29. Rhein-Ruhr-Workshop

Bestwig, 1.-2. Februar 2019

-Programm, Teilnehmer und Abstracts-

Organisation:

Prof. Dr. G. Plonka-Hoch	Universität Göttingen
Prof. Dr. T. Sauer	Universität Passau
Prof. Dr. M. Skrzipek	FernUniversität in Hagen

29. Rhein-Ruhr-Workshop
Bestwig, 1.–2. Februar 2019
PROGRAMM

Freitag, 1. Februar 2019, Vormittag

10.20	*Begrüßung / Organisatorisches*
	Sektionsleitung: T. Sauer
10.30	**W. Schempp** (Uni Siegen) Spinor Holonomy of Foucault's spherical pendulum
11.00	**I. Gühring** (TU Berlin) Ableitungen lernen: Tausche Regularität gegen Komplexität
11.30	**G. Reitberger** (Uni Passau) Background subtraction: Adaptive SVD revealing moving objects
12.00	*Gemeinsames Mittagessen*

Freitag, 1. Februar 2019, Nachmittag

	Sektionsleitung: U. Abel
14.00	**I. Keller** (Uni Göttingen) The reconstruction of non-stationary signals by the generalized Prony method
14.30	**H. Knirsch** (Uni Göttingen) Exakte Rekonstruktion von Pulsen variabler Breite
15.00	*Pause mit Kaffee, Tee, Kuchen*
	Sektionsleitung: G. Plonka-Hoch
15.45	**A. Weller** (Uni Köln) Analysis and modeling of functional connectome and tau burden in Alzheimer's disease
16.15	**M. Hansen** (Uni Marburg) Eigenschaften von Kondrafiev-Räumen und Besov-Regularität von Lösungen nichtlinearer elliptischer PDEs
16.45	*Pause*
	Sektionsleitung: E. Berdysheva
17.00	**S. Bittens** (Uni Göttingen) Real sparse fast DCT for vectors with short support
17.30	**M. Kircheis** (TU Chemnitz) Direkte Inversion der NFFT
18.00	*Gemeinsames Abendessen*

19.00	**Präsentation der Poster**	
	M. Bangert (TU Dortmund) Frameschranken für Gabor Frames total positiver Funktionen	**T. Lang** (Uni Passau) Segmentierung von Tomographiedaten
	T. Sauer (Uni Passau) The curse of the mummy	**N. Pastoors** (TU Dortmund) Methoden der Systemtheorie zur Konstruktion von Tight Wavelet Frames

Samstag, 2. Februar 2019

8.00	*Frühstück*
	Sektionsleitung: M. Charina
9.30	**R. Nasdala** (TU Chemnitz) Transformierte Rang-1-Gitter für hochdimensionale Approximation
10.00	**T. Neuschel** (Uni Bielefeld) Universelles Eigenwertverhalten stochastisch gestörter hermitescher Matrizen
10.30	*Pause mit Kaffee, Tee*
	Sektionsleitung: M. Heilmann
11.00	**D. Nagel** (Uni Osnabrück) Konditionszahlen von Vandermondematrizen mit kritisch separierten Knoten
11.30	**L. Hunhold** (Uni Köln) Moderne Methoden der Signalanalyse
12.00	*Gemeinsames Mittagessen*

Dauer der Vorträge: 30 Minuten, einschließlich Diskussionszeit.

