Delsarte-Konstanten und Packing-Type-Bedingungen in lokalkompakten Abelschen Gruppen

Elena E. Berdysheva
Justus-Liebig-Universität Gießen

Sei G eine lokalkompakte Abelsche Gruppe und seien Ω_+, Ω_- zwei offene Mengen in G. Wir untersuchen die Konstante

$$\mathcal{C}(\Omega_+, \Omega_-) := \sup \left\{ \int_G f : f \in \mathcal{F}(\Omega_+, \Omega_-) \right\},$$

wobei $\mathcal{F}(\Omega_+, \Omega_-)$ die Klasse positiv definiter Funktionen f auf G bezeichnet, für die gilt: $f(0) = 1$, der Träger des positiven Teils f_+ von f liegt in Ω_+ und der Träger des negativen Teils f_- von f liegt in Ω_-. Gilt $\Omega_+ = \Omega_- =: \Omega$, so stimmt das Problem mit dem Turánschen Problem für die Menge Ω überein. Wählt man $\Omega_- = G$, so bekommt man das Problem von Delsarte. Beide Probleme sind in der Harmonischen Analysis bekannt und haben wichtige Anwendungen. So spielt z.B. eine Variante des Problems von Delsarte im Euklidischen Raum eine Rolle bei den Abschätzungen der Dichte der Kugelpackungen.

Für das Turánsche Problem hat Szilárd Révész gezeigt, dass strukturelle Eigenschaften der Menge Ω, insbesondere, Parketierungen oder Packungen mit Translationen an einem Gitter Λ, zu Abschätzungen der Konstante $\mathcal{C}(\Omega, \Omega)$ führen. Eine wichtige Rolle bei diesen Abschätzungen spielt ein verallgemeinerter Begriff der Größe: die asymptotische gleichmäßige obere Dichte. In diesem Vortrag übertragen wir diese Ergebnisse auf den allgemeineren Fall der Konstante $\mathcal{C}(\Omega_+, \Omega_-)$.

Zusammenarbeit mit Szilárd Révész.