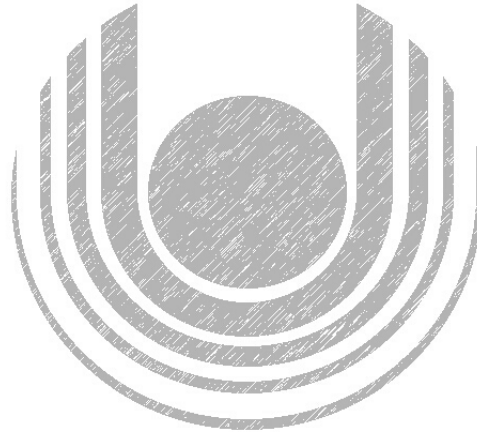

Name, Vorname

--	--	--	--	--	--	--	--

Matrikelnummer



**Teilklausur des Moduls 32741
Kurs 42221: Vertiefung der Statistik**

Datum

Punkte

Termin: 26.09.2019, 17.00-19.00 Uhr

Prüfer: Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Hinweis: Bitte tragen Sie die Lösungen aller Aufgaben in die Lösungsbogen ein. Bewertet werden nur die Lösungsbogen.

Aufgabe 1

(14 Punkte)

Bewerten Sie folgende Aussagen mit *richtig* oder *falsch*.

1. Durch die Maximum-Likelihood-Methode erhält man immer einen erwartungstreuen Schätzer für die Varianz.
2. Bei ordinalskalierten Variablen (wie z.B. Schulnoten) ist die Berechnung des arithmetischen Mittels zulässig.
3. Das Signifikanzniveau α wird *nach* der empirischen Untersuchung (bzw. Auswertung) so gewählt, dass es gerade noch größer ist als der berechnete p -Wert.
4. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Wert exakt auf dem Median $x(0.5)$ liegt, ist bei stetigen Merkmalen $P(X = x(0.5)) = 0$.
5. Der arithmetische Mittelwert wird wesentlich stärker von Ausreißern beeinflusst als der Median.
6. Die geschätzte lineare Regressionsgerade $\hat{Y}_n = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X_n$ verläuft immer durch die Koordinaten der empirischen Mittelwerte (\bar{Y}, \bar{X}) .
7. Sind die Zufallsvariablen Y und X scheinbar korreliert, so kann man durch eine Regressionsanalyse einen kausalen Zusammenhang zwischen beiden herstellen.

Hinweis: Für jede korrekte Kennzeichnung werden 2 Punkte vergeben. Jede falsche Kennzeichnung sowie nicht oder unlesbar gekennzeichnete Felder werden mit 0 Punkten bewertet. Die minimale Punktzahl der Aufgabe beträgt 0 Punkte.

Aufgabe 2 (15 Punkte)

Eine Fondsgesellschaft möchte die jährlichen Renditen zweier Wertpapiere vergleichen. Es wurden die in der folgenden Tabelle eingetragenen jährlichen Renditen erzielt. Die Fondsgesellschaft beauftragt Sie, die H_0 : „Beide Wertpapiere führen zu den gleichen Renditen“ zu überprüfen.

Wertpapier A	9.2	13.7	0.9	14.6
Wertpapier B	10.7	6.5	2.9	4.3

2.1

(9 Punkte)

Verwenden Sie einen nichtparametrischen Test, um festzustellen, ob Wertpapier A eine höhere Rendite hat als Wertpapier B. Wählen Sie das Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$ (Vorsicht: in der Tabelle sind die kritischen Werte für einseitige Tests angegeben).

- Welchen nichtparametrischen Test verwenden Sie?
- Geben Sie die Prüfgröße an.
- Geben Sie den unteren kritischen Wert an.
- Geben Sie den oberen kritischen Wert an.
- Lehnen Sie die Nullhypothese, es besteht kein Unterschied, ab?
- Bestimmen Sie den Erwartungswert der Prüfgröße.
- Bestimmen Sie die Varianz der Prüfgröße.