TEILNEHMERLISTE RRW 2019

Abel, Ulrich	Technische Hochschule Mittelhessen	ulrich.abel@mnd.thm.de
Bangert, Marina	Technische Universität Dortmund	marina.bangert@tu-dortmund.de
Berdysheva, Elena	Universität Gießen	Elena.Berdysheva@math.uni-giessen.de
Bittens, Sina	Universität Göttingen	sina.bittens@mathematik.uni-goettingen.de
Charina, Maria	Universität Wien	maria.charina@univie.ac.at
Fischer, Ruben	Universität Passau	rubenfischer@web.de
Gühring, Ingo	Technische Universität Berlin	guehring@math.tu-berlin.de
Hansen, Markus	Universität Marburg	hansen@mathematik.uni-marburg.de
Heilmann, Margareta	Universität Wuppertal	heilmann@math.uni-wuppertal.de
Huber, Zsuzanna	Universität Passau	huberzsu@forwiss.uni-passau.de
Hunhold, Laslo	Universität Köln	hunhold@math.uni-koeln.de
Keller, Ingeborg	Universität Göttingen	i.keller@math.uni-goettingen.de
Kircheis, Melanie	Technische Universität Chemnitz	melanie.kircheis@mathematik.tu-chemnitz.de
Knirsch, Hanna	Universität Göttingen	h.knirsch@math.uni-goettingen.de
Lang, Thomas	Universität Passau	langthom@forwiss.uni-passau.de
Nagel, Dominik	Universität Osnabrück	dominik.nagel@uni-osnabrueck.de
Nasdala, Robert	Technische Universität Chemnitz	robert.nasdala@mathematik.tu-chemnitz.de
Neuschel, Thorsten	Universität Bielefeld	thorsten.neuschel@math.uni-bielefeld.de
Pastoors, Nicolai	Technische Universität Dortmund	nicolai.pastoors@math.tu-dortmund.de
Petz, Markus	Universität Göttingen	markus.petz@stud.uni-goettingen.de
Plonka-Hoch, Gerlind	Universität Göttingen	plonka@math.uni-goettingen.de
Quellmalz, Michael	Technische Universität Chemnitz	michael.quellmalz@mathematik.tu-chemnitz.de
Reitberger, Günther	Universität Passau	reitberg@forwiss.uni-passau.de
Rüweler, Dörte	Universität Passau	Doerte.Rueweler@uni-passau.de
Sauer, Tomas	Universität Passau	tomas.sauer@uni-passau.de
Schempp, Walter	Universität Siegen	schempp@mathematik.uni-siegen.de
Skrzipek, Michael	Fernuniversität in Hagen	michael.skrzipek@fernuni-hagen.de
Stock, Andreas Michael	Universität Passau	stock@forwiss.uni-passau.de
Waschbichler, Florian	Universität Passau	Florian.Waschbichler@uni-passau.de
Weller, Anna	Universität Köln	weller@math.uni-koeln.de

Frameschranken für Gabor Frames total positiver Funktionen

Marina Bangert[1], Joachim Stöckler[2]

[1] TU Dortmund
marina.bangert@tu-dortmund.de
[2] TU Dortmund

Abstract

In der Zeit-Frequenz-Analyse ist die Gabor Transformation eine effiziente Methode, um das Verhalten eines gegebenen Signals in Zeit und Frequenz zu analysieren. Eine wichtige Aufgabe der Gabor Analysis ist das Finden von Fensterfunktionen und Zeit-Frequenz-Gittern $\alpha\mathbb{Z} \times \beta\mathbb{Z}$, für welche das Gabor System

$$\mathcal{G}(g, \alpha, \beta) = \{e^{2i\pi l\beta \cdot} g(\cdot - k\alpha) \,|\, k, l \in \mathbb{Z}\}, \qquad g \in L^2(\mathbb{R})$$

einen Frame bildet. Bis vor ein paar Jahren waren die Framemengen

$$\mathcal{F} = \{(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}_+^2 \,|\, \mathcal{G}(g, \alpha, \beta) \text{ ist ein Frame}\}$$

nur weniger Funktionen bekannt.
2012 fanden Gröchenig und Stöckler mit den total positiven Funktionen endlicher Ordnung eine neue Klasse von Fensterfunktionen und zeigten, dass jede total positive Fensterfunktion für alle Gitterparameter mit $\alpha\beta < 1$ einen Frame erzeugen.
Abschätzungen der unteren Frameschranken in Abhängigkeit der Gitter sind zur Beschreibung der numerischen Stabilität wichtig. Das asymptotische Verhalten der Frameschranken im Fall $\alpha = 1$ und $\beta \nearrow 1$ soll anhand von B-Splines B_m untersucht werden. Hierfür benötigt man eine Charakterisierung der Gabor Frames über die Pre-Gramian Matrix $P(B_m(x + k - l/\beta))_{k,l\in\mathbb{Z}}$.

Real Sparse Fast DCT for Vectors with Short Support

Sina Bittens

University of Göttingen

There are many well-known fast algorithms for the discrete Fourier transform (DFT) of sparse input functions or vectors, both deterministic and randomized ones. Under the assumption that the N-length input vector has a short support of length m, the fastest of these algorithms achieve runtimes of $\mathcal{O}(m \log N)$.

