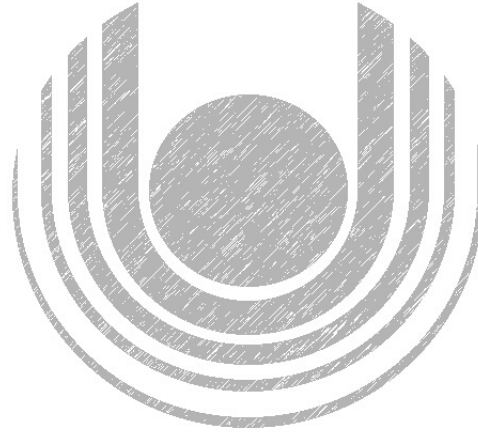

Name, Vorname

--	--	--	--	--	--	--	--

Matrikelnummer



**Teilklausur des Moduls 32741
Kurs 42221: Vertiefung der Statistik**

Datum

Punkte

Termin: 23.03.2021, 11:45 - 13:45

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. R. Kruse-Becher

Aufgabe 1

(12 Punkte)

Bewerten Sie folgende Aussagen mit *richtig* oder *falsch*.

1. Das arithmetische Mittel wird wesentlich stärker von Ausreißern beeinflusst als der Median.
2. Liegt das Signifikanzniveau bei $\alpha = 1\%$, so kann die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2.Art (β -Fehler) maximal 99% betragen.
3. Seien X, Y zwei unabhängige reellwertige Zufallsvariablen. Dann folgt aus der Unabhängigkeit der beiden Variablen ihre Unkorreliertheit.
4. Das Produkt zweier unabhängig normalverteilter Zufallsvariablen X_1 und X_2 ist standardnormalverteilt.
5. Der Korrelationskoeffizient zwischen zwei Variablen ist positiv, wenn alle Ausprägungen der beiden Variablen auch positiv sind.
6. Durch die Maximum-Likelihood-Methode erhält man immer einen erwartungstreuen Schätzer für die Varianz.

Hinweis: Für jede korrekte Beantwortung werden 2 Punkte vergeben. Jede falsche Beantwortung sowie unlesbare Felder werden mit 0 Punkten bewertet. Die minimale Punktzahl der Aufgabe beträgt 0 Punkte.

Aufgabe 2

(15 Punkte)

Eine Fondsgesellschaft möchte die jährlichen Renditen r_A und r_B zweier Wertpapiere A und B vergleichen. Es wurden die in der folgenden Tabelle eingetragenen jährlichen Renditen (in Prozent) erzielt.

Wertpapier A	10.2	7.9	2.2	5
Wertpapier B	8.5	7.6	4.6	0.6

Die Fondsgesellschaft beauftragt Sie, die Hypothese $H_0 : r_A = r_B$ zu überprüfen.

2.1

(9 Punkte)

Verwenden Sie einen nichtparametrischen Test zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$, um festzustellen, ob die Rendite von Wertpapier A gleich der Rendite von Wertpapier B ist. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- Welchen nichtparametrischen Test verwenden Sie?
- Geben Sie die Prüfgröße an.
- Geben Sie den unteren und oberen kritischen Wert an.
- Lehnen Sie die Nullhypothese "Es besteht kein Unterschied" ab?
- Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Prüfgröße.

2.2

(6 Punkte)

Prüfen Sie dieselbe Hypothese unter Normalverteilungsannahme zum Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$. Es ergaben sich folgende Statistiken:

$\bar{A} = 6.325$	$S_A^2 = 12.09$
$\bar{B} = 5.325$	$S_B^2 = 12.70$

Nehmen Sie an, dass die Anzahl der Freiheitsgrade $k = 8$ ist.

- Geben Sie die Quantile der asymptotischen Verteilung an.
- Geben Sie die Prüfgröße an. Lehnen Sie die Nullhypothese "Es besteht kein Unterschied" ab?

Aufgabe 3

(15 Punkte)

Untersuchen Sie den Zusammenhang zwischen dem durchschnittlichen Einkommen (in 1000 Euro pro Kopf) und PKW-Neuzulassungen (in 1000 Stück) in $N = 93$ verschiedenen Städten.

Hinweise:

- Runden Sie ihre Ergebnisse in jeder Teilaufgabe auf 4 Nachkommastellen und rechnen Sie mit diesen Werten weiter.
- Es ist: $\sum_{n=1}^N (X_n - \bar{X})^2 = (N - 1)S_X^2$.
- Da $N > 30$ ist, können Sie mit der Normalverteilung approximieren (mit 2 Nachkommastellen). Also $t(0.9, N) \approx 1.29$

3.1

(4 Punkte)

Betrachten Sie das lineare Regressionsmodell:

$$Y_n = \alpha + \beta X_n + \varepsilon_n, \quad n = 1, \dots, N$$

Geben Sie eine Kleinste-Quadrate-Schätzung für die Parameter α und β , sowie für die Fehlervarianz σ^2 an. Verwenden Sie hierfür die angegebenen Statistiken des SPSS-Outputs auf Seite 4.

