

Fehlerabschätzungen und Konvergenzraten für die gefilterte Rückwärtsprojektion

MATTHIAS BECKMANN

Fachbereich Mathematik, Universität Hamburg

Abstract

Computertomographie ermöglicht die Rekonstruktion einer bivariaten Funktion aus gegebenen Radon-Daten. Die Rekonstruktionsformel basiert auf der gefilterten Rückwärtsprojektion (filtered back projection, FBP), die eine analytische Inversion der Radon-Transformation liefert. Allerdings ist die FBP-Formel sensitiv gegenüber Störungen in den Radon-Daten und daher numerisch instabil. Ein Standardansatz zur Stabilisierung der FBP ist die Verwendung von Tiefpass-Filtern mit beschränkter Bandbreite. Dabei ist die Gestalt des Filters nicht explizit vorgeschrieben und liefert zusätzliche Parameter.

In diesem Vortrag analysieren wir den Approximationsfehler, der durch die Einführung eines Tiefpass-Filters hervorgerufen wird. Wir beweisen Fehlerabschätzungen in der L^2 -Norm für Zielfunktionen aus Sobolev-Räumen mit gebrochener Ordnung. Dabei sind die gewonnenen Fehlerschranken affin-linear im Abstand der Fensterfunktion des Filters zur konstanten Funktion 1 in der L^∞ -Norm. Für Fensterfunktionen höherer Regularität können wir die Fehlerabschätzungen verfeinern und so Konvergenz der FBP-Rekonstruktion in der L^2 -Norm beweisen. Überdies leiten wir asymptotische Konvergenzraten her, die von der Bandbreite des Filters und der Glattheit der Zielfunktion abhängen.