For the closely related discrete cosine transform of type II (DCT-II), given by

$$\mathbf{x}^{\widehat{\mathrm{II}}} := \sqrt{\frac{2}{N}} \left(\varepsilon_N(j) \cos\left(\frac{j(2k+1)\pi}{2N} \right) \right)_{j,k=0}^{N-1} \mathbf{x}, \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^N,$$

where $\varepsilon_N(0) = 1/\sqrt{N}$ and $\varepsilon_N(j) = 1$ for $j \neq 0$, there also exists a fast algorithm with a runtime of $\mathcal{O}(m \log m \log N)$ if $\mathbf{x}$ has a short support of length m (see Bittens and Plonka, Sparse Fast DCT for Vectors with One-block Support, http: //arxiv.org/abs/1803.05207, 2018). However, this algorithm employs complex arithmetic utilizing the close relation between the DCT-II and the DFT, even though the DCT itself is a completely real transform.

In this talk we present a new fast and deterministic IDCT-II algorithm that reconstructs the input vector $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$, $N = 2^J$, with short support of length m from $\mathbf{x}^{\widehat{\mathrm{II}}}$ using only real arithmetic if an upper bound M on m is known. The resulting algorithm has a runtime of $\mathcal{O}\left(M \log M + m \log_2 \frac{N}{M}\right)$, requires $\mathcal{O}\left(M + m \log_2 \frac{N}{M}\right)$, and does not employ inverse FFT algorithms to recover $\mathbf{x}$.

Joint work with: Gerlind Plonka.

Ableitungen lernen: Tausche Regularität gegen Komplexität

Ingo Gühring*

Rhein-Ruhr-Workshop

1.-2. Februar, 2018

Zusammenfassung

Ermöglicht durch die heutzutage vorhandenen Rechenkapazitäten und die immense Menge an verfügbaren Daten meistern künstliche neuronale Netze Probleme, deren Lösung vor einigen Jahren noch in ferner Zukunft lag. Damit dringen sie bis tief in unseren Alltag vor, zum Beispiel in Form von Sprachassistenten auf Smartphones.

Im Falle des überwachten Lernens wird eine Funktion, von der meist nur eine gewisse Menge von Ein- und Ausgabewerten bekannt ist, durch einen Lernalgorithmus approximiert. Dabei ist die Fähigkeit komplexe Klassen von Funktionen darstellen zu können, die auch Expressivität genannt wird, eine notwendige Eigenschaft, um komplizierte Zusammenhänge in den gegebenen Daten zu erkennen.

In manchen Fällen ist es sowohl möglich als auch nützlich, Informationen über die Ableitung der zu approximierenden Funktion in den Lernprozess miteinzubeziehen. Als Beispiel dient hierbei die Netzwerkkompression, bei der eine durch ein großes neuronales Netz definierte Funktion mit Hilfe eines kleineren neuronales Netzes gelernt wird.

In diesem Vortrag untersuchen wir die Expressivität künstlicher neuronaler Netze. Wir konstruieren für $0 \leq s \leq 1$ tiefe neuronale Netzwerke, die Funktionen aus dem Sobolevraum $W^{n,\infty}$ in der $W^{s,\infty}$-Norm approximieren. Des Weiteren leiten wir obere und untere Schranken für die Komplexität der konstruierten Netzwerke her. Dabei zeigen wir eine Austauschbeziehung zwischen der in der Approximationsnorm verwendeten Regularität s und der Komplexität der Netzwerke.

*E-mail: `guehring@math.tu-berlin.de`

Eigenschaften von Kondratiev-Räumen und Besov-Regularität von Lösungen nichtlinearer elliptischer PDEs

Markus Hansen
in Zusammenarbeit mit Stephan Dahlke, Cornelia Schneider und Winfried Sickel

Philipps-Universität Marburg
Fachbereich Mathematik und Informatik
hansen@mathematik.uni-marburg.de

Kondratiev-Räume sind ein spezieller Typ gewichteter Sobolev-Räume, die insbesondere zur Beschreibung von Regularitätseigenschaften von Lösungen elliptischer Operatorgleichungen auf (beschränkten) polygonalen oder polyhedralen Gebieten geeignet sind.
Die Bedeutung dieser Gebiete für die Numerische Analysis beruht dabei auf Einbettungsaussagen in Besov-Räume, welche wiederum die Bestimmung von Konvergenzraten für adaptive Wavelet- oder Finite-Elemente-Methoden ermöglicht.
In diesem Vortrag werden wir einige Eigenschaften dieser Räume diskutieren, angefangen bei der Motivation aus der Regularitätstheorie, gefolgt von grundlegenden strukturellen Eigenschaften (Lokalisierungsprinzipien, Einbettungen) und Aussagen zur punktweisen Multiplikation. Schließlich werden alle diese Ergebnisse kombiniert, um Resultate zur Regularität von Lösungen semilinearer elliptischer partieller Differentialgleichungen herzuleiten.

