Name, Vorname

Matrikelnummer

Modulklausur 32681 – Zeitreihenanalyse und empirische Kapitalmarktforschung

Datum	
Punkte	
Note	

Termin: 18.09.2019, 09.00 - 11.00 Uhr
Prüfer: Univ.-Prof. Dr. H. Singer

Hinweise zur Bearbeitung der Modulklausur 32681

1. Füllen Sie zunächst den **Kopf des Deckblatts** aus!
2. Es können insgesamt 100 Punkte erreicht werden. Bei Erreichen von 50 Punkten ist die Klausur bestanden. **Bitte kontrollieren Sie sofort, ob Sie ein vollständiges Klausurexemplar erhalten haben**.
3. Die Verwendung eines Taschenrechners ist dann und nur dann erlaubt, wenn dieser einer der folgenden Modellreihen angehört:

   - Casio fx86 oder Casio fx87,
   - Texas Instruments TI 30 X II
   - Sharp EL 531

   Die Verwendung anderer Taschenrechnermodelle wird als Täuschungsversuch gewertet und mit der Note „nicht ausreichend“ (5,0) sanktioniert.

   Ob ein Taschenrechner einer der drei Modellklassen angehört, können Sie selbst überprüfen, indem Sie die vom Hersteller auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung mit den oben angegebenen Bezeichnungen vergleichen: Bei **vollständiger** Übereinstimmung ist das Modell erlaubt. Ist die auf dem Rechner angebrachte Modellbezeichnung umfangreicher, enthält aber eine der oben angegebenen Bezeichnungen **vollständig**, ist das Modell ebenfalls erlaubt. In allen anderen Fällen ist das Modell nicht erlaubt. Eventuelle Vorgänger- oder Nachfolgemodelle, die nicht in der oben aufgeführten Liste enthalten sind, sind ebenfalls nicht erlaubt.
4. Bitte benutzen Sie für Ihre Rechnungen nur die beigefügten Lösungsbögen.
5. Wenn Sie die einzelnen Blätter der Klausur voneinander trennen, **vermerken Sie auf jedem Blatt Ihre Matrikelnummer**. Legen Sie bitte am Ende der Klausur die Blätter wieder zusammen.
6. Vergessen Sie nicht, die Klausur auf der letzten bearbeiteten Seite zu **unterschreiben**.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg!

Klausuraufgaben

Aufgabe 1 (34 Punkte)

Nehmen Sie an, dass sich die Zeitreihe z_t, $t = 1, ..., T$, additiv in einen AR(2)-Prozess y_t und eine irreguläre Komponente δ_t zerlegen lässt. Dabei ist δ_t gaußsches weißes Rauschen mit $\mathrm{Var}(\delta_t) = \sigma_\delta^2$ und der Prozess y_t ist gegeben durch

$$y_t = 0.7y_{t-1} + 0.1y_{t-2} + \epsilon_t,$$

wobei $\epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$ *iid*.

a) Ist der Prozess für y_t stationär? Begründen Sie Ihre Antwort. (4 P)

b) Berechnen Sie den bedingten Erwartungswert von z_t gegeben y_{t-1} und y_{t-2}. (2 P)

c) Schreiben Sie das System als Zustandsraummodell und geben Sie die entsprechenden Matrizen an. (7 P)

d) Sie haben ein Workfile mit Daten in EViews erstellt. In diesem Workfile möchten Sie das Modell aus Aufgabenteil c) implementieren. Formulieren Sie den EViews-Code im StateSpace-Objekt. (9 P)

e) Folgende Informationen sind gegeben:

$$\mu_{1|1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \ \Sigma_{1|1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \ \Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \ \sigma_\delta^2 = 1, \ z_2 = 2.$$

i. Berechnen Sie die Ein-Schritt-Prognose und die Veränderung des Schätzfehlers in $t = 1$.

ii. Berechnen Sie den Prognose-Fehler (Innovation) in $t = 2$.

iii. Berechnen Sie $\mu_{2|2}$ und $\Sigma_{2|2}$ in $t = 2$. (12 P)

Aufgabe 2 (23 Punkte)

Gegeben ist das ARCH(1)-Modell

$$
\begin{aligned}
y_t &= \epsilon_t \\
\epsilon_t &= \sigma_t z_t \\
\sigma_t^2 &= \omega + \alpha \epsilon_{t-1}^2 \\
z_t &\sim N(0,1)
\end{aligned}
$$

Hinweis 1: Rechenregeln bei Doppelfakultät

$$
k!! = \begin{cases} \prod_{i=1}^{k/2}(2i) & \text{für } k \text{ gerade} \\ \\ \prod_{i=1}^{(k+1)/2}(2i-1) & \text{für } k \text{ ungerade} \\ \\ 1 & k \in \{-1, 0\} \end{cases}
$$

Hinweis 2: Bei Normalverteilung gilt

$$
m_k = \begin{cases} m_2^{k/2}(k-1)!! & \text{für } k \text{ gerade} \\ 0 & \text{für } k \text{ ungerade.} \end{cases}
$$

a) Berechnen Sie $E[y_t^4]$ und geben Sie die stationäre Lösung an. (10 P)

b) Leiten Sie die stationäre Schiefe (Skewness) und die Kurtosis für das ARCH(1)-Modell her. (10 P)

c) Geben Sie die Gleichung eines GARCH(1,3)-Modells an. (3 P)

Aufgabe 3 **(19 Punkte)**

Gegeben ist das Regressionsmodell

$$y_t = x_t'\beta + u_t$$

mit ARMA(p, q)-Fehler, d.h.

$$\phi(B)u_t = \theta(B)\epsilon_t,$$

wobei $\epsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$ *iid.*

a) Nehmen Sie ARMA(2,2)-Fehler an. Geben Sie die ARMAX Darstellung durch Transformation des obigen Modells an. (8 P)

b) Wie können unbekannte Parameter des Modells geschätzt werden? Beschreiben Sie zwei Methoden. Beschreiben Sie zudem kurz Vor- und Nachteile dieser Methoden. (11 P)

Aufgabe 4 **(24 Punkte)**

Nehmen Sie kurz Stellung zu folgenden Aussagen (richtig / falsch) und begründen Sie:

a) MA(q)-Prozesse können nicht als Zustandsraummodelle dargestellt werden, da die Messgleichung nicht definiert ist. (6 P)

b) Ist der AR(1)-Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \epsilon_t$ stationär, so ist auch der Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \phi y_{t-2} + \epsilon_t$ stationär. (6 P)

c) Unabhängig von der Wahl von ϕ ist der AR(1)-Prozess $y_t = \phi y_{t-1} + \epsilon_t$ stets invertierbar. (6 P)

d) Heteroskedastizität bedeutet, dass die Varianz der Störterme innerhalb der Zeitreihendaten konstant bleibt. (6 P)