

# Themenliste für das Seminar “Asymptotic Theory in Econometrics: Foundations and Tools with Applications in R”

Lehrstuhl für Angewandte Statistik  
FernUniversität in Hagen

Wintersemester 2026/27

## Überblick

---

In nahezu allen ökonometrischen Anwendungen ist die wahre Verteilung der Daten oder Fehlerterme unbekannt, sodass sich exakte Verteilungen von Schätzern und Teststatistiken häufig nicht bestimmen lassen. Die asymptotische Theorie untersucht das Verhalten statistischer Verfahren für große Stichproben und liefert Approximationen, die eine zentrale Grundlage der Ökonometrie bilden.

Im Seminar des Lehrstuhls für Angewandte Statistik im Wintersemester 2026/2027 werden Seminararbeiten zur asymptotischen Theorie betreut. Die Seminararbeiten orientieren sich an zentralen Grenzwertsätzen der asymptotischen Statistik und deren Anwendung in der ökonometrischen Praxis. Ziel ist es, ein Verständnis dafür zu entwickeln, wie sich Schätzer in großen Stichproben verhalten und wie ihr Grenzverhalten zur Approximation endlicher Stichproben genutzt werden kann.

In begleitenden Tutorien, die voraussichtlich im Oktober sowie Anfang November stattfinden, werden eine Einführung in die Programmierung mit R sowie ein analytisches Tutorium angeboten. In der R-Einführung stehen der Umgang mit Schleifen und die Umsetzung von Monte-Carlo-Simulationen im Vordergrund, im analytischen Tutorium werden Grundlagen der asymptotischen Denkweise sowie zentrale Konvergenzbegriffe behandelt. Darüber hinaus wird in Zusammenarbeit mit der Universitätsbibliothek eine Einführung in die Literaturrecherche angeboten.

Die Studierenden erarbeiten die Methoden eigenständig und führen darauf aufbauend empirische Analysen durch. Die Verwendung der Open-Source-Software R wird dabei nachdrücklich empfohlen (<https://www.fernuni-hagen.de/angewandte-statistik/lehre/software.shtml>).

## Terminübersicht

---

- **Einführungsveranstaltung:** 08.10.2026, 12:00–13:00 Uhr per Zoom
- **Schulung zum wissenschaftlichen Arbeiten:** tbd per Zoom
- **Abgabe der Themenpräferenzen:** 11.10.2026 23:59 Uhr
- **Themenzuteilung:** 12.10.2026
- **R-Tutorien:** im Oktober und Anfang November per Zoom
- **Abgabe der Gliederung:** 08.11.2026
- **Abgabe der Seminararbeit:** 25.01.2027 23:59 Uhr
- **Seminarvorträge:** 11.02.2027 und 12.02.2027, jeweils zwischen 09:30–18:00 Uhr per Zoom

*(Änderungen und Irrtümer vorbehalten)*

## Basisliteratur

---

Als Basisliteratur dienen die Bücher „Econometrics“ und „Probability and Statistics for Economists“ von Bruce E. Hansen ([Hansen \(2022a\)](#), [Hansen \(2022b\)](#)). Ergänzend sollte die angegebene Einstiegsliteratur herangezogen werden.

## Themenvorschläge

---

### 1. Das Gesetz der großen Zahlen

In dieser Seminararbeit wird das Gesetz der großen Zahlen behandelt, das die Konvergenz des Stichprobenmittelwerts gegen den Erwartungswert bei wachsender Stichprobengröße beschreibt. Unter geeigneten Voraussetzungen gilt, dass der Stichprobenmittelwert  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  fast sicher gegen den Erwartungswert  $\mathbb{E}[X]$  der zugrunde liegenden Verteilung konvergiert. Damit bildet das Gesetz der großen Zahlen eine wichtige Grundlage für die asymptotische Statistik, etwa bei der Konstruktion konsistenter Schätzer.

Im Rahmen der Seminararbeit diskutieren Sie insbesondere die Voraussetzungen des Theorems (u.i.v.-Struktur, Existenz von Momenten) sowie seine Grenzen, beispielsweise im Fall von Zufallsvariablen mit schweren Rändern der Verteilung.

- **Anwendung in R:** Simulation von Stichproben aus verschiedenen Verteilungen zur Veranschaulichung des Gesetzes der großen Zahlen. Dabei wird insbesondere untersucht, wie sich Stichprobenmittelwerte und einfache Schätzer mit wachsendem Stichprobenumfang stabilisieren. Ergänzend wird die Konvergenzgeschwindigkeit sowie der Einfluss unterschiedlicher Verteilungen auf das Konvergenzverhalten betrachtet.
- **Einstiegsliteratur:** [Wooldridge \(2016\)](#), [Stock and Watson \(2003\)](#), [Wasserman \(2010\)](#)

### 2. Der zentrale Grenzwertsatz

Diese Seminararbeit behandelt den zentralen Grenzwertsatz, eines der wichtigsten Resultate der Statistik. Er besagt, dass standardisierte Stichprobenmittelwerte unabhängig von der Grundverteilung asymptotisch normalverteilt sind. Der zentrale Grenzwertsatz erklärt, warum viele Schätz- und Testverfahren in großen Stichproben näherungsweise normalverteilt sind, auch wenn die zugrunde liegende Verteilung der Grundgesamtheit unbekannt oder nicht normalverteilt ist. Er findet Anwendung in zahlreichen Bereichen der Ökonometrie, beispielsweise bei der Konstruktion von Konfidenzintervallen, wenn die Verteilung unbekannt ist, der Stichprobenumfang jedoch hinreichend groß ist.

