Mathematik für Informatiker II (Bachelor)
Fernuni Hagen - Kurs 1152
Klausur 20.08.2005

Ohne Gewähr. Auf der Basis von Notizen, sollte aber vollständig sein.

Analysis

Aufgabe 1)

Es sei $a_n \in \mathbb{R}$ für $n \in \mathbb{N}$

(1) Ist die Folge (a_n) konvergent, so ist sie auch beschränkt

(2) Ist die Folge (a_n) konvergent, so ist sie auch monoton

(3) Ist die Folge (a_n) monoton, so ist sie auch konvergent

(4) Ist die Folge (a_n) monoton und beschränkt, so ist sie auch konvergent

a) Welche der Aussagen (1)-(4) ist wahr, welche falsch? **[2P]**

b) Begründe die Antwort zu (2) und (3) **[2P]**

c) Konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty}(n^2+1)/2^n$? **[2P]**

Aufgabe 2)

Es sei $a \in \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) := (a+x^2)\, e^x$

a) Gebe $f'(x)$ für jedes $x \in \mathbb{R}$ an **[1P]**

b) Berechne möglichst große Intervalle, in denen f monoton ist (Unterscheide verschiedene Fälle für a) **[3P]**

c) Bestimme das Integral $\int_0^1 (a+x^2)\, e^x \, dx$ mittels der Regel für partielle Integration **[2P]**

Numerik

Aufgabe 3)

a)

i) Es sei $b \in \mathbb{N}$, $b>1$, $z_\nu \in \{0,1,...,b-1\}$, $\nu=0,1,...,k-1$

Wie ist die k-stellige Zahl n zur Basis b mit den Ziffern $z_0, ..., z_{k-1}$ definiert? **[1P]**

ii) $\beta \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ sei eine beliebige Basis, $e \in \mathbb{Z}$ ein Exponent

Gib die Gleitkommadarstellung von x bezüglich β an **[1P]**

b) gegeben sei die Gleichung $2*\cos(x) = x$

i) Zeige, daß die Gleichung im Intervall $(0,\pi/2)$ genau eine Lösung ξ besitzt. **[2P]**

ii) Bestimme eine Näherung für ξ nach dem Newtonverfahren mit Startwert $x_0=\pi/2$. Führe einen Schritt aus. **[2P]**

Aufgabe 4)

a) Wahr oder falsch? **[2P]**

i) Das Interpolationspolynom durch die Punkte

x_i	-2	-1	0	1	2
y_i	0	1	4	9	16

ist ein Polynom von genauem Grad 4.

ii) Für die Lagrange-Grundpolynome $l_0,...,l_n \in \Pi_n$ gilt:

$l_\nu(x_\mu)$ { 0, für $\nu=\mu$ und 1, für $\nu \neq \mu$

$(\nu,\mu=0,...,n)$ mit Stützstellen x_μ

b) Löse das Gleichungssystem Ax=b mittels Gauß-Algorithmus mit Spalten-Pivotisierung: **[4P]**

$$A := \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad b := \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Stochastik

Aufgabe 5)

Ω:={0,1,2,3} und das W-Maß P auf Ω gegeben durch folgende Tabelle:

ω	0	1	2	3
P({ω})	1/2	1/4	1/8	1/8

Sei ($\Omega\times\Omega$, P$\otimes$P) der Produktraum und sei T: $\Omega\times\Omega \to$ {0,1,2,3,4,5,6} die durch $T(\omega_1,\omega_2) := \omega_1 + \omega_2$ definierte Abbildung.

a) Sei A:={0,1} und B:={2,3}. Bestimme die folgenden Wahrscheinlichkeiten: **[2P]**

P(A) = _____ = _____
P(B) = _____ = _____
P$\otimes$P(A×B) = _____ = _____

b) Bestimme die folgenden Urbildmengen: **[2P]**

T^{-1}({6}) =
T^{-1}({5}) =
T^{-1}({4}) =

c) Sei P*P das Faltungsprodukt von P mit sich selbst. Bestimme die folgenden Wahrscheinlichkeiten: **[2P]**

P * P({6}) = _____ = _____
P * P({5}) = _____ = _____
P * P({4}) = _____ = _____

Aufgabe 6)

Sei Ω:={0,1,2,3,4} und das W-Maß durch folgende Tabelle eingeführt:

ω	0	1	2	3	4
P({ω})	1/15	2/15	3/15	4/15	5/15

Die Zufallsvariable X:$\Omega\to$**|R** sei definiert durch X(ω):=ω.

a) Bestimme: **[2P]**

E(X) = _____ = _____
E(X^2) = _____ = _____

b) Formuliere den Verschiebungssatz für die Zufallsvariable X und bestimme die Varianz V(X):

_____ **[2P]**
V(X) = _____ = _____ = _____ **[2P]**