

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kurseinheit 1</b>	<b>1</b>
	Studierhinweise und Notationen	5
<b>1</b>	<b>Das Riemann-Integral</b>	<b>13</b>
1.1	Definition und elementare Eigenschaften . . . . .	14
1.2	Integrationsmethoden und Beispiele . . . . .	29
1.3	Grenzwerte und Integrale . . . . .	39
1.4	Uneigentliche Riemann-Integrale . . . . .	53
1.5	Zwei Erweiterungen des Riemann-Integrals . . . . .	66
	Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 1	73
<b>2</b>	<b>Kurseinheit 2</b>	<b>87</b>
<b>2</b>	<b>Ein Aperitif aus Mengenlehre und Analysis</b>	<b>91</b>
2.1	Was wir in diesem Kapitel servieren . . . . .	91
2.2	Drei Esslöffel Mengenlehre . . . . .	92
2.3	Eine Nadelspitze Unendlichkeit . . . . .	105
2.4	Ein Schuss Analysis und Topologie . . . . .	112
2.5	Eine Prise Funktionalanalysis . . . . .	126
	Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 2	141
<b>3</b>	<b>Kurseinheit 3</b>	<b>149</b>
<b>3</b>	<b>Grundzüge der Maßtheorie</b>	<b>153</b>
3.1	Was wir in diesem Kapitel machen... . . . . .	153
3.2	Grundbegriffe . . . . .	155
3.3	Das Inhaltsproblem im $\mathbb{R}^d$ . . . . .	162

3.4	Intervalle: Der eindimensionale Fall . . . . .	164
3.5	Ringe und Halbringe . . . . .	189
3.6	Inhalte und Prämaße . . . . .	204
3.7	Prämaße auf dem $\mathbb{R}^d$ . . . . .	208
3.8	Der erste Maßerweiterungssatz . . . . .	214
	<b>Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 3</b>	<b>217</b>
<b>4</b>	<b>Kurseinheit 4</b>	<b>233</b>
<b>4</b>	<b>Maße und Sigma-Algebren</b>	<b>237</b>
4.1	Was wir in diesem Kapitel tun.... . . . .	237
4.2	$\sigma$ -Algebren . . . . .	239
4.3	Maße und Prämaße . . . . .	247
4.4	Prinzip der guten Mengen, Dynkin-Systeme . . . . .	252
4.5	Der (zweite) Maßerweiterungssatz . . . . .	259
4.6	Ein Rückblick zur Orientierung . . . . .	274
4.7	Zur Eindeutigkeit der Maßfortsetzung . . . . .	276
4.8	Vollständige Maßräume . . . . .	278
4.9	Das Lebesgue-Maß . . . . .	284
	<b>Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 4</b>	<b>295</b>
<b>5</b>	<b>Kurseinheit 5</b>	<b>313</b>
<b>5</b>	<b>Integration</b>	<b>317</b>
5.1	Was wir in diesem Kapitel tun . . . . .	317
5.2	Messbare Abbildungen . . . . .	319
5.3	Approximation messbarer Funktionen . . . . .	327
5.4	Das Integral für positive Funktionen . . . . .	341
5.5	Integrierbare Funktionen . . . . .	362
5.6	Integrierbare Funktionen: Beispiele . . . . .	369
	<b>Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 5</b>	<b>375</b>
<b>6</b>	<b>Kurseinheit 6</b>	<b>387</b>
<b>6</b>	<b>Mehr über Integration</b>	<b>391</b>
6.1	Der Satz von Lebesgue . . . . .	391

6.2	Fast sichere Eigenschaften . . . . .	401
6.3	Riemann-Integral und Lebesgue-Integral . . . . .	405
6.4	Produktmaße und der Satz von Fubini . . . . .	412
6.5	Volumenberechnung in $\mathbb{R}^d$ . . . . .	425
6.6	Mehr-dimensionale Integrale: Beispiele . . . . .	445
6.7	Bildmaße . . . . .	452
6.8	Der Transformationsatz . . . . .	462
	<b>Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 6</b>	<b>479</b>
<b>7</b>	<b>Kurseinheit 7</b>	<b>491</b>
<b>7</b>	<b>Die <math>L^p</math>-Räume</b>	<b>495</b>
7.1	Was wir in diesem Kapitel tun . . . . .	495
7.2	Einige Konvergenzbegriffe . . . . .	496
7.3	Der Raum $L^1(\mu)$ . . . . .	505
7.4	Die $L^p$ -Räume . . . . .	509
7.5	Der Hilbertraum $L^2$ . . . . .	519
	<b>Lösungen zu den Aufgaben aus Kapitel 7</b>	<b>531</b>
<b>8</b>	<b>Mehr Maßtheorie</b>	<b>541</b>
8.1	Was wir in diesem Kapitel tun . . . . .	541
8.2	Der Satz von Radon-Nikodym . . . . .	542
8.3	Der Zerlegungssatz von Lebesgue . . . . .	547
8.4	Klassen von Maßen auf $\mathbb{R}$ . . . . .	549
	<b>Ein Nachwort</b>	<b>559</b>
	<b>Index</b>	<b>561</b>
<b>8</b>	<b>Studienunterlage</b>	<b>567</b>