

Grundlagen der Statistik

Übung 9

Übersicht über die mit den Übungsaufgaben geprüften Lehrzielgruppen

Lehrzielgruppe 1: Wahrscheinlichkeiten und Verteilungen

Aufgaben: 1 – 3, 41

Lehrzielgruppe 2: Spezielle Wahrscheinlichkeitsverteilungen

Aufgaben: 4, 5, 42 und 43

Aufgabe 1 (10 RP)

Es seien A, B, C Ereignisse, von denen bekannt sei:

$$P(C) = 0,9$$

$$P(A) = 0,6$$

$$P(A \cap B) = 0,4$$

$$P(A \cap C) = 0,6$$

$$P(A|B) = 0,8$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A A und C sind unabhängig.
 - B A und B sind unabhängig.
 - C $P(B) = 0,5$
 - D $P(A \cup C) = P(C)$
 - E Keine der Aussagen A - D ist richtig.

Aufgabe 2 (10 RP)

Gegeben sei eine Zufallsvariable X mit zugehöriger Dichtefunktion

$$f_x(x) = \begin{cases} b - \frac{b}{a}x & \text{für } 0 \leq x \leq a \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Dabei seien a, b reelle Konstanten, $a > 0, b > 0$.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A Für jede Wahl von a, b mit $a > 0, b > 0$. ist $f_x(x)$ eine Dichtefunktion.
 - B Für jedes $a > 0$ ist nur eine Wahl von b zulässig, so daß $f_x(x)$ eine Dichtefunktion wird.
 - C Für eine zulässige Wahl von a,b ergibt sich $E(X) = \frac{1}{3}a$.
 - D Für eine zulässige Wahl von a,b ergibt sich $E(X) = \frac{2}{3b}$.
 - E Für eine zulässige Wahl von a,b ergibt sich $Var(X) = \frac{1}{6}a^2$.
-

Aufgabe 3 (15 RP)

Gegeben sei die Dichtefunktion zweier Zufallsvariablen X und Y als

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{3}{2}(1-x^2)(1-y) & \text{für } -1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A $f_Y(y) = \frac{8}{9}(1-y)$
 - B $f_X(x) = \frac{3}{4}(1-x^2)$
 - C X und Y sind unabhängig
 - D $\text{Cov}(X, Y) = \frac{3}{2}$
 - E $E(X|Y) = E(Y) = 0$

Aufgabe 4 (10 RP)

Gegeben seien die folgenden Zufallsvariablen und ihre Verteilungen:

X_i sei $B(1;0,2)$ -verteilt für $i = 1, 2, \dots, 10$,

Y_i sei $Ps(2)$ -verteilt für $i = 1, 2, \dots, 10$.

Außerdem seien alle X_i und alle Y_i untereinander stochastisch unabhängig.

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- (x aus 5)
- A $\sum_{i=1}^{10} X_i$ ist $B(10;0,02)$ -verteilt.
 - B $P\left(\sum_{i=1}^{10} X_i > 5\right) = 0,0328$.
 - C $\sum_{i=1}^{10} Y_i$ ist $Ps(2)$ -verteilt.
 - D $P\left(\sum_{i=1}^{10} Y_i > 5\right) = 0,0165$.
 - E Keine der Aussagen ist richtig.

Aufgabe 43 (15 RP)

Eine Maschine A füllt Tuben ab, deren Füllmengen normalverteilt sind mit einer Standardabweichung von $\sigma_A = 7\text{g}$. Die mittlere Füllmenge μ_A ist beliebig einstellbar.

Maschine B kann ebenfalls Tuben abfüllen, wobei die Füllmengen normalverteilt sind mit einer Standardabweichung von $\sigma_B = 5,5\text{g}$. Die mittlere Füllmenge μ_B ist jedoch nicht stufenlos einstellbar, sondern nur im 5g-Abstand, also etwa 245 g, 250 g, 255 g, 260 g usw.

Sie produzieren Senf und möchten eine dieser Maschinen anschaffen. Gegenüber Ihrem Abnehmer müssen Sie absichern, daß höchstens 2,5% der Tuben weniger als 250 g Senf enthalten. Nehmen Sie an, daß die Produktion von 1 kg Senf Sie 3,- € kostet. Wie groß ist der Produktionskostenunterschied je Stück, wenn beide Maschinen optimal eingestellt sind (4 Nachkommastellen, Angabe in €)?

(numerisch)

--	--	--	--	--	--	--

Aufgabe 43 war die letzte Aufgabe