

Mathematische Modelle als Approximationsproblem

Janina Dierkes¹

ICM, AG PDE

Technische Universität Braunschweig

Wir betrachten ein Modell des Modellierens. Dazu setzen wir ein deterministisches und quantifizierbares dynamisches System $\dot{X} = F(X)$ mit den Zuständen $X \in \mathbb{R}^N$ und genügend glattem F an. Exakte Modelle mit den Modellgrößen $Y = \varphi(X) \in \mathbb{R}^M$ genügen der Modellgleichung $\dot{Y} = G(Y)$. Wegen $\dot{Y} = \nabla\varphi(X) \cdot \dot{X}$ und $\dot{Y} = G(\varphi(X))$ bilden geeignete Paare G und φ zu gegebenen F kommutative Diagramme und erfüllen

$$\nabla\varphi(X) \cdot F(X) = G(\varphi(X)). \tag{1}$$

Eine Besonderheit der partiellen Differentialgleichung erster Ordnung besteht darin, dass G und φ gleichzeitig zu bestimmen sind. Im Vortrag wird Gleichung (1) untersucht, und Lösungen werden diskutiert. Die Frage nach Erhaltungsgrößen fügt sich in diesen Formalismus ein. Schließlich werden Verallgemeinerungen, z.B. zu realistischeren, inexakten Modellen, aufgezeigt.

¹j.dierkes@tu-bs.de