Variational Methods For Parameterized Quadratic Bilinear Differential-Algebraic Equations

Niklas Reich, Universität Ulm / Hochschule Ruhr West

We investigate variational formulations for (parameterized) quadratic bilinear differential-algebraic equations. To prove the well-posedness of such variational formulations we adapt the Brezzi-Rappaz-Raviart theory for problems, where trial and test space do not coincide. Within the Brezzi-Rappaz-Raviart theory we use a Petrov-Galerkin method to derive detailed approximate solutions and model order reduction via the Reduced Basis Method to derive efficient, reduced solutions for the variational problem. For the Reduced Basis Method online-efficient error estimates are presented. We then use the requirements of the Brezzi-Rappaz-Raviart theory to develop well-posed variational formulations for (parameterized) quadratic bilinear differential-algebraic equations. We start with a standard variational formulation, which is shown to be conform with the Brezzi-Rappaz-Raviart theory, i.e. well-posedness is ensured. Additionally we develop an ultraweak variational formulation, that yields an optimally stable system, but is unfortunately not conform with Brezzi-Rappaz-Raviart theory in its presented form.

Dieser Vortrag befasst sich mit Variationsformulierungen für quadratisch bilineare differential-algebraische Gleichungen. Um die Wohlgestelltheit solcher Variationsformulierungen zu zeigen, wird die sogenannte Brezzi-Rappaz-Raviart-Theorie adaptiert für Probleme, deren Ansatz- und Testraum nicht übereinstimmen. Innerhalb der Brezzi-Rappaz-Raviart-Theorie wird eine Petrov-Galerkin-Methode für detaillierte Approximationslösungen und die Reduzierte-Basis-Methode für effiziente, reduzierte Lösungen der Variationsformulierungen genutzt. Dazu werden auch online-effiziente Fehlerschätzer für die Reduzierte-Basis-Methode vorgestellt. Die Anforderungen aus der Brezzi-Rappaz-Raviart-Theorie werden dann genutzt, um wohlgestellte Variationsformulierungen zu entwickeln. Begonnen wird zunächst mit einer Standard-Variationsformulierung. Für diese kann gezeigt werden, dass sie alle notwendigen Anforderungen der Brezzi-Rappaz-Raviart-Theorie erfüllt. Zusätzlich wird eine sehr schwache Variationsformulierung entwickelt. Diese führt zu einem optimal-stabilen System, erfüllt aber nicht die notwendigen Anforderungen der Brezzi-Rappaz-Raviart-Theorie.