Moderne Methoden der Signalanalyse

Laslo Hunhold[1]

[1]Mathematisches Institut,
Universität zu Köln,
hunhold@math.uni-koeln.de

Zusammenfassung

Beim Betrachten von Daten unter anderem aus der Finanzwelt, Tonaufzeichnungen und Photographien fällt auf, daß es sich um die Summen aus unterschiedlich hoch frequentierten Komponenten und einem Residuum handelt. Je nach Kontext sind unterschiedliche Komponenten interessant, während das Residuum am Ende der Trendbestimmung dient.

Klassische Verfahren wie Fourier-Transformation oder Wavelet-Zerlegung erlauben keine explizite Zerlegung eines Signals, sondern geben lediglich ein Frequenzspektrum wieder, welches zeitlich nicht scharf aufgelöst ist. Als Alternative gibt es unter anderem die Empirical Mode Decomposition (EMD, siehe [HSL+98]), welche ein Signal in unterschiedlich hoch frequentierte und zeitlich scharf aufgelöste Komponenten aufspaltet, die man als Intrinsic Mode Functions (IMFs) bezeichnet. Die EMD hat seit ihrer Entdeckung eine Vielzahl von Anwendungen gefunden.

Ein Nachteil des Verfahrens ist, daß es sich um eine Heuristik handelt, und es gibt Bestrebungen, dieser einen stabilen formalen Unterbau zu geben. Zwei moderne Ansätze hierfür sind Operator-Based Signal-Separation (OSS) und Null-Space-Pursuit (NSP) (siehe [PH10] und [GPHX17]).

Dieser Vortrag gibt einen Einblick in diese Ansätze und stellt die aktuellen und noch unveröffentlichten Ergebnisse des Autors im Rahmen seiner Forschungsarbeit vor.

Schlüsselwörter

Signalanalyse, Empirical Mode Decomposition (EMD), Operator-Based Signal-Separation (OSS), Null-Space-Pursuit (NSP)

Literatur

[GPHX17] Guo, Baokui, Silong Peng, Xiyuan Hu und Pengcheng Xu: *Complex-valued differential operator-based method for multi-component signal separation.* Signal Processing, 132:66–76, März 2017, ISSN 0165-1684. https://dx.doi.org/10.1016/j.sigpro.2016.09.015.

[HSL+98] Huang, Norden Eh, Zheng Shen, Steven R. Long, Manli C. Wu, Hsing H. Shih, Quanan Zheng, Nai-Chyuan Yen, Chi Chao Tung und Henry H. Liu: *The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis.* Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 454:903–995, März 1998, ISSN 1471-2946. https://dx.doi.org/10.1098/rspa.1998.0193.

[PH10] Peng, Silong und Wen-Liang Hwang: *Null Space Pursuit: An Operator-based Approach to Adaptive Signal Separation.* IEEE Transactions on Signal Processing, 58(5):2475–2483, Mai 2010, ISSN 1941-0476. https://dx.doi.org/10.1109/TSP.2010.2041606.

The Reconstruction of non-stationary signals by the generalized Prony method

Ingeborg Keller
University of Goettingen
i.keller@math.uni-goettingen.de

In [1] Peter & Plonka derived a generalized Prony method for the reconstruction of sparse expansions of eigenfunctions of suitable linear operators using only a small number of suitable sample values. Although some examples were given by Peter & Plonka the problem of finding such operators is non-trivial.

In this talk we look at different generalizations of shift operators and their corresponding sets of eigenfunctions and eigenvalues that admit a reconstruction of structured functions from function values. In particular, we present a way to use these operators in order to reconstruct signal models such as arbitrary linear combinations of Gaussians, Gabor expansions with a Gaussian window as well as non-stationary trigonometric expansions with a special monotone phase function via the generalized Prony method.

Joint work with: Gerlind Plonka (University of Goettingen), Kilian Stampfer (University of Goettingen).

