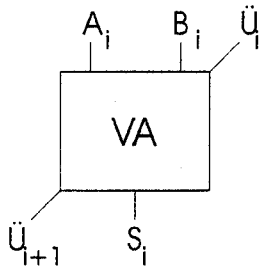
Kurs 1701: Grundlagen der Technischen Informatik

AUFGABENSAMMLUNG ZUR NACHKLAUSUR AM 13.09.97

Aufgabe 1: (20 Punkte)

a) Ein Volladdierer, dessen Schaltsymbol unten abgebildet ist, dient zur Addition von Binärzahlen. Für die Funktion des Volladdierer gilt:

$$(Ü_{i+1}, S_i) = (A_i) + (B_i) + (Ü_i)$$



1. Geben Sie die Wertetabelle eines Volladdierers an. (3 Punkte)

2. Geben Sie Formeln für die Ausgänge $Ü_{i+1}$ und S_i an. Verwenden Sie dabei die bekannten boolschen Operatoren (UND, ODER, NICHT, ANTIVALENZ, ÄQUIVALENZ) (5 Punkte)

3. Zeichnen Sie den Schaltplan eines Volladdierers, wobei nur einfache Gatter (2 Eingänge bzw. 1 Eingang (NICHT)) verwendet werden dürfen. (2 Punkte)

b) Die Formel

$$f(x_n, ..., x_1) = x_i \wedge f(x_n, ..., x_{i+1}, 1, x_{i-1}, ..., x_1) \vee \bar{x}_i \wedge f(x_n, ..., x_{i+1}, 0, x_{i-1}, ..., x_1)$$

ist Ihnen aus dem Kurs bereits unter dem Namen *Shannonscher Entwicklungssatz* bekannt.

1. Beweisen Sie den Shannonschen Entwicklungssatz für n=2 Variablen (x_2, x_1). (2 Punkte)

2. Beweisen Sie den Shannonschen Entwicklungssatz für n Variablen (x_n, ..., x_1). (Hinweis: Betrachten Sie die beiden Fälle x_i=1 und x_i=0 getrennt). (8 Punkte)

Aufgabe 2: (20 Punkte)

Der (endliche) Körper Z/7Z besteht aus den Elementen {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}. Die Multiplikation auf Z/7Z wird wie folgt definiert:

f: Z/7Z -> Z/7Z

(x,y) |-> (x * y) modulo 7

(* steht für die „übliche" Multiplikation auf der Menge Z der ganzen Zahlen).

1. Berechnen Sie die Funktion f für alle 49 Elemente von Z/7Z x Z/7Z. Geben Sie die Ergebnisse in Form einer Wertetabelle an. (2 Punkte)

2. Die Elemente von Z/7Z sollen nun wie folgt binär kodiert werden:

	b3b2b1
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110

Erstellen Sie mit Hilfe der angegebenen Kodierung die Wertetabelle aus a) erneut. Die Tabelle sollte von dieser Form sein: (3 Punkte)

x3x2x1 y3y2y1	z3z2z1

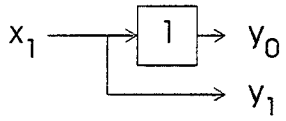
1. Geben Sie für alle z*i* (*i* = 3,2,1) alle Primterme, alle Kernimplikanten sowie eine kürzeste disjunktive Normalform (DNF) an. Verwenden Sie hierzu das Verfahren von Quine-McCluskey. (15 Punkte)

Aufgabe 3: (20 Punkte)

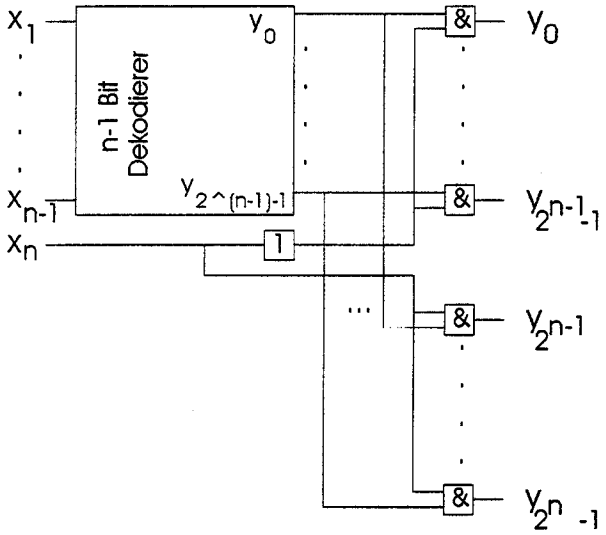
Ein *Dekodierer* ist ein Schaltnetz mit n Eingängen $x=(x_n, \ldots, x_1)$ und 2^n Ausgängen $y=(y_{(2^n)-1}, \ldots, y_0)$, welches die folgende Funktionalität besitzt:

- Für alle i (i=0... (2^n)-1) gilt: Der Ausgang y_i ist genau dann 1, wenn die Belegung $(x_n, \ldots, x_1)$ die Zahl i als Binärzahl darstellt. Ansonsten ist der Ausgang y_i 0. (Hinweis: Es ist immer genau ein Ausgang y_i 1, während alle anderen Ausgänge 0 sind).

