AUFGABE K-l :

Boolsche Polynome werden aus boolschen Ausdrucken erzeugt; so ist z.B.

$$a \wedge (b \vee c) = a \wedge b \vee a \wedge c$$

ein boolscher Ausdruck, der das Polynom ab + ac - abc erzeugt.

Es ist allgemein wenig bekannt, wie groß die Koeffizienten boolescher Polynome werden können. Zeigen Sie, daß bei der Paritätsfunktion

$$F_n = X_1 <+> X_2 <+> \cdots <+> X_n$$

der höchste Koeffizient den Betrag 2^{n-1} hat. <+> bedeute Antivalenz bzw. EXOR. Lösen Sie dazu folgende Einzelaufgaben:

a) **(1 Punkt)**
Wie lautet die Polynomdarstellung von $F_2 = X_1 <+> X_2$?

b) **(2 Punkte)**
Wie lautet sie zu $F_3 = X_1 <+> X_2 <+> X_3$?

c) **(5 Punkte)**
Machen Sie den Induktionsschluß für den Betrag 2^{n-1} des Koeffizienten von X,... X_n

d) **(1 Punkt)**
Wieviel boolesche Polynome mit n-Variablen gibt es ?

AUFGABE K-2:

Denken Sie an einen Datenbus mit n angeschlossenen Stationen, welche alle senden und empfangen können, jedoch nicht beides gleichzeitig !

a) **(1 Punkt)**
Wie viele Paare von Sender-Empfänger gibt es ?

b) **(3 Punkte)**
Sei nun jede Station in der Lage, nicht nur einen Empfänger zu adressieren, sondern einer beliebigen Anzahl 1,...,n-l von Empfängern gleichzeitig eine Meldung zuzustellen. Wieviele Fälle von Selektionen bzw. MultiCasts, d.h. Situationen mit einem Sender und l,...,n-1 Empfängern gibt es ?

AUFGABE K-3:

Eine reparierbare Betrachtungseinheit, z.B. ein Rechner, läßt sich offenbar gut nach Bild K3 als Petri-Netz modellieren.

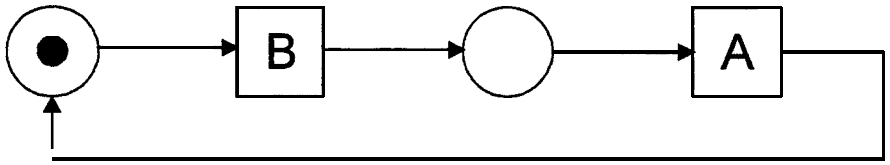


Bild K3

Dabei seien A die Ausfalldauer und B die Betriebsdauer (zwischen zwei Ausfällen).

a) (2 **Punkte)**
Modellieren Sie den Fall, daß die Einheit als endgültig ausgefallen gilt, wenn die Ausfalldauer den Wert A_{max} überschreitet !

b) (3 **Punkte)**
Modellieren Sie den Betrieb von zwei Rechnern mit nur einer Reparaturinstanz (Werkstatt), die ohne Priorität jeweils den nächsten defekten Rechner bedient ! Hilfe: Starten Sie mit zwei Bildern K3, die Sie dann modifizieren und um ein Modell für die gewünschte verkoppelte Wartung zu ergänzen.

c) **(5 Punkte)**
Modellieren Sie den Fall, daß Reparaturen einer Einheit erst nach periodischen Prüfungen, die regelmäßig in zeitlichen Abstanden T stattfinden, gestartet werden !
Es genügen aussagekräftige Bilder ohne Text; doch sind kurze Erläuterungen nicht verboten.

Aufgabe K-4

Der Zustand der Reparaturwarteschlange eines 3-Komponentensystems sei durch Bild K4 gegeben.