References

[1] G. Plonka and T. Peter. *A generalized Prony method for reconstruction of sparse sums of eigenfunctions of linear operators.* Inverse Problems 29, 025001,2013.

[2] K.Stampfer, G.Plonka and I.Keller *Reconstruction of stationary and non-stationary signals by the generalized Prony method* Analysis and Applications, to appear, 2018.

Direkte Inversion der NFFT

Melanie Kircheis
Technische Universität Chemnitz

Die NFFT, kurz für nicht-äquidistante schnelle Fourier-Transformation, ist ein schneller Algorithmus zur Auswertung eines trigonometrischen Polynoms

$$f(x) = \sum_{k=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}-1} \hat{f}_k \, \mathrm{e}^{2\pi \mathrm{i} k x}$$

an nicht-äquidistant verteilten Knoten $y_j \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $j = 1, \ldots, N$. Für den Fall äquidistanter Knoten x_j mit $M = N$ kann diese Auswertung mithilfe einer FFT effizient realisiert werden. Umgekehrt können in diesem Fall auch die Koeffizienten $\hat{f}_k$, $k = -\frac{M}{2}, \ldots, \frac{M}{2} - 1$, aus den Daten $f(x_j)$ mittels FFT berechnet werden. Gesucht ist nun ein schneller Algorithmus zur Berechnung der Koeffizienten $\hat{f}_k$ auch für gegebene nicht-äquidistante Daten $f(y_j)$. Anders als bei der FFT ist für die NFFT die Anzahl N der Knoten y_j jedoch unabhängig von der Anzahl M der Fourier-Koeffizienten $\hat{f}_k$.

In diesem Vortrag werden neue schnelle Methoden zur direkten Berechnung dieser Koeffizienten, d.h. zur Berechnung einer inversen NFFT, vorgestellt.

Dies ist eine gemeinsame Arbeit mit Daniel Potts.

Exakte Rekonstruktion von Pulsen variabler Breite

Hanna Knirsch
Universität Göttingen
h.knirsch@math.uni-goettingen.de

Viele in der Natur vorkommende Phänomene, wie Töne, Abbildungen und biologische Daten, können als analoge Signale interpretiert werden. Mit Hilfe von Computern können jedoch nur diskrete Werte verarbeitet werden. Eine Brücke zwischen diesen analogen und digitalen Welten bildet die Signalverarbeitung: Mittels ihrer Methoden werden aus geeigneten diskreten Abtastwerten die ursprünglichen Signale rekonstruiert. Eine relativ neue solche Methode ist VPW-FRI von Baechler et al. (20017). Sie beruht auf einer Parameterdarstellung der Signale mit Hilfe von Loretz-Funktionen. Die VPW-FRI Methode ist besonders effizient in der Rekonstruktion von Signalen, in deren Verlauf mehrere unterschiedlich geformte Impulse auftreten, wie dies beispielsweise bei einem EKG-Signal der Fall ist. In diesem Vortrag stellen wir die VPW-FRI Methode vor und wenden sie zur Analyse und Rekonstruktion von nichtstationären Signalen an.

Literatur

[1] Gilles Baechler et al. *Sampling and Exact Reconstruction of Pulses with Variable Width.* IEEE Transactions on Signal Processing 65.10 (2017), S. 2629–2644.

[2] R. Frank Quick et al. *Extensions of FRI for Modeling of Electrocardiogram Signals.* Engineering in Medicine and Biology. Annual International Conference of the IEEE (21. Aug.–1. Sep. 2012). San Diego, California, USA: IEEE, 2012.

Segmentierung von Tomographiedaten

Thomas Lang, Universität Passau

Abstract

Die Computertomographie ist in der Medizintechnik ein etabliertes Verfahren für interne, nicht-eingreifende Untersuchungen, und hält auch Einzug im industriellen Umfeld. In diesen Anwendungsfällen ist es oft nötig, einzelne Komponenten aus den rekonstruierten Volumendatensätzen zu extrahieren, um diese beispielsweise duplizieren zu können. Diese Segmentierung von Objekten geschieht häufig noch manuell oder mit klassischen Bildverarbeitungstechniken in 2D, was sich angesichts großer Datenmengen und im 2D-Fall eingeschränkten Informationen oft als nachteilig erweist. Darüberhinaus sind Segmentierungsmodelle oft auf eine bestimmte Klasse von Objekten zugeschnitten. Um diese Defizite auszumerzen ist es hier von Vorteil, mit echten dreidimensionalen Informationen zu arbeiten. Erschwerend kommt noch messbedingtes Rauschen in den Daten hinzu.