Im Fall n=1 sieht ein Dekodierer folgendermaßen aus:



Für den allgemeinen Fall kann man einen n-Bit Dekodierer wie folgt rekursiv aufbauen:



a) Beweisen Sie unter der Annahme, daß der n-1 Bit Dekodierer korrekt ist, daß obige Schaltung korrekt ist. (5 Punkte)

b) Zeichnen Sie den Schaltplan eines Dekodierers für den Fall n=3. Verwenden Sie dazu nur einfache AND-Gatter (2 Eingänge) sowie NOT-Gatter. (10 Punkte)

c) Was sind die Unterschiede zwischen einem Dekodierer und einem Demultiplexer ? (5 Punkte)

Aufgabe 4: (20 Punkte)

Sei $T = b_1 \ldots b_n$ eine Folge von Bits, b_i aus {0,1}, n = 2^k, k eine natürliche Zahl. Folgender rekursiver Algorithmus zählt die führenden Nullen (LZ(T)) in der Folge T:

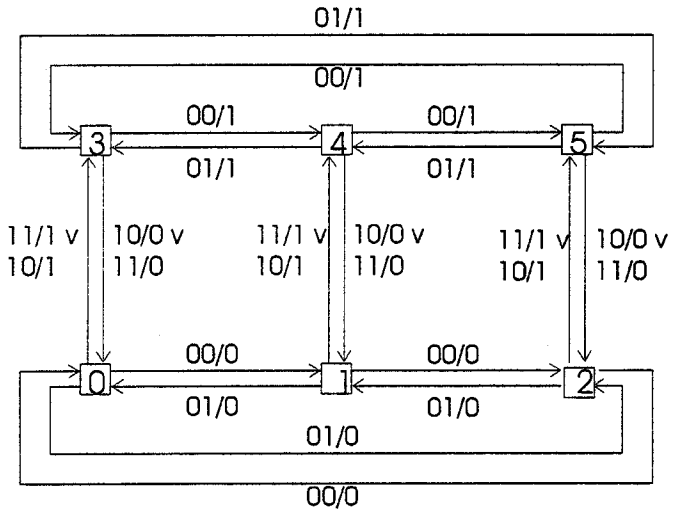
- Teile $T = b_1 \ldots b_n$ in zwei Teilfolgen $T1 = b_1 \ldots b_{n/2}$ und $T2 = b_{n/2+1} \ldots b_n$.
- Bestimme die Anzahl der führenden Nullen in T1 (LZ(T1)) und T2 (LZ(T2)).
- Bestimme die Anzahl LZ(T) wie folgt:
    - LZ(T) = LZ(T1), falls es in T1 eine 1 gibt.
    - LZ(T) = LZ(T1) + LZ(T2), falls T1 nur aus Nullen besteht.

1. Geben Sie einen Schaltkreis LZ_n an, der entsprechend obigen Algorithmus die Anzahl der führenden Nullen aus einer Folge von n Bits bestimmt. Benutzen Sie dazu die Schaltkreise $LZ_{n/2}$, $ZERO_{n/2}$ (liefert 1, wenn an allen n/2 Eingängen Nullen anliegen, 0 sonst), sowie (k[redacted])- Bit Addierer und (k+1)-Bit Multiplexer. (15 Punkte)

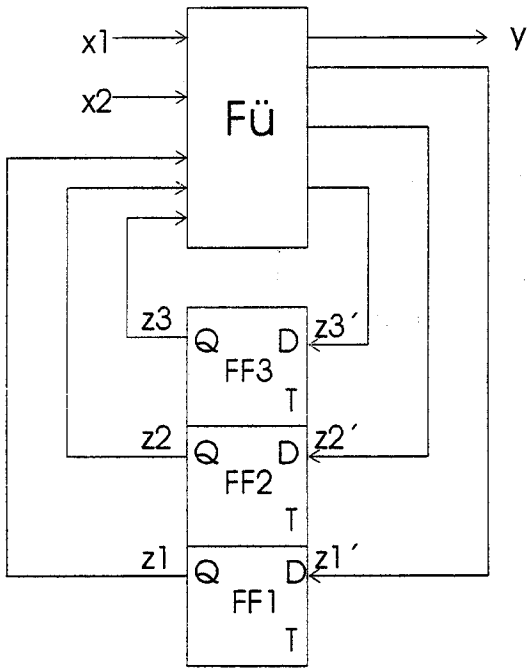
2. Realisieren Sie den Schaltkreis LZ_2 mit einfachen Gattern. (5 Punkte)

- **Aufgabe 5: Schaltwerke (20 Punkte)**

In der folgenden Abbildung ist der Übergangsgraph eines Schaltwerks dargestellt. Dieses Schaltwerk besitzt die Zustände 0,1,2,3,4,5, zwei Eingänge x1,x2 sowie einen Ausgang y. Die einzelnen Kanten sind mit den Werten der Eingänge und des Ausgangs (in der Form x2x1/y) markiert.



Dieser Übergangsgraph soll mit einem Automaten der folgenden Form realisiert werden:



Der Zustand Z wird in 3 Flip-Flops (z3,z2,z1) gespeichert, wobei taktgesteuerte D-Flip-Flops verwendet werden. Die Übergangsfunktion Fü berechnet aus dem aktuellen Zustand (z3, z2, z1) und dem Wert der Eingänge (x2, x1) den nächsten Zustand (z3´, z2´, z1´) sowie den Wert des Ausgangs (y).

a) Geben Sie die Wertetabelle der Übergangsfunktion Fü in Abhängigkeit des Zustands z (repräsentiert durch z3, z2, z1) sowie der beiden Eingänge x1, x2 an. (3 Punkte)

b) Optimieren Sie mit Hilfe von Karnaugh-Diagrammen die Übergangsfunktion Fü. Gehen Sie dabei für jedes der Signale (z3, z2, z1, y) getrennt vor. Nutzen Sie dabei die Tatsache aus, daß aus den Zuständen 6 und 7 in einen beliebigen Zustand (0,1,2,3,4,5,6,7) bei freier Wahl des Ausgangs y übergegangen werden kann. (15 Punkte)

c) Handelt es sich bei dem dargestellten Automaten um einen Mealy- oder einen Moore-Automaten ? Begründen Sie Ihre Antwort. (2 Punkte)