3.2

(6 Punkte)

Prüfen Sie, ob sich die Regressionsparameter α und β jeweils signifikant von 0 unterscheiden (Signifikanzniveau $\alpha = 0.1$). Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- a) Schätzen Sie σ_α und σ_β .
- b) Geben Sie das Quantil der t -Verteilung an.
- c) Berechnen Sie die dazugehörigen Prüfgrößen.

Wird die Nullhypothese jeweils verworfen?

Hinweis: Falls Sie die Modellparameter in Teilaufgabe a) nicht berechnen konnten, verwenden Sie $\hat{\alpha} = 65$ und $\hat{\beta} = 1$.

3.3

(5 Punkte)

Bestimmen Sie das zweiseitige 90%-Prognoseintervall für die durchschnittliche PKW-Neuzulassung einer Stadt mit einem durchschnittlichen Einkommen von $X_0 = 17$ (in 1000 Euro).

Hinweis: Falls Sie die Modellparameter in Teilaufgabe a) nicht berechnen konnten, verwenden Sie $\hat{\alpha} = 65$ und $\hat{\beta} = 1$.

Deskriptive Statistiken

	Mittelwert	Std. Abweichung	N
PKW-Neuzulassungen	69.4059	8.7932	93
Einkommen pro Kopf	4.0217	9.766	93

Modellzusammenfassung

Modell	R	R- Quadrat	korrigiertes R-Quadrat	Standardfehler des Schätzers	Änderung in R- Quadrat	Änderung in F	df1	df2	Sig.Änderung in F
1	0.8442	0.7127	0.7095	4.7393	0.7127	225.7091	1	91	0.000

ANOVA

Modell	Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
Regression	5069.565	1	5069.5646	225.7091	0.000
Nicht standardisierte Residuen	2043.9161	91	22.4606		
Gesamt	7113.481	92			

Aufgabe 4

(8 Punkte)

4.1

(4 Punkte)

Nehmen Sie an, dass die unabhängigen Stichprobenvariablen X_1, \dots, X_N identisch exponentialverteilt sind mit $F(x) = 1 - \exp\{-\lambda x\}$ und $\lambda > 0$. Berechnen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer für λ .

4.2

(4 Punkte)

Geben Sie für unabhängig identisch normalverteilte Stichprobenvariablen X_n mit $n = 1, \dots, N$ die Momentenschätzer für den Erwartungswert μ und die Varianz σ^2 an.

--	--	--	--	--	--	--

Klausur: Kurs 42221

Vertiefung der Statistik

Datum: 23.03.2021, 11:45 - 13:45

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. R. Kruse-Becher

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Aufgabe	1	2	3	4		Summe
maximale Punktzahl	12	15	15	8		50
erreichte Punktzahl						

Datum:

Unterschrift des Prüfers:

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 1 - Lösungen

(12 Punkte)

Lösung 1)

(2 Punkte)

Lösung 2)

(2 Punkte)

Lösung 3)

(2 Punkte)

Lösung 4)

(2 Punkte)

Lösung 5)

(2 Punkte)

Lösung 6)

(2 Punkte)

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 2 - Rechenweg I

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 2 - Rechenweg II

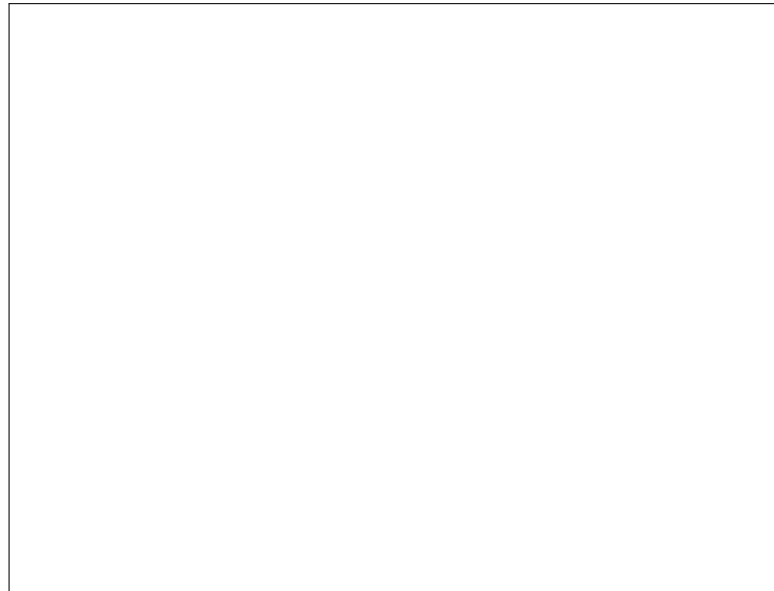
Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 2 - Lösungen