2.2

(6 Punkte)

Prüfen Sie dieselbe Hypothese unter Normalverteilungsannahme. (Signifikanzniveau $\alpha = 0.05$). Es ergaben sich folgende Statistiken: $\bar{A} = 9.6$; $\bar{B} = 6.1$; $S_A^2 = 39.22$; $S_B^2 = 11.6$. Nehmen Sie an, dass die Anzahl der Freiheitsgrade k gleich 5 ist.

- Geben sie die Quantile der asymptotischen Verteilung an.
- Geben Sie die Prüfgröße an.
- Lehnen Sie die Nullhypothese, es besteht kein Unterschied, ab?

Aufgabe 3

(15 Punkte)

Sie untersuchen den Zusammenhang zwischen dem Brutto-Inlandsprodukt (BIP) in 1000 US\$ pro Kopf und der Lebenserwartung der in 2003 geborenen weiblichen Bevölkerung in Jahren. Hierfür analysieren Sie einen Datensatz der WHO (World Health Organisation).

Runden Sie ihre Ergebnisse in jeder Teilaufgabe auf 3 Nachkommastellen und rechnen Sie mit diesen weiter.

Hinweise:

- $\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2 = (N - 1)s_x^2$
- da $N > 30$ können sie mit der Normalverteilung approximieren.

3.1

(3 Punkte)

Geben Sie eine Schätzung für die Parameter α und β sowie für σ^2 des linearen Regressionsmodells

$$Y_n = \alpha + \beta X_n + \epsilon_n,$$

$n = 1, \dots, N$ aus den im SPSS-Output in [Abbildung 1](#) angegebenen Statistiken an.

3.2

(9 Punkte)

Prüfen Sie, ob sich die Regressionsparameter α und β jeweils signifikant von 0 unterscheiden (Signifikanzniveau 0.05).

Berechnen Sie hierfür die Schätzungen für σ_α , σ_β , geben Sie das Quantil an und berechnen Sie Ihre Prüfgrößen.

3.3

(3 Punkte)

Bestimmen Sie das zweiseitige 95%-Prognoseintervall für \hat{y}_0 der durchschnittlichen Lebenserwartung der in 2003 geborenen weiblichen Bevölkerung eines Landes mit einem BIP/Kopf von $x_0 = 15$ (in 1000 US\$).

Deskriptive Statistiken

	Mittelwert	Std.- Abweichung	N
Lebenserwartung	67,56	12,598	163
BIP_pro_Kopf	5,74	9,718	163

Modellzusammenfassung

Modell	R	R-Quadrat	Korrigiertes R- Quadrat	Standardfehler des Schätzers	Statistikwerte ändern			Sig. Änderung in F	
					Änderung in R- Quadrat	Änderung in F	df1		df2
1	,548 ^a	,300	,296	10,572	,300	69,032	1	161	,000

a. Einflussvariablen : (Konstante), BIP_pro_Kopf

ANOVA^a

Modell		Quadratsumme	df	Mittel der Quadrate	F	Sig.
1	Regression	7715,540	1	7715,540	69,032	,000 ^b
	Nicht standardisierte Residuen	17994,656	161	111,768		
	Gesamt	25710,196	162			

a. Abhängige Variable: Lebenserwartung

b. Einflussvariablen : (Konstante), BIP_pro_Kopf

Abbildung 1: Zusammenhang zwischen Lebenserwartung und BIP.

Aufgabe 4

(6 Punkte)

Gegeben sei folgende Dichtefunktion der Zufallsvariable X :

$$f_X(x) = \begin{cases} 5(1 - x^2) & \text{für } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

4.1

(3 Punkte)

Geben Sie den Erwartungswert der Zufallsvariable X an.

4.2

(3 Punkte)

Geben Sie die Varianz der der Zufallsvariable X an.