) = _____ = _____
P*P ({4}) = _____ = _____

6.

Sei Ω ={0,1,2,3,4}

w 0 1 2 3 4
P({w}) 1/15 2/15 3/15 4/15 5/15

Die Zufallsvariable X: Ω -> $\mathbb{R}$ sei definiert durch X(w)=w.

Bestimmen Sie:

a) (2 Pkt)

E(X) = _____
E(X2) = _____

b) Formulieren Sie den Verschiebungssatz für die Zufallszahl X und bestimmen Sie die Varianz V(X). (je 2 Punkte)

_____

V(X)=_____ = _____ = _____