Name, Vorname

Matrikelnummer

Modulklausur 32681 – Zeitreihenanalyse und empirische Kapitalmarktforschung

Datum	
Punkte	
Note	

Termin: 20.März.2019, 09.00 - 11.00 Uhr
Prüfer: Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Hinweise zur Bearbeitung der Modulklausur 32681

1. Füllen Sie zunächst den **Kopf des Deckblatts** aus!
2. Es können insgesamt 100 Punkte erreicht werden. Bei Erreichen von 50 Punkten ist die Klausur bestanden. **Bitte kontrollieren Sie sofort, ob Sie ein vollständiges Klausurexemplar erhalten haben**.
3. Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der folgenden Modellreihen angehört:

   - Casio fx86 oder Casio fx87,
   - Texas Instruments TI 30 X II
   - Sharp EL 531

   Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.

   Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellklassen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.
4. Bitte benutzen Sie für Ihre Rechnungen nur die beigefügten Lösungsbögen.
5. Wenn Sie die einzelnen Blätter der Klausur voneinander trennen, **vermerken Sie auf jedem Blatt Ihre Matrikelnummer**. Legen Sie bitte am Ende der Klausur die Blätter wieder zusammen.
6. Vergessen Sie nicht, die Klausur auf der letzten bearbeiteten Seite zu **unterschreiben**.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Klausuraufgaben

Aufgabe 1 (35 Punkte)

Nehmen Sie an, dass sich die Zeitreihe z_t, $t = 1, ..., T$, additiv in eine Trendkomponente y_t und eine irreguläre Komponente δ_t zerlegen lässt. Dabei ist δ_t gaußsches weißes Rauschen mit $\text{Var}(\delta_t) = \sigma_\delta^2$ und y_t ist der latente Prozess einer stochastischen Differenzengleichung zweiter Ordnung, d.h. $\nabla^2 y_t = \epsilon_t$, mit dem Fehlerterm ϵ_t, wobei $\epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$.

a) Lösen Sie den Operator ∇ auf und schreiben Sie den Prozess als Funktion vergangener Werte und Fehler. Ist der Prozess für den Trend stationär? Begründen Sie Ihre Antwort. (6 P)

b) Berechnen Sie den bedingten Erwartungswert von z_t gegeben y_{t-1} und y_{t-2}. (2 P)

c) Schreiben Sie das System als Zustandsraummodell und geben Sie die entsprechenden Matrizen an. (7 P)

d) Sie haben ein Workfile mit Daten in EViews erstellt. In diesem Workfile möchten Sie das Modell aus Aufgabenteil c) implementieren. Wie gehen Sie vor? Benennen Sie die hierfür notwendigen Schritte und formulieren Sie den EViews-Code im StateSpace-Objekt. (10 P)

e) Für den Systemzustand in $t = 1$ sind Ihnen die folgenden Informationen gegeben:

$$\mu_{1|1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \ \Sigma_{1|1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \ \Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

i. Berechnen Sie die Ein-Schritt-Prognose und die Veränderung des Schätzfehlers.

Zudem sei $\sigma_\delta^2 = 1$ und Sie beobachten in $t = 2$ die Messung $z_2 = 2$.

ii. Berechnen Sie den Kalman Gain und den gefilterten Zustand $\mu_{2|2}$ mit den vorliegenden Informationen. (10 P)

Aufgabe 2 (19 Punkte)

Gegeben ist das ARCH(2)-Modell

$$\begin{aligned} y_t &= \epsilon_t \\ \epsilon_t &= \sigma_t z_t \\ \sigma_t^2 &= \omega + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2 \\ z_t &\sim N(0,1) \end{aligned}$$

a) Berechnen Sie den unbedingten Erwartungswert von ϵ_t^2 und geben Sie die schwach stationäre Lösung an. (5 P)

b) Berechnen Sie die Kurtosis. (11 P)

c) Geben Sie die Gleichung eines GARCH(1,2)-Modells an. (3 P)

Aufgabe 3 (22 Punkte)

Gegeben ist das AR(3)-Modell

$$y_t = \theta_0 + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \phi_3 y_{t-3} + \epsilon_t$$

a) Geben Sie die ADF-Form an. Hinweis:

$\sum_{j=1}^{k-1} \nabla y_{t-j} = y_{t-1} - y_{t-k}$ (Teleskopreihe) (8 P)

b) Erklären Sie den Dickey-Fuller-Test und erklären Sie auch, weshalb Sie die ADF-Form brauchen. (14 P)

Aufgabe 4 (24 Punkte)

Nehmen Sie kurz Stellung zu folgenden Aussagen (richtig / falsch) und begründen Sie:

a) Mit Hilfe des Jarque-Bera-Tests lassen sich die Residuen auf Korrelation überprüfen. (6 P)

b) Ist der AR(1)-Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \epsilon_t$ stationär, so ist auch der Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \phi y_{t-2} + \epsilon_t$ stationär. (6 P)

c) Der MA(1)-Prozess $y_t = \theta \epsilon_{t-1} + \epsilon_t$ mit $\theta = 1.4$ ist invertierbar. (6 P)

d) Beim Kalman-Filter wird davon ausgegangen, dass Zustand und Messungen einer gemeinsamen Normalverteilung folgen. (6 P)