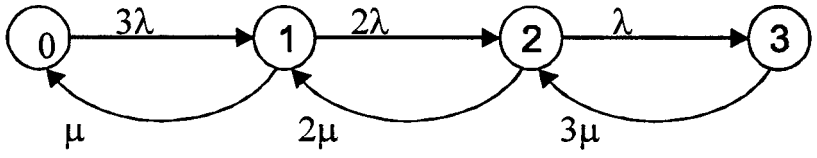


Bild K4

a) **(3 Punkte)**
Schreiben Sie die Differentialgleichungen für den Zustandswahrscheinlichkeiten auf.

b) (4 **Punkte)**
Lösen Sie diese Gleichung für den Fall der Stationarität, wenn $\dot{P}_i = 0$ für $i \in \{0,\ldots,3\}$.Beachten Sie dabei die Normierungsregel $P_0+P_1+P_2+P_3=1$.

c) (3 **Punkte)**

$_____{}_{10} = _____{}_{2} \leq Z \leq _____{}_{2} = _____{}_{10}$

b) **(1 Punkt)**
Welche Dezimalzahlen werden durch folgende, in hexadezimaler Darstellung gegebenen Festpunkt-Zahlen (Format 1.15) repräsentiert (dabei bezeichnet das „$“ die Zahlendarstellung in der hexadezimalen Form):

Zl = $7000 = _____ Z2 = $5B00 = _____

Z3 = $9000 = _____ Z4 = $FFFF = _____

c) (1Punkt)
Stellen Sie die folgenden Zahlen als 16-bit-Festpunktzahlen in hexadezimaler Form dar:

Zl = - 0.5625 = _____ Z2 = - 1 = _____

Z3 = 0.5625 = _____ Z4 = 0,0625 = _____

Hinweis: Für die Teilaufgaben a) - c) werden Nebenrechnungen verlangt.

Wie lautet die stationäre System-Unverfügbarkeit, wenn die drei Komponenten speziell ein 2-von-3-System bilden? Das Endergebnis soll als Polynom in der Form $U=\lambda/(\lambda+\mu)$ dargestellt werden.

Aufgabe K-5

Gegeben sei die in Bild K5 dargestellte Architektur mit einem Bus und vier Teilnehmern BMO bis BM3, von denen zu jedem Zeitpunkt nur genau ein Teilnehmer den Bus zugeteilt bekommen darf. Der Zugriffswunsch eines Teilnehmers BM(i), i=0...3, wird durch eine logische 1 am Bus-Request-Ausgang BR(i) angezeigt. Die Buszuteilungslogik signalisiert durch eine logische 1 am Bus-Grant-Eingang BG(i) des Teilnehmers i die Erlaubnis zum Buszugriff.

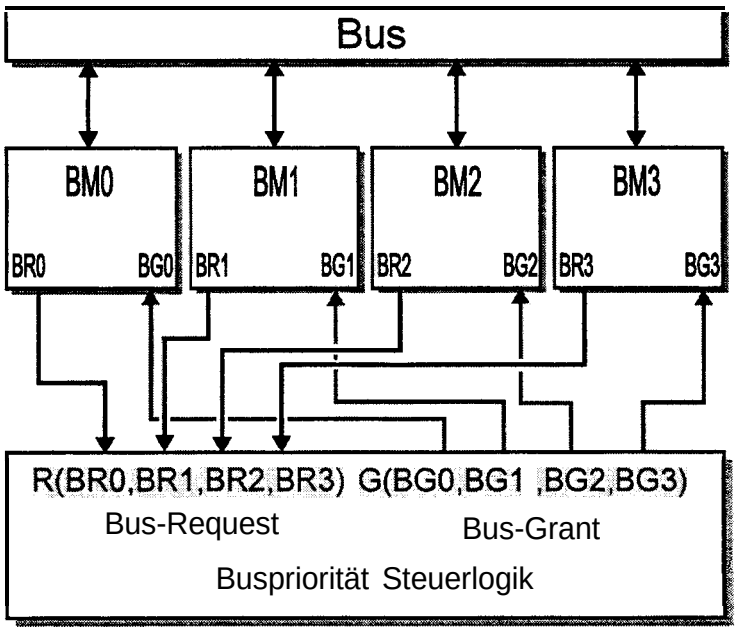


Bild K5

Sei R=(BR0,BR1,BR2,BR3) der Eingangsvektor der Steuerlogik und G=(BG0,BG1,BG2,BG3) der Ausgangsvektor.

a) (2 **Punkte)**
Berechnen Sie die vier DNF's für eine prioritätsgesteuerte Buszuteilung. Die Prioritaten sind durch BR0→BR1→BR2→BR3 (Hoch→Niedrig) vorgegeben. Beispielsweise ist für R=(0,1,1,0) G=(0,1,0,0) und für R=(1,0,1,1) G=(1,0,0,0).