Im Rahmen der Seminararbeit diskutieren Sie insbesondere die Voraussetzungen des Theorems (u.i.v.-Struktur, Existenz von Momenten) sowie seine Grenzen, beispielsweise im Fall von Zufallsvariablen mit schweren Rändern der Verteilung.

- **Anwendung in R:** Simulation von Stichproben aus verschiedenen Verteilungen zur Visualisierung des zentralen Grenzwertsatzes. Dabei werden insbesondere die Konvergenzgeschwindigkeit sowie die Güte der Normalapproximation der Stichprobenverteilung untersucht. Zusätzlich wird die Konstruktion von Konfidenzintervallen auf Basis der Normalapproximation betrachtet.
- **Einstiegsliteratur:** [Wooldridge \(2016\)](#), [Stock and Watson \(2003\)](#), [Wasserman \(2010\)](#)

### 3. Das Continuous Mapping Theorem

Diese Seminararbeit behandelt die Stabilität von Grenzverteilungen unter (stetigen) Transformationen. Im Mittelpunkt steht die Frage, wie sich Konvergenz in Verteilung unter geeigneten Abbildungen verhält und wie sich asymptotische Aussagen auf transformierte Schätzer übertragen lassen. Ein zentrales Resultat in diesem Zusammenhang ist das Continuous Mapping Theorem. Es besagt, dass aus der Konvergenz in Verteilung von  $X_n$  gegen  $X$  auch die Konvergenz von  $g(X_n)$  gegen  $g(X)$  in Verteilung folgt, sofern  $g$  eine stetige Funktion ist. Kurz gesagt: Stetige Abbildungen erhalten die asymptotischen Grenzverteilungen von Zufallsvariablen. Dadurch lassen sich asymptotische Verteilungen auch nach nichtlinearen Transformationen von Zufallsvariablen bestimmen. Das Resultat ist ein zentrales Werkzeug in der asymptotischen Statistik.

- **Anwendung in R:** Simulation konvergenter Zufallsvariablen und Untersuchung ihrer Transformationen, beispielsweise durch Quadrat-, Logarithmus- oder Exponentialfunktionen. Dabei wird visualisiert, wie sich die Grenzverteilungen unter stetigen Abbildungen verhalten. Ergänzend wird die Probability Integral Transform genutzt, um stetige Zufallsvariablen über ihre Verteilungsfunktion in eine Standarduniformverteilung auf dem Intervall  $[0, 1]$  zu überführen und so die Idee des Continuous Mapping Theorems anschaulich zu illustrieren.
- **Einstiegsliteratur:** [Stock and Watson \(2003\)](#), [van der Vaart \(2006\)](#)

### 4. Die Delta-Methode

Diese Seminararbeit behandelt die asymptotische Verteilung von Funktionen asymptotisch normalverteilter Zufallsvariablen. Im Mittelpunkt steht die Frage, wie sich die asymptotische Verteilung von  $g(X_n)$  aus der von  $X_n$  ableiten lässt, sofern  $g$  eine hinreichend glatte Funktion ist. Die Delta-Methode besagt, dass sich das asymptotische Verhalten von Funktionen einer Zufallsvariablen approximieren lässt, wenn diese selbst asymptotisch normal ist. Konkret folgt aus

$$\sqrt{n}(X_n - \theta) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, \sigma^2)$$

unter geeigneten Regularitätsbedingungen eine asymptotische Normalverteilung von  $g(X_n)$ . Die Methode basiert auf einer Taylor-Approximation erster Ordnung und stellt ein zentrales Werkzeug zur Herleitung von Standardfehlern und Konfidenzintervallen dar, insbesondere in nichtlinearen Modellen.

- **Anwendung in R:** Simulation asymptotisch normaler Schätzer und Anwendung nichtlinearer Transformationen. Dabei wird die empirische Verteilung von  $g(X_n)$  mit der durch die Delta-Methode approximierten Normalverteilung verglichen, um die Güte der Approximation bei endlichen Stichproben zu untersuchen.
- **Einstiegsliteratur:** [Wasserman \(2010\)](#), [Casella and Berger \(2002\)](#)

## Literatur

---

- Casella, G. and Berger, R. L. (2002). *Statistical Inference*. Duxbury, Pacific Grove, CA, 2nd ed. edition.
- Hansen, B. E. (2022a). *Econometrics*. Princeton University Press.
- Hansen, B. E. (2022b). *Probability and Statistics for Economists*. Princeton University Press.
- Stock, J. H. and Watson, M. W. (2003). *Introduction to Econometrics*. The Addison-Wesley Series in Economics. Addison-Wesley, Boston.
- van der Vaart, A. W. (2006). *Asymptotic Statistics*, volume 3 of *Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics*. Cambridge University Press.
- Wasserman, L. (2010). *All of Statistics: A Concise Course in Statistical Inference*. Springer Texts in Statistics. Springer, New York.
- Wooldridge, J. M. (2016). *Introductory Econometrics: A Modern Approach*. Cengage Learning, Boston, 6th ed. edition.