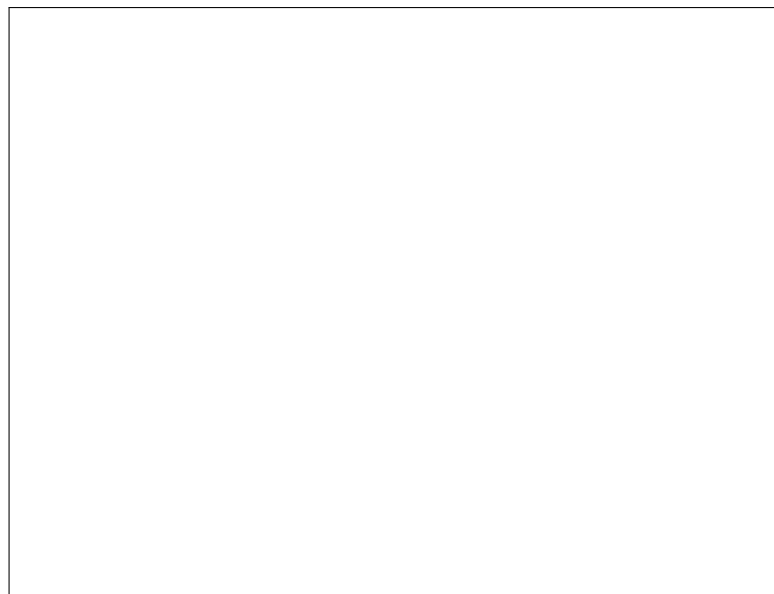
(15 Punkte)

Lösung 2.1)



(9 Punkte)

Lösung 2.2)



(6 Punkte)

Punkte



--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 3 - Rechenweg I

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 3 - Rechenweg II

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 3 - Rechenweg III

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 3 - Lösungen

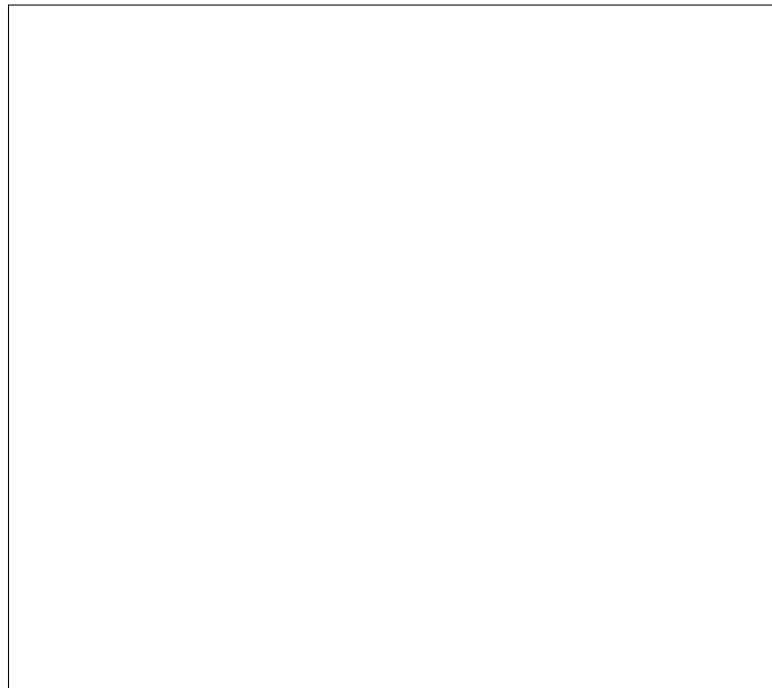
(15 Punkte)

Lösung 3.1



(4 Punkte)

Lösung 3.2



(6 Punkte)

Punkte



--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 3 - Lösungen

(15 Punkte)

Lösung 3.3



(5 Punkte)

Punkte



--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 4 - Rechenweg I

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 4 - Rechenweg II

Punkte

--	--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 4 - Lösungen

(8 Punkte)

Lösung a)

(4 Punkte)

Lösung b)

(4 Punkte)

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Punkte

--	--	--	--	--	--	--

Punkte