Das Poster stellt die grundlegende Funktionsweise der Computertomographie und der zwei bisher entwickelten Segmentierungsverfahren vor. Diese haben das übergeordnete Ziel, einzelne Komponenten aus Tomographiedaten zu extrahieren. Dabei kommt maschinelles Lernen zum Einsatz, um die negativen Effekte von verrauschten Daten zu vermindern und eine große Flexibilität zu ermöglichen. Somit können Modelle trainiert werden, die die klassischen Grauwertinformationen, aber auch Geometrieinformationen ausnutzen und nicht mehr nur auf eine Objektklasse zugeschnitten sind.

Konditionszahlen von Vandermondematrizen mit kritisch separierten Knoten

Dominik Nagel

Universität Osnabrück

Die Konditionszahl von rechteckigen Vandermondematrizen mit Knoten auf dem komplexen Einheitskreis ist wichtig für die Stabilitätsanalyse von Algorithmen, die trigonometrische Momentenprobleme lösen, wie z.B. die Pronymethode. Im univariaten Fall und mit wohlseparierten Knoten ist die Konditionszahl bereits gut untersucht, aber falls Knoten kritisch separiert sind, wird es deutlich komplizierter. Hier ist das Verhalten der Konditionszahl noch nicht gänzlich erforscht.
Nachdem die Pronymethode kurz wiederholt wurde, werden Resultate für die Konditionszahl von Vandermondematrizen mit Paaren von kritisch separierten Knoten vorgestellt. Dies ist eine gemeinsame Arbeit mit Stefan Kunis.

Transformed rank-1 lattices for high-dimensional approximation

Robert Nasdala

Technische Universität Chemnitz

We describe an extension of Fourier approximation methods for multivariate functions defined on the torus $\mathbb{T}^d$ to functions defined on unbounded domains via a multivariate change of coordinate mapping. In this approach we adapt algorithms for the evaluation and reconstruction of multivariate trigonometric polynomials based on single and multiple reconstructing rank-1 lattices and make use of dimension incremental construction methods for sparse frequency sets. We also describe sufficient conditions on the change of coordinate mappings which guarantee that the transformed functions belong to the standard Sobolev space $H^m(\mathbb{T}^d)$ with smoothness order $m \in \mathbb{N}$. Various numerical tests confirm obtained theoretical results for the transformed methods.

Universelles Eigenwertverhalten stochastisch gestörter hermitescher Matrizen

Thorsten Neuschel
Universität Bielefeld

Abstract

Es ist ein bekanntes Phänomen der Zufallsmatrixtheorie, dass Eigenwerte von Zufallsmatrizen regelmäßig ein "universelles" Verhalten zeigen, wenn man asymptotisch große Dimensionen der Matrizen betrachtet. In diesem Sinne untersuchen wir das asymptotische Verhalten der Eigenwerte zufällig gestörter hermitescher Matrizen und studieren die Übergänge von universellem zu deterministischem Verhalten. Die Durchführung der dabei auftretenden Grenzübergänge beruht unter anderem auf der Verwendung multivariater Sattelpunktmethoden.

Methoden der Systemtheorie zur Konstruktion von Tight Wavelet Frames

Nicolai Pastoors[1], Joachim Stöckler[2]

[1] TU Dortmund
nicolai.pastoors@math.tu-dortmund.de
[2] TU Dortmund

Abstract

Ein Tight Wavelet Frame ist ein System aus Funktionen, das durch Translationen und Skalierungen einer endlichen Menge von quadratintegrierbaren Funktionen definiert ist. Unter Verwendung der Fourier-Transformation kann man diese eindeutig durch trigonometrische Polynome, den sogenannten Wavelet-Masken identifizieren.
Ein oft verwendetes Hilfsmittel in der Konstruktion von Tight Wavelet Frames ist das sogenannte *Unitary Extension Principle (UEP)*, ein algebraisches Kriterium an die dazugehörigen Masken. Lai und Stöckler zeigten, dass die Existenz einer Zerlegung eines bestimmten nicht-negativen Laurent-Polynoms in eine Summe von Quadraten von trigonometrischen Polynomen notwendig und hinreichend für die Existenz von Polynomen ist, die das UEP erfüllen.
Aktuelle Resultate der Systemtheorie verbinden diese sogenannte *sos-Zerlegung (Sum of hermitian squares)* mit einer Isometrie

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} : \mathbb{C} \oplus \mathbb{C}^n \longrightarrow \mathbb{C}^m \oplus \mathbb{C}^n,$$

die eine parametrisierte Version der Zerlegung liefert.