b) **(2 Punkte)**
Realisieren Sie die gesamte Steuerlogik mit drei UND-Gattern (beliebige Anzahl von Eingängen) und drei Invertem.

c) (2 Punkte)
Reale Logik-Gatter besitzen eine Verzögerungszeit von T_G. D.h. ein Pegelwechsel an einem Eingang eines Gatters ist erst nach T_G bemerkbar. Überprüfen Sie, ob Ihre Schaltung aus Teil b, unter der Berücksichtigung der Gatterlaufzeit T_G, zu jedem Zeitpunkt nur genau einem

Teilnehmer den Bus zuteilt, oder ob es Zeitintervalle gibt, in denen mehr als ein Teilnehmer den Bus zugeteilt bekommt (sog. Hazards).

d) (2 **Punkte)**
Um Fehlausgaben (z.B. G(1,1 ,O,O)) zu vermeiden, wird man die Steuerlogik mit einem Taktsignal und getakteten Flip-Flops synchronisieren. Berechnen Sie die maximale Taktfrequenz für Ihre Schaltung (ohne Flip-Flops), wenn $T_G = 10$ ns beträgt. Wieviele Flip-Flops werden benötigt, wenn die Eingänge der nachfolgenden Module BMO-BM3 keine Flip-Flops besitzen ?

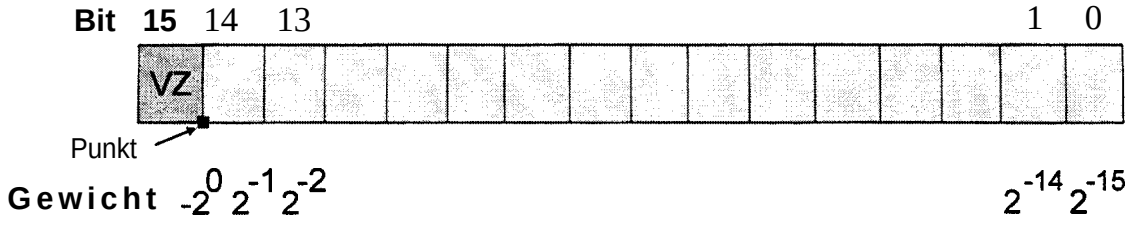
e) (6 Punkte)
Zeichnen Sie einen Mealy-Automaten, der die Steuerlogik realisiert. Verwenden Sie bitte folgende Zustandskodierung

Zustandsnummer	Kodierung	Bedeutung
0	000	kein Buszugriff
1	001	Teilnehmer 0 hat Buszugriff
2	010	Teilnehmer 1 hat Buszugriff
3	011	Teilnehmer 2 hat Buszugriff
4	100	Teilnehmer 3 hat Buszugriff

Die Kantenbeschriftung ergibt sich aus dem Vektor R=(BR0,BR1,BR2,BR3). Beispiel: Die Kante von Zustand 1 in den Zustand 4 wird mit 0001 beschriftet, denn wenn BMO aktuell den Buszugriff hat, kann BM3 im nächsten Takt nur dann die Buszuteilung erhalten, wenn kein anderer Teilnehmer einen Zugriffswunsch signalisiert. Bitpositionen, die unerheblich sind, werden mit einem „*d*" für „don't care" gekennzeichnet.
Beispiel: der Übergang von Zustand 3 in den Zustand 2 wird durch Oldd gekennzeichnet. Wieviele Flip-Flops werden zur Realisierung benötigt ?

Aufgabe K-6

Ein 16-bit-Festpunktrechenwerk verarbeite vorzeichenbehaftete gebrochene Zahlen im 1.15-Format (1 Stelle vor, 15 Stellen nach dem Punkt) nach folgender Skizze:



In der Skizze ist für jedes Bit seine Wertigkeit angegeben. (VZ: Quasi-Vorzeichen-Bit mit Wert -1)

a) **(1 Punkt)**
Geben Sie für das beschriebene Format die Grenzen für den darstellbaren Zahlenbereich (jeweils in binärer und dezimaler Form) an: