

# Bewertung europäischer Optionen für die Black-Scholes-Barenblatt-Gleichung in Variationsformulierung mittels B-Splines höherer Ordnung

ENIS SEN

*Mathematisches Institut der Universität zu Köln*  
sen@math.uni-koeln.de

## ABSTRACT

In [1] wird das sogenannte Uncertain-Volatility-Modell zur Bewertung von Optionen in unsicherem Volatilitäts Umfeld vorgestellt. In diesem Modell wird die strenge Annahme des Black-Scholes-Modells einer konstanten Volatilität des Underlyings während der Laufzeit der Option an reale Finanzmärkte angepasst und wesentlich abgeschwächt. Die Autoren betrachten die Volatilität als unbekannt während der Laufzeit und treffen lediglich die Annahme, dass die Volatilität in einem Intervall  $[\sigma_{min}, \sigma_{max}]$  liegt. Unter dieser Annahme ergeben sich arbitragefreie Extremwerte des Optionswertes als Lösung der nichtlinearen Black-Scholes-Barenblatt-Gleichung (BSB-Gleichung). Die zugrundeliegende Volatilität, welche in der BSB-Gleichung zu berücksichtigen ist, wird dynamisch aus der Menge  $\sigma_{min}$  und  $\sigma_{max}$  gewählt und ist abhängig vom Vorzeichen der zweiten Ableitung des Optionspreis nach dem Underlying. Für die BSB-Gleichung ist keine theoretische Lösung bekannt.

Unser Ziel ist die Entwicklung eines Finite-Elemente-Ansatzes zur numerischen Lösung der BSB-Gleichung. Hierzu leiten wir zunächst eine Variationsformulierung der BSB-Gleichung her. Eine vollständige Diskretisierung der Variationsformulierung wird wie folgt vorgenommen: Zunächst wird mittels Finiten Differenzen die Zeitvariable diskretisiert. Anschließend wird die Ortsvariable mittels eines Finite-Elemente-Ansatzes mit B-Splines höherer Ordnung als Basisfunktionen diskretisiert. Das Verfahren wird auf zwei Optionstypen angewendet, wobei kubische B-Splines als Basisfunktionen verwendet werden. Bei der Diskretisierung auf einem äquidistanten Gitter in Ortsrichtung zeigen sich Schwächen bei der Auswertung der zugrundeliegenden Volatilität in der BSB-Gleichung. Dies hängt mit der Nicht-Differenzierbarkeit der Payoff-Funktionen der betrachteten Optionen zusammen.

## Literatur

- [1] M. Avellaneda, A. Levy, A. Paras: *Pricing and hedging derivative securities in markets with uncertain volatilities*, Applied Mathematical Finance 2, pp. 73–88, 1995.