Für eine Verallgemeinerung des UEP, das *Oblique Extension Principle*, welche unter anderem eine höhere Anzahl von verschwindenden Momenten ermöglicht, stehen vergleichbare Resultate noch aus. Auf diesem Poster stellen wir dar, wie man aus bereits bekannten Masken und einer sos-Zerlegung der sogenannten Vanishing Moment Recovery Funktion mit Hilfe von erweiterten Methoden der Systemtheorie die oben genannte Isometrie konstruieren kann.

Background Subtraction - Adaptive SVD revealing Moving Objects

Günther Reitberger*, Tomas Sauer
University of Passau

One important task when processing sensor data is to distinguish relevant data from irrelevant one. Image and video data is no exception. With static cameras, e.g. in video surveillance, the background, e.g houses or trees, largely stays constant over a series of frames, whereas the foreground, consisting of objects of interest, e.g. cars or humans, causes differences in image sequences. Background subtraction aims to create a model of the background based on previous image sequences and subtracts it from newly incoming images resulting in the moving objects contained in the foreground. This work describes how a newly developed method for an iterative and adaptive calculation of a singular value decomposition (SVD) can be used to maintain a model of the background via singular vectors spanning a subspace of the image space. The method provides a way to determine, in a computationally efficient manner, the amount of new information of an image regarding the singular vectors spanning the background space and provides the ability to perform block-wise updates. Both properties contribute to a fast and robust algorithm. The effects of these two properties and the success of the overall method to perform a state of the art background subtraction are shown in qualitative and numerical evaluations.

The curse of the mummy

B. Diederichs, Th. Lang, F. Schlenker, T. Sauer*, M. Stock

Digitalisierung von Kulturgütern ist ein wichtiges Thema im Museumsbetrieb und erlaubt die multimediale Aufbereitung der Objekte für den Ausstellungsbetrieb genauso wie die Beantwortung von Forschungsfragen.

Im Rahmen des Projekts „Big Picture“ wurde im Dezember 2018 am Fraunhofer EZRT ein peruanisches Mumienbündel aus der Zeit um 500-700 n.Chr. hochaufgelöst tomographiert. Das Objekt war bisher komplett unerforscht. Das gesamte Datenvolumen der Messung umfasst etwa 1TB an Daten, die aus sechs Teilen mit je $7500 \times 7500 \times 1600$ Voxeln bestand.

Das Poster stellt die Messtechnologie sowie einige der mathematischen Herausforderungen bei der 3D-Bildverarbeitung großer Datensätze vor und zeigt einige der ersten Einblicke in die Mumie.

Contact Holonomy of Foucault's Spherical Pendulum: A Spinor Gauge Approach

Walter J. Schempp
Lehrstuhl für Mathematik I
Universität Siegen
57068 Siegen, Germany
schempp@mathematik.uni-siegen.de

To the memory of the great mathematician Ernst Witt (1911 - 1991)

Abstract. It needed more than 300 years to visualize the Copernican idea of the rotational motion per sidereal day of the spinning earth. The famous spherical pendulum holonomy experiment performed by Jean Bernard Léon Foucault (1819-1867) took place in 1851 beneath the dome of the Panthéon, Paris, where he suspended a 28-kg brass-coated lead bob with a 67-m-long wire. For this choice of spinor gauge of gravitation, at $\varphi_0 = +41°$ N Latitude, the phase angle displacement $\Delta\theta$ of the symplectic swing-plane, which is caused by the parallel transport or parallel translation of the initial swing-plane along the latitude of the globe $\mathbb{S}_2 \cong \mathrm{SO}(3,\mathbb{R})/\mathrm{SO}(2,\mathbb{R})$, is about 11° per hour, or about 272° per sidereal day.

The purpose of the present paper is to elucidate why one might expect the Foucault spherical pendulum's swing-plane to follow a parallel vector field and to Lie group theoretically establish an associate Hopf-Rinow type theorem on the existence of a minimizing geodesic segment joining dynamically any given pair of points on a connected complete smooth surface.

