

Methoden der Systemtheorie zur Konstruktion von Tight Wavelet Frames

Nicolai Pastoors¹, Joachim Stöckler²

¹ TU Dortmund

nicolai.pastoors@math.tu-dortmund.de

² TU Dortmund

Abstract

Ein Tight Wavelet Frame ist ein System aus Funktionen, das durch Translationen und Skalierungen einer endlichen Menge von quadratintegrierbaren Funktionen definiert ist. Unter Verwendung der Fourier-Transformation kann man diese eindeutig durch trigonometrische Polynome, den sogenannten Wavelet-Masken identifizieren.

Ein oft verwendetes Hilfsmittel in der Konstruktion von Tight Wavelet Frames ist das sogenannte *Unitary Extension Principle (UEP)*, ein algebraisches Kriterium an die dazugehörigen Masken. Lai und Stöckler zeigten, dass die Existenz einer Zerlegung eines bestimmten nicht-negativen Laurent-Polynoms in eine Summe von Quadraten von trigonometrischen Polynomen notwendig und hinreichend für die Existenz von Polynomen ist, die das UEP erfüllen.

Aktuelle Resultate der Systemtheorie verbinden diese sogenannte *sos-Zerlegung (Sum of hermitian squares)* mit einer Isometrie

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} : \mathbb{C} \oplus \mathbb{C}^n \longrightarrow \mathbb{C}^m \oplus \mathbb{C}^n,$$

die eine parametrisierte Version der Zerlegung liefert.

Für eine Verallgemeinerung des UEP, das *Oblique Extension Principle*, welche unter anderem eine höhere Anzahl von verschwindenden Momenten ermöglicht, stehen vergleichbare Resultate noch aus. Auf diesem Poster stellen wir dar, wie man aus bereits bekannten Masken und einer sos-Zerlegung der sogenannten Vanishing Moment Recovery Funktion mit Hilfe von erweiterten Methoden der Systemtheorie die oben genannte Isometrie konstruieren kann.