

Ableitungen lernen: Tausche Regularität gegen Komplexität

Ingo Gühring*

Rhein-Ruhr-Workshop

1.-2. Februar, 2018

Zusammenfassung

Ermöglicht durch die heutzutage vorhandenen Rechenkapazitäten und die immense Menge an verfügbaren Daten meistern künstliche neuronale Netze Probleme, deren Lösung vor einigen Jahren noch in ferner Zukunft lag. Damit dringen sie bis tief in unseren Alltag vor, zum Beispiel in Form von Sprachassistenten auf Smartphones.

Im Falle des überwachten Lernens wird eine Funktion, von der meist nur eine gewisse Menge von Ein- und Ausgabewerten bekannt ist, durch einen Lernalgorithmus approximiert. Dabei ist die Fähigkeit komplexe Klassen von Funktionen darstellen zu können, die auch Expressivität genannt wird, eine notwendige Eigenschaft, um komplizierte Zusammenhänge in den gegebenen Daten zu erkennen.

In manchen Fällen ist es sowohl möglich als auch nützlich, Informationen über die Ableitung der zu approximierenden Funktion in den Lernprozess miteinzubeziehen. Als Beispiel dient hierbei die Netzwerkkompression, bei der eine durch ein großes neuronales Netz definierte Funktion mit Hilfe eines kleineren neuronalen Netzes gelernt wird.

In diesem Vortrag untersuchen wir die Expressivität künstlicher neuronaler Netze. Wir konstruieren für $0 \leq s \leq 1$ tiefe neuronale Netzwerke, die Funktionen aus dem Sobolevraum $W^{n,\infty}$ in der $W^{s,\infty}$ -Norm approximieren. Des Weiteren leiten wir obere und untere Schranken für die Komplexität der konstruierten Netzwerke her. Dabei zeigen wir eine Austauschbeziehung zwischen der in der Approximationsnorm verwendeten Regularität s und der Komplexität der Netzwerke.

*E-mail: guehring@math.tu-berlin.de