In the context of Foucault's spherical pendulum holonomy experiment, parallel vector fields on the principal fiber bundle $\mathrm{SO}(3,\mathbb{R}) \longrightarrow \mathrm{SO}(3,\mathbb{R})/\mathrm{SO}(2,\mathbb{R})$ are annihilated by the covariant derivative operator ∇. The radially scaled disc model, which is endowed with the Poincaré metric of the hyperbolic plane structure, exact gnomonically inherited at the origin from the two-sheeted conformal anti-de-Sitter space-time, traces its geodesic open diameters from the open-book foliation by means of its symplectic swing-plane pages. In terms of contact topology of the three-dimensional spinor group $\mathrm{Spin}(3,\mathbb{R}) \cong \mathrm{SO}(4,\mathbb{R})/\mathrm{SO}(3,\mathbb{R}) \cong \mathrm{SU}(2,\mathbb{C})$ or very round sphere $\mathbb{S}_3 \cong \mathrm{SL}(1,\mathbb{H})$ of the Hopf principal circle bundle $\mathbb{S}_1 \hookrightarrow \mathbb{S}_3 \xrightarrow{\eta} \mathbb{S}_2$, the binding is represented by the special orthogonal group $\widehat{\mathrm{W}}(\mathbb{R}) \cong \mathrm{SO}(2,\mathbb{R}) \cong \mathrm{U}(1,\mathbb{C}) \cong \mathbb{S}_1$, dual to the wideband Witt group $\mathrm{W}(\mathbb{R}) \cong \mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup -\mathbb{N}$, of tracking the diurnal motion of the spinning earth; the group $\widehat{\mathrm{W}}(\mathbb{R})$ acts by turning over the symplectic leaves. The spinor gauge group modulo squares $\det : \mathrm{W}(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^\times/\mathbb{R}^{\times 2} \cong \mathrm{SO}(4,\mathbb{R})/\mathrm{PSO}(1,3,\mathbb{R})$ admits as its law of composition the multiplication of squares or the orthogonal sum $\perp$, respectively. Integral reduction of equivalence classes of quadratic vector spaces by the free Abelian group $\mathrm{W}(\mathbb{R})$ projects stepwise the two-sheeted conformal anti-de-Sitter world and affords the Sagnac velocity-cone spinorial calibration of hyperbolic parallel transport of laser ring gyroscopes inside Clifford contact tori.

Analysis and modeling of functional connectome and tau burden in Alzheimer's disease

Anna Weller
University of Cologne
weller@math.uni-koeln.de

Abstract

Accumulation of intraneuronal tau-tangles is a hallmark of Alzheimer's Disease (AD). Tau proteins aggregate in the neurons in form of tangles, affecting neuronal function and leading to neuronal death. Whereas the tau-tangles in the brain of AD patients has been known for more than a century, only recently information has been collected indicating that they may travel from one neuron to another, inducing tangles in neighboring neurons in a prion-like fashion. Gaining further evidence on tau-pathology in AD along brain networks is essential to better understand disease pathomechanisms and to predict the future course of disease.

For the analysis of the complex interplay between tau burden and the complexity of brain networks, we apply in [WB] a graph-theoretical approach similar to [C]. Brain regions and their functional connections are modeled as weighted graph and network architecture is described using graph metrics such as weighted degree and weighted participation coefficient. By this, densely connected hub regions can be identified and analyzed in view of tau-pathology. Furthermore, a comparison to healthy network architecture investigates possible effects of tau burden on network connectivity.

Our results reveal a positive correlation between pathology and weighted degree suggesting that high connectivity is associated with increased tau pathology. Hence the trans-neural spread mechanism is supported by our analysis. This spread mechanism now justifies the modeling of disease propagation as network diffusion process.

This work is supported by the Excellence Initiative of the University of Cologne.

References

[C] T. E. Cope et al., Tau burden and the functional connectome in Alzheimer's disease and progressive supranuclear palsy, Brain (2018), p.550-567. https://doi.org/10.1093/brain/awx347.

[WB] A.Weller, G. Bischof, P. Schlüter, N. Richter, J. Kukolja, B. Neumaier, A. Drzezga, A. Kunoth, Y. Shao, T. van Eimeren. *Graph theoretical analysis of tau burden and the functional connectome in Alzheimer's disease.* Poster presented at 2nd Molecular Imaging of Neurodegeneration in Cologne Symposium, Cologne, Oct. 2018.